

УДК (УДК) 621.86/.87

СНИЖЕНИЕ ПОДАТЛИВОСТИ КОНСТРУКЦИЙ ЗА СЧЕТ ВАРЬИРОВАНИЯ
ПОЛОЖЕНИЙ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ В ЗАДАЧАХ ТОПОЛОГИЧЕСКОЙ
ОПТИМИЗАЦИИREDUCING STRUCTURAL COMPLIANCE BY VARYING BOUNDARY CONDITIONS
POSITIONS IN TOPOLOGY OPTIMIZATION PROBLEMSГнездилов С.Г.
Gnezdilov S.G.Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана (Москва, Россия)
Национальный исследовательский университет «Московский энергетический институт» (Москва, Россия)
Bauman Moscow State Technical University (Moscow, Russian Federation)
National Research University "Moscow Power Engineering Institute" (Moscow, Russian Federation)

Аннотация. В работе исследуется влияние рационального смещения граничных условий на результаты топологической оптимизации конструкций. Показано, что традиционный подход, предполагающий фиксированное положение нагрузок и опор, может не учитывать существенный потенциал для улучшения критерия оптимальности (минимума податливости). Предложена методика, основанная на определении допустимых траекторий смещения граничных условий вдоль линий действия равнодействующих сил с сохранением статической эквивалентности системы. Для каждого условия вводится ограниченная зона смещения, что позволяет сохранить кинематическую согласованность механизма. Метод реализован с использованием алгоритма SIMP (TopOpt-2D) для двумерной задачи, включающей сосредоточенные силы и шарнирные опоры. Результаты численного моделирования демонстрируют, что даже малое перемещение одного граничного условия в рамках заданной траектории позволяет снизить податливость оптимизированной топологии на 15–29% при неизменном объеме материала. Сравнение полученных топологий подтверждает их соответствие направлениям смещений. Сделан вывод о высокой эффективности предварительного уточнения положений граничных условий на ранних этапах проектирования. Развитие метода в направлении учета динамических нагрузок и автоматизации выбора положений представляется актуальной задачей для дальнейших исследований.

Ключевые слова: смещение опор и нагрузок, метод SIMP, податливость конструкции, рациональное проектирование.

Дата получения статьи: 25.03.2026
Дата принятия к публикации: 10.05.2026
Дата публикации: 25.09.2026

Abstract. The paper investigates the influence of rational displacement of boundary conditions on the results of topological optimization of structures. It is shown that the traditional approach, which assumes a fixed position of loads and supports, may not consider a significant potential for improving the optimality criterion (minimization of compliance). A methodology is proposed, based on determining admissible displacement trajectories for boundary conditions along the lines of action of resultant forces while maintaining static equivalence of the system. A limited displacement zone is introduced for each condition, ensuring kinematic consistency of the mechanism. The method is implemented using the SIMP algorithm (TopOpt-2D) for a two-dimensional problem involving concentrated forces and hinged supports. The results of numerical simulation demonstrate that even a slight displacement of a single boundary condition within a given trajectory can reduce the compliance of the optimized topology by 15–29% while keeping the material volume constant. Comparison of the obtained topologies confirms their alignment with the displacement directions. It is concluded that preliminary refinement of boundary condition positions in the early design stages is highly effective. Further development of the method towards accounting for dynamic loads and automating the selection of positions is identified as a relevant task for future research.

Keywords: displacement of supports and loads, SIMP method, structural compliance, rational design.

Date of manuscript reception: 25.03.2026
Date of acceptance for publication: 10.05.2026
Date of publication: 25.09.2026

Сведения об авторе:

Гнездилов Сергей Геннадьевич – кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры «Подъемно-транспортные системы» Московского государственного технического университета им. Н. Э. Баумана; доцент кафедры робототехники, мехатроники, динамики и прочности машин Национального исследовательского университета «Московский энергетический институт», e-mail: gnezdilov@bmstu.ru.
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3215-3840>

Author' information:

Sergey G. Gnezdilov – PhD in Engineering, Associate Professor, Associate Professor of Department of Hoisting and Conveying Systems, Bauman Moscow State Technical University, Associate Professor of Department of Robotics, Mechatronics, Dynamics and Machine Strength, National Research University "Moscow Power Engineering Institute",
e-mail: gnezdilov@bmstu.ru.
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3215-3840>

1. Введение

Для реализации задач рационального проектирования деталей и узлов широко применяются средства топологической оптимизации, в рамках которой для определенного набора граничных условий (нагрузки, опоры и др.) с учетом различных производственных и технологических ограничений в соответствии с критерием оптимальности (как правило, минимум податливости) формируется топология (оптимальное распределение материала), опираясь на которую в дальнейшем определяют окончательные очертания оптимизируемого объекта.

Классический подход к топологической оптимизации предполагает неизменность относительного расположения граничных условий в процессе оптимизации. Подлежащие оптимизации объекты чаще всего имеют показавшее наибольшую эффективность устоявшееся (обоснованное на основе различных критериев и методик) относительное расположение мест задания граничных условий. При этом часто не все положения граничных условий строго обоснованы и имеется существенный потенциал для их корректировки. В работе [1] показано (рис. 1) то, как смещение отдельных граничных условий в отношении грузового захвата оказало положительное влияние на результаты топологической оптимизации. Действительно, положение граничных условий, часто сформированное интуитивно, воспринимается как нечто данное, не подлежащее (в процессе оптимизации) изменению [2–10], либо конструктивно детерминировано и не имеет значительных допусков на изменение [11]. В известных случаях варьирование положений граничных условий осуществляют с иными целями: такое смещение может быть вызвано

изменением формы конечных элементов [12], либо проектированием топологии податливого механизма [13], а различные сочетания расположений граничных условий рассматривают лишь как отдельные задачи [14]. Однако от положения граничных условий, обоснованию которого часто уделяется недостаточно внимания, во многом зависит итоговый результат (может быть получена топология, более эффективно передающая силовые потоки, обладающая более высокой жесткостью и, как следствие, высокими значениями первых собственных частот) топологической оптимизации. Таким образом, актуальной является задача поиска допустимого рационального смещения граничных условий (а рамках топологической оптимизации сочетание граничных условий служит исходными данными для поиска оптимальной топологии), обеспечивающего улучшение критерия оптимальности.

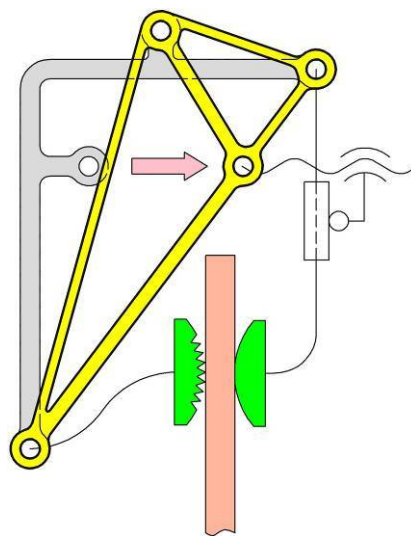


Рис. 1. Решение рычага захвата (выделено желтым цветом) [1], полученное на основе результатов топологической оптимизации, на фоне исходного исполнения

Обоснование наиболее рационального положения граничных условий объекта и его топологическая оптимизация (поиск оптимального распределения материала) – две разные задачи, для решения каждой из которых предлагается использовать топологическую оптимизацию. На этапе обоснования наиболее рационального положения граничных условий топологическая оптимизация востребована для анализа эффективности различных сочетаний их положения. Первый этап более трудозатратен, поскольку топологическая оптимизация проводится многократно для различных сочетаний положений граничных условий, для каждого из которых ищется оптимальная топология (включая соответствующее ей значение целевой функции). Затем на основе этих результатов определяется наилучшее сочетание граничных условий, для которого (в случае его приемлемости) на втором этапе проводится однократный поиск соответствующей ему оптимальной топологии (с использованием расширенной модели).

Применение топологической оптимизации в целом позволяет добиться значительных улучшений эксплуатационных характеристик оптимизируемых объектов, а дополнительное уточнение граничных условий способно существенно повысить ее эффективность: снизить металлоемкость элемента (или узла [15]) грузоподъемной системы, повысить его жесткость, улучшить динамические характеристики [3, 16] и т.д.

2. Постановка задач исследования

Топологическая оптимизация выполнена посредством простого в реализации распространенного метода *SIMP (Solid Isotropic Material with Penalization)*, основанного на варьировании плотности материала в расчетной области с использованием метода конечных элементов, который определяет то, как распределение материала (топологии) влияет на прочность и жесткость конструкции. Исследование проведено с использованием программы *TopOpt-2D* [17], в которой решается классическая задача топологической оптимизации на минимизацию подат-

ливости. Целевая функция записана в стандартном виде как работа внешних сил: $c(\rho) = F^T \cdot u(\rho)$, где F – вектор внешних сил, а $u(\rho)$ – вектор узловых перемещений, получаемый из решения уравнения равновесия $K(\rho)u(\rho) = F$, где $K(\rho)$ – глобальная матрица жесткости системы, зависящая от распределения плотности ρ , $\rho(x)$ – поле плотности материала в каждой точке x расчетной области, определяющее, есть ли материал в точке x ($\rho=1$) или нет ($\rho \approx 0$). Данная формулировка соответствует случаю минимизации податливости (максимизации жесткости) конструкции при заданном объеме материала.

Изменение относительного расположения граничных условий (связей и нагрузок) оптимизируемого объекта влияет на общую эффективность системы, в которой тот функционирует. Такое перемещение отдельных точек крепления и приложения сил может по-разному влиять на целевую функцию (в зависимости от направления смещения та может как уменьшаться, так и возрастать), кинематику и силовой баланс системы, в которую интегрирован оптимизируемый объект. В рамках настоящего исследования ограничимся такими изменениями расположения опор и точек приложения нагрузок (смещение граничных условий), при которых, с одной стороны, обеспечивается статическая эквивалентность системы (результатирующие реакции в соединениях и опорах неизменны), с другой стороны, создается существенный потенциал к снижению оптимального значения целевой функции (оптимумы для различных исходных данных – положений граничных условий) для оптимизируемого объекта.

Важно отметить, что, поскольку смещение граничных условий при сохранении силового баланса меняет кинематическую схему механизма, в котором работает оптимизируемый объект, необходимо отслеживать допустимость таких изменений. С другой стороны, подобное смещение граничных условий потребует соответствующих встречных изменений для сопрягаемых (с оптимизируемым) объектов. Такие изменения могут по-разному влиять на жесткость сопрягаемых деталей, увеличивая либо сни-

жая ее. Безусловно, применение того либо иного изменения в конечном счете должно давать общий положительный эффект в рассматриваемой задаче.

С учетом смещения граничных условий в общем виде для фиксированных (ρ, p) решаемая задача по методу конечных элементов может быть представлена в виде $K(\rho, p)u(\rho, p) = F(p)$, где p – параметры граничных условий (координаты узлов приложения сил и узлов опор, а также параметры опор). Целевая функция соответственно примет вид

$$c(\rho, p) = F(p)^T \cdot u(\rho, p).$$

Смещение граничных условий (в рамках топологической оптимизации к ним относятся сочетание различных опор, нагрузок и областей с материалом или пустотой) оптимизируемого объекта предлагается производить в соответствии с теоремой о переносе силы по линии ее действия (отдельные граничные условия предлагается смещать вдоль линий действия в них равнодействующих сил), которая часто применяется лишь в отношении абсолютно твердых тел при определении для них условий равновесия без рассмотрения возникающих в них внутренних напряжений и деформаций. Применение теоремы о переносе силы в данном контексте правомерно, поскольку на этапе обоснования положений оценивается не внутреннее напряженно-деформированное состояние, а общая эффективность силовой схемы.

Идея уточнения положения граничных условий сводится к поиску такого сочетания положений, при котором обеспечивается наилучшая податливость оптимизируемого объекта. При этом во избежание формирования недопустимых решений для каждого граничного условия требуется введение ограничения на величину его смещения относительно заданного положения, опираясь на анализ условий работы оптимизируемого объекта. Такое смещение должно быть приемлемым и технически реализуемым.

Таким образом, задача топологической оптимизации расширяется до двухуровневой: на *верхнем* уровне варьируются параметры p , определяющие геометрию расчетной области и приложение нагрузок, а на *нижнем* – поле плотности ρ для фиксирован-

ной конфигурации p . Варьирование параметров p позволяет исследовать целое семейство статически эквивалентных расчётных схем и выявлять наиболее рациональные варианты.

Смещение для каждого граничного условия i ограничим величиной радиуса допуска r_i относительно исходного положения (точки) a_i . Допустимое множество решений смещения граничных условий примет вид

$$P_i = \{p \in \mathbb{Z}^2 : \|p - a_i\| \leq r_i, p \text{ внутри области}\}.$$

Далее определим порядок смещения некоторых распространенных типов граничных условий, в числе которых: сосредоточенная сила, шарнирно-подвижная и шарнирно-неподвижная опоры, а также сочетание сосредоточенной силы и шарнирно-подвижной опоры. Вопросы смещения иных ограничений (жесткая и скользящая заделки) в настоящей работе не рассматриваются, поскольку они редко используются в рамках топологической оптимизации и чаще применяются при моделировании части объекта (например, при решении симметричных задач, либо когда оптимизация объекта в целом нецелесообразна).

Смещение отдельного граничного условия предлагается производить вдоль траектории (прямая линия), направление которой принимается коллинеарным равнодействующей силе (для опор реакции), действующей в данном граничном условии. Направления реакций (и, как следствие траекторий) очевидны в случаях с сосредоточенными силами (они совпадают с линией действия силы) и шарнирно-подвижными опорами (проходят через опоры перпендикулярно направлениям подвижности в этих опорах). Для определения реакций (и, как следствие, построения траекторий смещения) в шарнирно-неподвижных опорах требуется составление уравнений равновесия либо применение (для сложных задач) метода конечных элементов.

Отдельно отметим следующий тип граничных условий – комбинация сосредоточенной силы и шарнирно-подвижной опоры, случаи задания которых в одном и том же месте модели возможны. Траекторию совместного смещения этого граничного условия предлагается строить на основе определения равнодействующей двух сил: реакции

в шарнирно-подвижной опоре (сила, которая действует не на основание, а на саму топологию) и проекции силы на направление подвижности шарнирно-подвижной опоры.

3. Тестовая задача

Рассмотрим пример с расчетной схемой (рис. 2) (для топологической оптимизации), охватывающей основные виды граничных условий при минимальной геометрической сложности: сосредоточенная сила (точка Б), шарнирно-неподвижная опора (точка В), а также комбинированное условие: шарнирно-подвижная опора и сосредоточенная сила (точка А). Это покрывает основные случаи, встречающиеся в инженерной практике. Заданная в точке А сила F_A имеет две равные по модулю проекции на оси. Проекция на ось y совпадает с направлением действия шарнирно-подвижной опоры (передается на основание), а значит эта проекция не влияет на оптимизируемый объект и может быть исключена из схемы, которая после соответствующего преобразования примет вид (рис. 2,б), с учетом которого производится определение реакций в опорах (в точках А и В).

В рамках настоящего исследования направления действия реакций определены аналитически (с контролем в *ANSYS Workbench*). Реакция в опоре в точке А может быть определена из суммы моментов относительно точки В (рис. 2, б) по формуле

$$R_A = \frac{F_B l_B + F_A^x h}{l_A},$$

а ее вектор направлен в положительном направлении оси y . Уравнение получено с учетом характерного для топологической оптимизации допущения о пренебрежении собственным весом топологии, который для несущих конструкций пренебрежимо мал по сравнению с передаваемыми усилиями и не оказывает существенного влияния на результаты топологической оптимизации [1]. Таким образом смещение опоры и силы в точке А следует производить вдоль направления равнодействующей векторов $\bar{R}_A$ и $\bar{F}_A^x$. Аналогичным образом определено направление возможного смещения опоры в точке В. На

рис. 2 зеленым цветом показаны выявленные траектории смещения отдельных граничных условий, красным – допустимые границы таких смещений (окружности, которые имеют одинаковый радиус).

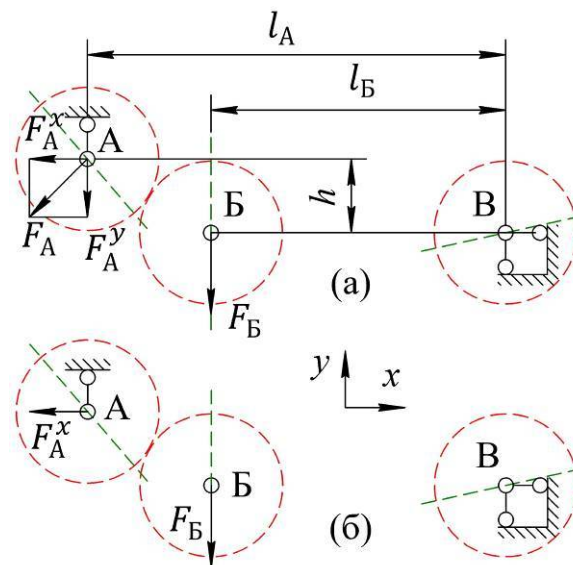


Рис. 2. Расчетная схема тестовой задачи:
а – до преобразования, б – после преобразования

Далее исследовано влияние положения граничных условий на податливость оптимальной топологии на основе построенной в программе *TopOpt-2D* серии моделей (отличаются различным относительным расположением граничных условий) с сеткой размером 600 на 200 конечных элементов. Объемная доля топологии составляет 10% (одинаковый объем материала используется для подготовки всех решений топологии, которая из-за перераспределения материала обладает неодинаковой жесткостью). Заданы силовые факторы: $F_A = F_B = 10,00$, которым соответствуют реакции $R_A = 8,32$, $R_B = 7,27$, а равнодействующая в точке А равна 10,92. На рис. 3 показаны лежащие на траекториях точки, между которыми производилось смещение отдельных граничных условий.

4. Результаты

В результате исследования для тестовой задачи получена зависимость (рис. 4) (три кривые для смещения разных граничных

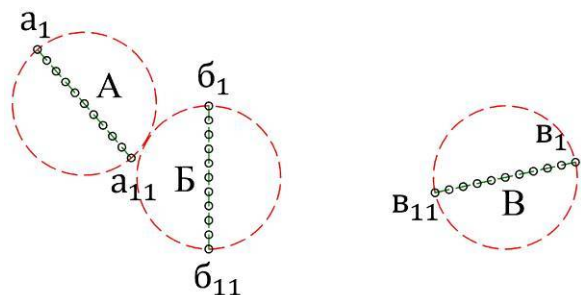


Рис. 3. Схема позиций задания граничных условий (равномерно распределены вдоль траектории смещения): для точки А – $a_1 \dots a_{11}$, для точки Б – $b_1 \dots b_{11}$ и для точки В – $v_1 \dots v_{11}$

условий) оптимального значения целевой функции от положения отдельных граничных условий (граничные условия смещались по отдельности по заданным на рис. 3 позициям – всего 33 позиции), а табл. 1 приведены численные данные для предельных положений граничных условий и содержится их сравнение с исходной позицией. Полученные на рис. 4 кривые практически линейны и имеют слегка волнообразный вид, что вызвано ограничением на смещение граничных условий, которые могут быть размещены только в узлах конечных элементов (задавались в ближайших к целевым точкам узлах), которые не привязаны к траекториям смещения.

Таблица 1

Численные значения целевой функции при различных положениях граничных условий

Позиция	Значение целевой функции	Изменение, %
$a_6-b_6-v_6$	1901	0,0
$a_1-b_6-v_6$	2564	+34,9
$a_{11}-b_6-v_6$	1351	-28,9
$a_6-b_1-v_6$	2395	+26,0
$a_6-b_{11}-v_6$	1610	-15,3
$a_6-b_6-v_1$	2356	+23,9
$a_6-b_6-v_{11}$	1527	-19,7
$a_1-b_1-v_1$	3745	+97,0
$a_{11}-b_{11}-v_{11}$	906	-52,3

На рис. 5 представлены оптимальные решения топологии для различных сочетаний граничных условий для случаев их предельного расположения (данные по промежуточным точкам содержатся на графике на рис.

4). На рис. 6 дополнительно приведены результаты топологической оптимизации для двух случаев предельного размещения граничных условий (заданы в экстремумах вблизи окружности) (рис. 5, а, б) и для их исходного положения (рис. 5, в). В исходном положении (граничные условия расположены в точках А, Б и В) оптимальное значение целевой функции составила 1901.

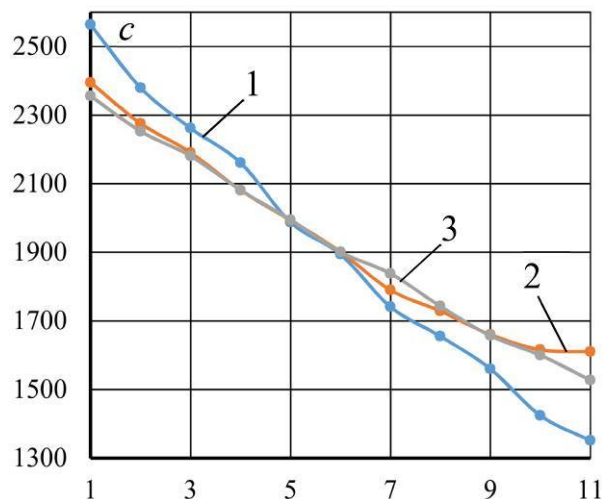


Рис. 4. График зависимости оптимального значения целевой функции c от расположения граничных условий в различных позициях (диапазон от 1 до 11) на соответствующих им траекториях: 1 – в точке А, 2 – в точке Б, 3 – в точке В

5. Анализ результатов

Результаты (рис. 4) показывают, что смещение хотя бы одного граничного условия вдоль его траектории позволяет дополнительно уменьшить податливость оптимизируемого объекта на величину от 15,3 до 28,9% (для рассмотренного примера).

Значительное снижение целевой функции подтверждают эффективность выбранного подхода к определению траекторий возможного смещения граничных условий.

Несмотря на то, что для построения топологии (рис. 5 и 6) использован одинаковый объем материала, жесткость полученных отдельных решений топологии отличается более, чем в 4 раза, что свидетельствует о важности уточнения граничных условий на начальных этапах проектирования.

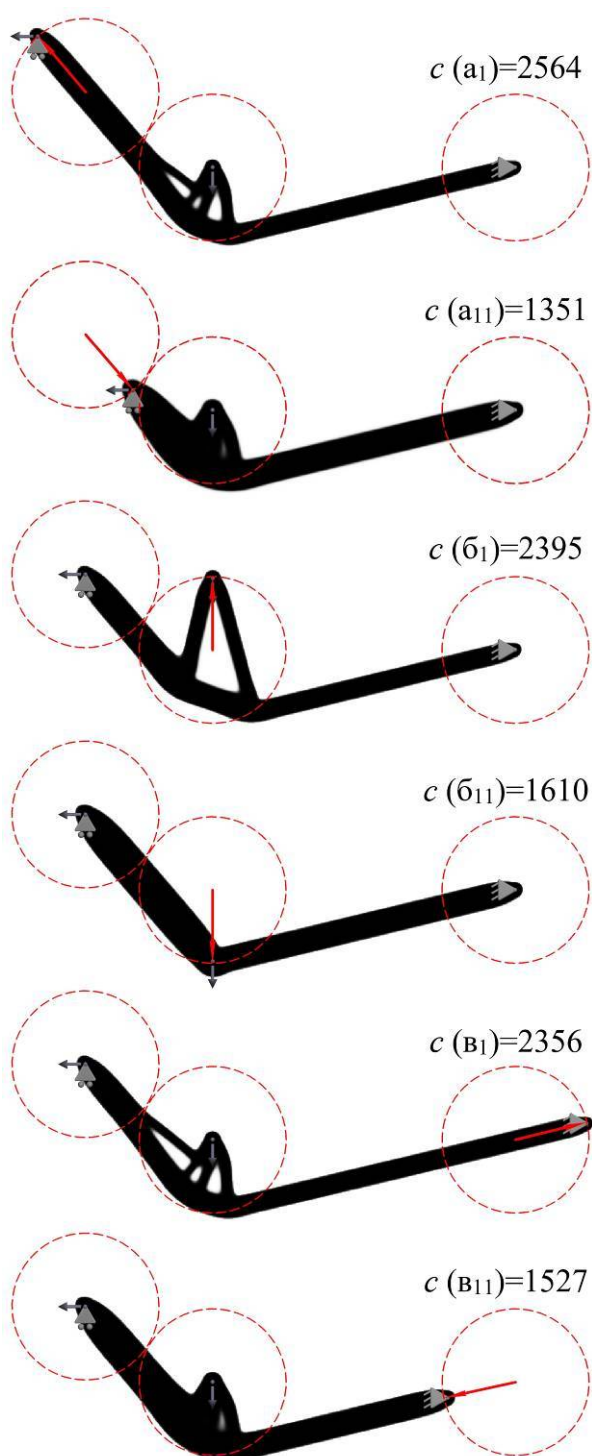


Рис. 5. Оптимальные распределения плотностей (и соответствующие им значения целевой функции) для разных предельных смещений отдельных граничных условий

Сопоставление результирующих топологий для различных сочетаний положений граничных условий (рис. 6) обнаруживает очевидную взаимосвязь полученной топологии с направлениями отдельных равнодей-

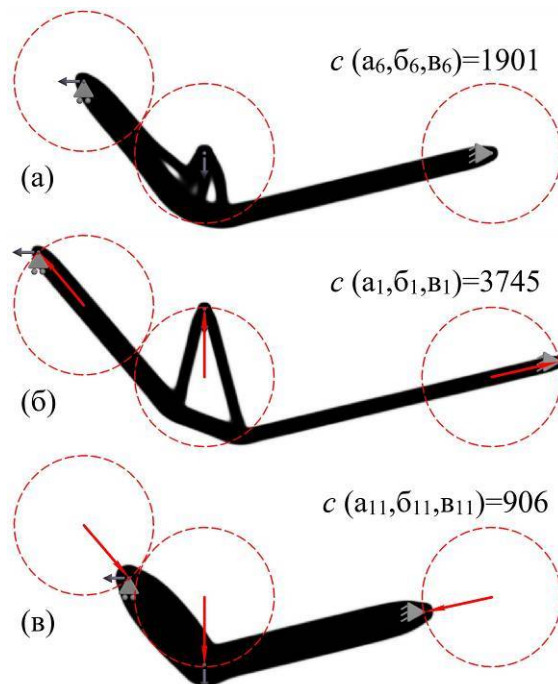


Рис. 6. Оптимальные распределения плотностей (и соответствующие им значения целевой функции) для разных вариантов расположения граничных условий: а – граничные условия находятся в заданном (исходном) положении, б – граничные условия смещены в положение $a_1-b_1-b_1$, в – граничные условия смещены в положение $a_{11}-b_{11}-b_{11}$

ствующих сил (и, как следствие, траекториями смещения отдельных граничных условий): значительные фрагменты топологии (вблизи точек А и В) вытянуты вдоль линий действия равнодействующих сил. Это очередной раз подтверждает высокую эффективность выбранного подхода к смещению граничных условий (вдоль линий действия равнодействующих сил).

Для выявления ключевых параметров, влияющих на успешность корректировки положений граничных условий, проведен анализ взаимосвязи между равнодействующей силой в узле и достигаемым снижением податливости. Поскольку в рамках статически эквивалентной схемы тип граничных условий (опора, внешняя сила) может быть учтен через величину и направление равнодействующей, ключевым анализируемым параметром выбран модуль этой силы $|R_i|$. Результаты для направлений смещения, приво-

дящих к максимальному снижению податливости $\delta c_{\min}$, представлены в табл. 2. Параметр $k=|\delta c_{\min}|/|R_i|$ характеризует отдачу от смещения в виде снижения податливости на единицу равнодействующей силы.

Таблица 2
Эффективность смещения граничных условий, приводящего к снижению податливости

Точка	Сила $ R_i $	$\delta c_{\min}$, %	k
А	10,92	34,9	3,21
Б	10,00	26,0	2,60
В	7,27	23,9	3,30

Для каждой точки смещение в одном направлении приводит к значительному ухудшению критерия, а в противоположном – к его улучшению. Размах изменений (между худшим и лучшим случаем) составляет для точек А, Б, В: 63,8%, 41,3%, 43,6% соответственно. Это визуально подтверждает, что выбранные траектории (линии действия равнодействующих) являются осью максимальной чувствительности системы.

Наибольшее абсолютное снижение податливости (34,9%) достигнуто в точке с наибольшей силой (А, 10,92). Однако точка с наименьшей силой (В, 7,27) показала результат (23,9%), сопоставимый с точкой Б при большей силе (26,0% при 10,00). Это указывает, что абсолютная величина равнодействующей не является единственным или линейным критерием для предсказания потенциала оптимизации.

Параметр k выявляет узлы, смещение которых дает максимальный относительный выигрыш. Высокие значения k для точек А (3,21) и В (3,30) сигнализируют об их высокой структурной чувствительности. Эти точки, даже при не самых больших силах, являются «критическими» с точки зрения влияния на общую жесткость силовой схемы. При ограниченных ресурсах на модификацию конструкции приоритет в смещении следует отдавать узлам с максимальным значением k .

Наличие противоположных направлений смещения, ведущих к значительному росту податливости (до +28,9% для точки А), под-

тверждает общую чувствительность топологии к положению граничных условий и важность верного выбора направления. Эти данные также могут представлять отдельный интерес для задач, где требуется локальное повышение податливости.

Несмотря на полученные улучшения, предлагаемый метод имеет ряд следующих ограничений. В предлагаемой постановке метод применим только к статически нагруженным системам, напряженное состояние которых определяется преимущественно одним расчетным случаем. К ним, например, можно отнести грузовые захваты [1, 18], пилоны самолетов [11]. Случаи нагрузок с переменными направлениями не рассматриваются. Исследование проведено на двумерной модели, которая имеет сравнительно простую конфигурацию, позволяющую четко отслеживать влияние смещения каждого условия без маскирующих факторов (например, сложной геометрии либо множества нагрузок); в трехмерных же задачах траектории смещения могут быть сложнее, а их влияние на топологию — менее очевидным. Во всех расчетах объем материала постоянен, однако в реальном проектировании может потребоваться варьирование объема в зависимости от расположения граничных условий. Смещения граничных условий привязаны к узлам конечно-элементной сетки, что может приводить к ступенчатому изменению результатов и не позволяет точно позиционировать условия в произвольной точке. Для каждого варианта положения граничных условий требуется отдельная процедура топологической оптимизации, что приводит к росту времени расчета при увеличении числа вариантов. Шарнирные опоры моделируются идеализированно, а в реальности соединения могут иметь люфты, жесткость или нелинейную податливость, что влияет на силовые потоки. Траектории смещения задаются вдоль линий действия равнодействующих сил, но не оптимизируются. Возможно, существуют более эффективные нелинейные траектории.

6. Заключение

В исследовании рассмотрен случай статического направления приложения нагрузок к оптимизируемому объекту. Поскольку во многих механизмах в процессе эксплуатации направления нагрузок меняются, а количество сочетаний нагрузок может исчисляться сотнями [19], то целесообразно развитие метода, позволяющего производить смещение граничных условий с учетом всего спектра сочетаний расчетных нагрузок.

Процедура уточнения граничных условий должна включать не только определение траектории смещения (вдоль линии действия равнодействующей), но и количественную оценку потенциала каждой точки через коэффициент k , рассчитываемый на основе предварительного статического анализа. Это

позволяет перейти от перебора всех возможных смещений к целенаправленной и экономичной (по вычислительным ресурсам) оптимизации наиболее влиятельных узлов конструкции, обеспечивая максимальное улучшение жесткости при минимальных изменениях в силовой схеме.

Рассмотрен простой пример, который не требует сложных вычислений. Для решения более сложными задач с несколькими расчетными сочетаниями нагрузок актуальна разработка автоматизированных методов уточнения положения граничных условий объектов, подлежащих топологической оптимизации. Основанная на методе конечных элементов программа должна строить траектории смещения граничных условий, осуществляя дискретный адаптивный поиск улучшения.

Список литературы

1. Гнездилов С. Г. Топологическая оптимизация конструкции грузового захвата с применением принципа минимума затрат усилий // Научно-технический вестник Брянского государственного университета. 2025. № 2. С. 124-134. DOI: 10.22281/2413-9920-2025-11-02-124-134.

2. Zhou Y., Zhang J., Long K., Saeed A., Chen Y., Geng R., Tao T., Guo X. Concurrent Design on Three-Legged Jacket Structure and Transition Piece of Offshore Wind Turbine by Exploiting Topology Optimization // CMES. 2025. Vol. 0. No. 0. P. 1–10. DOI: 10.32604/cmes.2025.063034.

3. Wu C., Xu Y., Fang J., Sun G., Steven G.P., Li Q. Topology optimization for multi-component robotic arms under time-varying loads // Struct Multidisc Optim. 2025. Vol. 68. No. 9. P. 188. DOI: 10.1007/s00158-025-04129-1.

4. Pratiwi Z. S., Prastianto R. W., Mohammad Rosyid D. Topology Optimization of Mudmat Design Based on Bottom Stability Analysis of a Three-Legs Jacket Structure // IOP Conf. Ser.: Earth Environ. Sci. 2025. Vol. 1461. No. 1. P. 012015. DOI: 10.1088/1755-1315/1461/1/012015.

5. Nie Q., Nie Y., Nie Z. Topology Optimization of Beam Structures for 2D Problems //

References

1. Gnezdilov S.G. Topology optimization of a cargo gripper design using the minimum effort principle. *Nauchno-tekhnicheskij vestnik Bryanskogo gosudarstvennogo universiteta*, 2025, No. 2, pp. 124–134. DOI: 10.22281/2413-9920-2025-11-02-124-134. (In Russian)

2. Zhou Y., Zhang J., Long K., Saeed A., Chen Y., Geng R., Tao T., Guo X. Concurrent Design on Three-Legged Jacket Structure and Transition Piece of Offshore Wind Turbine by Exploiting Topology Optimization. *CMES*, 2025, Vol. 0, No. 0, pp. 1–10. DOI: 10.32604/cmes.2025.063034.

3. Wu C., Xu Y., Fang J., Sun G., Steven G.P., Li Q. Topology optimization for multi-component robotic arms under time-varying loads. *Struct Multidisc Optim*, 2025, Vol. 68, No. 9, p. 188. DOI: 10.1007/s00158-025-04129-1.

4. Pratiwi Z. S., Prastianto R. W., Mohammad Rosyid D. Topology Optimization of Mudmat Design Based on Bottom Stability Analysis of a Three-Legs Jacket Structure. *IOP Conf. Ser.: Earth Environ. Sci.*, 2025, Vol. 1461, No. 1, p. 012015. DOI: 10.1088/1755-1315/1461/1/012015.

5. Nie Q., Nie Y., Nie Z. Topology Optimization of Beam Structures for 2D Problems. *Mechanical Design and Simulation: Exploring*

- Mechanical Design and Simulation: Exploring Innovations for the Future. 2025. P. 609–616. DOI: 10.1007/978-981-97-7887-4_52.
6. Lai Y., Cai Q., Li Y., Chen J., Xie Y.M. A new evolutionary topology optimization method for truss structures towards practical design applications // *Engineering Structures*. 2025. Vol. 324. P. 119326. DOI: 10.1016/j.engstruct.2024.119326.
7. Jiao Y. A Critical Review of Structural Topology Optimization Algorithms // *E3S Web Conf*. 2025. Vol. 606. P. 04005. DOI: 10.1051/e3sconf/202560604005.
8. Cuevas-Carvajal N., Montoya-Vallejo M. F., Norato J. A. A geometry projection method for topology optimization of frames with structural shapes // *Struct Multidisc Optim*. 2025. Vol. 68. No. 1. P. 5. DOI: 10.1007/s00158-024-03936-2.
9. Ma Y., Li Z., Wie Y., Yang K. Topology Optimization with Explicit Components Considering Stress Constraints // *Applied Sciences*. 2024. Vol. 14. No. 16. P. 7171. DOI: 10.3390/app14167171.
10. Засыпкина С.А., Раевская Л.Т. Моделирование рациональной геометрической конфигурации стрелы шахтной погрузочно-доставочной машины на основе метода топологической оптимизации // *Горный информационно-аналитический бюллетень (науч.-тех. журнал)*. 2025. № 12-1. С. 18–31. DOI: 10.25018/0236_1493_2025_121_0_18.
11. Kumkam N., Slesongsom S. Reliability-Based Topology Optimization with a Proportional Topology for Reliability // *Aerospace*. 2024. Vol. 11. No. 6. P. 435. DOI: 10.3390/aerospace11060435.
12. Frederiksen A.H., Dalkint A., Sigmund O., Poullos K. Improved third medium formulation for 3D topology optimization with contact // *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2025. Vol. 436. P. 117595. DOI: 10.1016/j.cma.2024.117595.
13. Jia Y., Wang C., Zhang X. S. FEniTop: a simple FEniCSx implementation for 2D and 3D topology optimization supporting parallel computing // *Struct Multidisc Optim*. 2024. Vol. 67. No. 8. P. 140. DOI: 10.1007/s00158-024-03818-7.
14. Zhou Y., Zhang J., Long K., Saeed A., Tao T., Chen J. Topology optimization on a *Innovations for the Future*, 2025, pp. 609–616. DOI: 10.1007/978-981-97-7887-4_52.
6. Lai Y., Cai Q., Li Y., Chen J., Xie Y.M. A new evolutionary topology optimization method for truss structures towards practical design applications. *Engineering Structures*, 2025, Vol. 324, p. 119326. DOI: 10.1016/j.engstruct.2024.119326.
7. Jiao Y. A Critical Review of Structural Topology Optimization Algorithms. *E3S Web Conf*, 2025, Vol. 606, p. 04005. DOI: 10.1051/e3sconf/202560604005.
8. Cuevas-Carvajal N., Montoya-Vallejo M. F., Norato J. A. A geometry projection method for topology optimization of frames with structural shapes. *Struct Multidisc Optim*, 2025, Vol. 68, No. 1, p. 5. DOI: 10.1007/s00158-024-03936-2.
9. Ma Y., Li Z., Wie Y., Yang K. Topology Optimization with Explicit Components Considering Stress Constraints. *Applied Sciences*, 2024, Vol. 14, No. 16, p. 7171. DOI: 10.3390/app14167171.
10. Zasypkina S.A., Raevskaya L.T. Modeling rational geometric configuration of a boom of mine loading and delivery machine based on the method of topological optimization. *Gornyyu informatsionno-analitichesky (nauchno-tekhnicheskyy zhurnal)*, 2025, No. 12-1, pp. 18–31. DOI: 10.25018/0236_1493_2025_121_0_18. (In Russian)
11. Kumkam N., Slesongsom S. Reliability-Based Topology Optimization with a Proportional Topology for Reliability. *Aerospace*, 2024, Vol. 11, No. 6, p. 435. DOI: 10.3390/aerospace11060435.
12. Frederiksen A.H., Dalkint A., Sigmund O., Poullos K. Improved third medium formulation for 3D topology optimization with contact. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2025, Vol. 436, p. 117595. DOI: 10.1016/j.cma.2024.117595.
13. Jia Y., Wang C., Zhang X. S. FEniTop: a simple FEniCSx implementation for 2D and 3D topology optimization supporting parallel computing. *Struct Multidisc Optim*, 2024, Vol. 67, No. 8, p. 140. DOI: 10.1007/s00158-024-03818-7.
14. Zhou Y., Zhang J., Long K., Saeed A., Tao T., Chen J. Topology optimization on a

- Tao T., Chen J. Topology optimization on a jacket structure for offshore wind turbines by altering structural design domain // *Applied Ocean Research*. 2025. Vol. 154. P. 104421. DOI: 10.1016/j.apor.2025.104421.
15. Gnezdilov S. G., Shubin A. N. Structural optimization of non-rotating floating cranes: Analysis of classical designs and development of a dual-pontoon configuration // *Marine Structures*. 2025. Vol. 104. P. 103897. DOI: 10.1016/j.marstruc.2025.103897.
16. Jang I. G., Kim K.-S., Kwak B. M. Conceptual and basic designs of the Mobile Harbor crane based on topology and shape optimization // *Struct Multidisc Optim*. 2014. Vol. 50. No. 3. P. 505–515. DOI: 10.1007/s00158-014-1073-3.
17. Aage N., Jørgensen M.N., Andreasen C.S., Sigmund O. Interactive topology optimization on hand-held devices // *Struct Multidisc Optim*. 2013. Vol. 47. No. 1. P. 1–6. DOI: 10.1007/s00158-012-0827-z.
18. Гнездилов С. Г. Применение топологической оптимизации при проектировании элементов грузозахватных устройств // *Научно-технический вестник Брянского государственного университета*. 2023. № 1. С. 28–38. DOI: 10.22281/2413-9920-2023-09-01-28-38.
19. Душкин М.А., Левенков Я. Ю. Методика автоматизированного выбора нагрузочных режимов для проектирования высоконагруженных деталей транспортных средств с использованием топологической оптимизации // *Труды НГТУ им. Р.Е. Алексеева*. 2025. № 2(149). С. 85–102. DOI 10.46960/1816-210X_2025_2_85.
- jacket structure for offshore wind turbines by altering structural design domain. *Applied Ocean Research*, 2025, Vol. 154, p. 104421. DOI: 10.1016/j.apor.2025.104421.
15. Gnezdilov S. G., Shubin A. N. Structural optimization of non-rotating floating cranes: Analysis of classical designs and development of a dual-pontoon configuration. *Marine Structures*, 2025, Vol. 104, p. 103897. DOI: 10.1016/j.marstruc.2025.103897.
16. Jang I. G., Kim K.-S., Kwak B. M. Conceptual and basic designs of the Mobile Harbor crane based on topology and shape optimization. *Struct Multidisc Optim*, 2014, Vol. 50, No. 3, pp. 505–515. DOI: 10.1007/s00158-014-1073-3.
17. Aage N., Jørgensen M.N., Andreasen C.S., Sigmund O. Interactive topology optimization on hand-held devices. *Struct Multidisc Optim*, 2013, Vol. 47, No. 1, pp. 1–6. DOI: 10.1007/s00158-012-0827-z.
18. Gnezdilov S.G. Application of topology optimization in the design of elements of load handling devices. *Nauchno-tekhnicheskiiy vestnik Bryanskogo gosudarstvennogo universiteta*, 2023, No. 1, pp. 28–38. DOI: 10.22281/2413-9920-2023-09-01-28-38. (In Russian)
19. Dushkin M.A., Levenkov Ya. Yu. The method of automated load modes selection for designing highly loaded vehicle parts using topology optimization. *Trudy NGTU im. R.E. Alekseeva*, 2025, No. 2(149), pp. 85–102. DOI 10.46960/1816-210X_2025_2_85. (In Russian)