

УДК (UDC) 532.529

МОДЕЛЬ ДИСПЕРСНОГО ПОТОКА ДЛЯ ЩЕТОЧНОГО РАЗБРАСЫВАТЕЛЯ

DISPERSED FLOW MODEL FOR A BRUSH DISPENSER

Ватагин А.А.¹, Лебедев А.Е.¹, Холодкова А.И.², Гуданов И.С.¹, Долгин Д.С.¹
Vatagin A.A.¹, Lebedev A.E.¹, Kholodkova A.I.², Gudanov I.S.¹, Dolgin D.S.¹¹Ярославский государственный технический университет (Ярославль, Россия)²Ярославское высшее военное училище противовоздушной обороны имени Маршала Советского Союза
Л.А. Говорова (Ярославль, Россия)¹Yaroslavl State Technical University (Yaroslavl, Russian Federation)²Yaroslavl Higher Military School of Air Defense named after Marshal of the Soviet Union L.A. Govorov
(Yaroslavl, Russian Federation)

Аннотация. В статье представлена математическая модель процесса разбрасывания сыпучих материалов щеточным разбрасывателем, который может быть использован в составе смесительных устройств для уменьшения сегрегации смеси. Особенностью конструкции разбрасывателя является наличие эластичных элементов разной длины, расположенных рядами и чередующимися в окружном направлении барабана. Это оказывает положительное влияние на основные параметры распределения создаваемого потока, такие как его форма и структура. При моделировании учтено расширение потока в двух взаимно перпендикулярных плоскостях. Получены аналитические выражения для описания распределения числа частиц по высоте и ширине потока. Проведен анализ влияния основных параметров разбрасывающего агрегата, в частности, скорости вращения, на форму кривых распределения частиц. При математическом моделировании был использован стохастический подход в силу наличия большого количества случайных факторов, оказывающих влияние на движение частиц в потоке. Полученный математический аппарат и зависимости могут быть полезны при проектировании и модернизации смесительного оборудования, предназначенного для работы с сыпучими средами.

Ключевые слова: математическое моделирование, сегрегация, щеточный разбрасыватель, дисперсный поток, сыпучая среда.

Дата получения статьи: 02.06.2026
Дата принятия к публикации: 17.08.2026
Дата публикации: 25.09.2026

Сведения об авторах:

Ватагин Александр Александрович – кандидат технических наук, доцент кафедры «Технологические машины и оборудование», ФГБОУ ВО «Ярославский государственный технический университет», e-mail: vataginaa@ystu.ru.
ORCID: 0000-0002-2954-9932

Abstract. The article presents an innovative design of a brush spreader that can be used to reduce segregation during the mixing of bulk materials. Segregation leads to an uneven distribution of particles based on their size, which is a problem in agriculture, road construction, and industry. The design features elastic spreader elements arranged in rows and alternating in the circumferential direction of the drum. This arrangement has a positive effect on the main parameters, such as the shape and structure of the resulting dispersed flow. For the presented model, a mathematical description of the shape of the expanding flow in two mutually perpendicular planes is provided. Calculation schemes are presented. Expressions are obtained to describe the flow of particle distribution in height and width. The influence of the main parameters of the unit, particularly the rotational speed, on the shape of the particle distribution curves is analyzed. The dependence of the distribution of particle numbers by scattering angles on the rotational speed of the brush spreader is established. In mathematical modeling, a stochastic approach was used due to the presence of a large number of random factors that affect the movement of particles in the flow. The resulting mathematical apparatus and dependencies can be useful in the design and modernization of equipment designed for working with loose media.

Keywords: mathematical modeling, segregation, brush spreader, dispersed flow, and loose medium.

Date of manuscript reception: 02.06.2026
Date of acceptance for publication: 17.08.2026
Date of publication: 25.09.2026

Authors' information:

Aleksandr A. Vatagin – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department "Technological machines and equipment", Yaroslavl State Technical University, e-mail: vataginaa@ystu.ru.
ORCID: 0000-0002-2954-9932

Лебедев Антон Евгеньевич – доктор технических наук, доцент, профессор кафедры «Технологические машины и оборудование», ФГБОУ ВО «Ярославский государственный технический университет», e-mail: lae4444@mail.ru.

ORCID: 0000-0002-0856-3209

Холодкова Александра Ивановна – преподаватель кафедры математики, ФГКВУ ВО «Ярославское высшее военное училище противовоздушной обороны имени Маршала Советского Союза Л.А. Говорова», e-mail: holodkovaa@list.ru.

ORCID: 0009-0001-7373-5265

Гуданов Илья Сергеевич – кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой «Технологические машины и оборудование», ФГБОУ ВО «Ярославский государственный технический университет», e-mail: gudanovis@ystu.ru.

ORCID: 0009-0002-8505-9548

Долгин Дмитрий Сергеевич – кандидат технических наук, старший преподаватель кафедры «Технологические машины и оборудование», ФГБОУ ВО «Ярославский государственный технический университет», e-mail: dolginds@ystu.ru.

ORCID: 0000-0001-5179-3854

Anton E. Lebedev – Doctor of Technical Sciences, Associate Professor, Professor of the Department “Technological machines and equipment”, Yaroslavl State Technical University, lae4444@mail.ru.

ORCID: 0000-0002-0856-3209

Aleksandra I. Kholodkova – Teacher of the Department of Mathematics, Yaroslavl Higher Military School of Air Defense named after Marshal of the Soviet Union L.A. Govorov, e-mail: holodkovaa@list.ru.

ORCID: 0009-0001-7373-5265

Ilya S. Gudanov – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Head of the Department of “Technological machines and equipment”, Yaroslavl State Technical University, e-mail: gudanovis@ystu.ru.

ORCID: 0009-0002-8505-9548

Dmitry S. Dolgin – Candidate of Technical Sciences, Senior lecturer of the Department “Technological machines and equipment”, Yaroslavl State Technical University, e-mail: dolginds@ystu.ru.

ORCID: 0000-0001-5179-3854

1. Введение

Важной задачей во многих отраслях промышленности, а также сельском и коммунальном хозяйстве является соблюдение баланса между эффективностью технологического процесса и его энергозатратностью. Одним из распространенных процессов, встречающимся во многих сферах жизни является формирование дисперсных потоков сыпучих сред, осуществляемых методом разбрасывания. Примером служит применение в сельском хозяйстве – разбрасывание семян и удобрений, в промышленности – смешение и измельчение в дисперсном состоянии, в коммунальной службе для обработки дороги реагентами [1].

Существует довольно широкое разнообразие применяемых методов перевода материалов в дисперсное состояние, таких как центробежный, пневматический, гравитационный и другие [2]. При этом у большинства методов получения потоков имеется ряд недостатков, главными из которых являются хаотичность распределения частиц в потоке и сложность управления структурой потока. Наличие данных недостатков значительно влияет на конечный результат, а также приводит к перерасходам разбрасываемого ма-

териала, что сказывается на эффективности всего технологического процесса.

Одним из перспективных вариантов решения этих проблем является использование щеточных разбрасывателей, которые способны при относительно невысоких энергозатратах обеспечить требуемые параметры распределения частиц в потоке при разбрасывании сыпучих сред.

2. Постановка задачи

При проведении анализа имеющихся щеточных разбрасывателей с эластичными элементами [3-5] были выявлены такие недостатки как сложность конструкции, неравномерность распределения частиц по объему и сложность управления формой и структурой потока. Отмечено также отсутствие математических моделей, описывающих структуру расширяющегося потока в двух взаимно перпендикулярных областях. Это также приводит к возникновению погрешности при создании инженерных методик расчета промышленных разбрасывателей и машин на их основе.

Целью данного исследования является разработка новой конструкции щеточного разбрасывателя, позволяющего создавать расширяющиеся потоки с возможностью

управления их формой и структурой, а также составление математической модели для их описания.

На рис. 1 представлена конструктивная схема нового щёточного разбрасывателя, имеющего два типа гибких эластичных элементов: короткие и длинные по 10 штук, чередующиеся в окружном направлении [6].

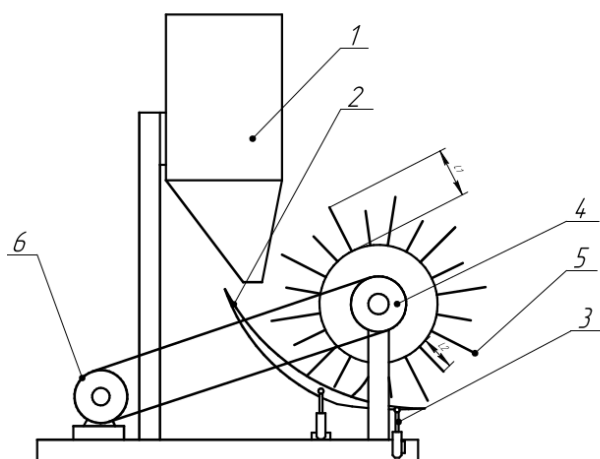


Рис. 1. Щёточный разбрасыватель

Работа разбрасывателя осуществляется следующим образом. Из устройства загрузки 1 сыпучий материал поступает на направляющую поверхность 2, установленную на опорах 3, где происходит его захват радиальными эластичными элементами 5, которые расположены на вращающемся от привода 6, барабане 4. При этом формируется расширяющийся поток. Процесс воздействия на форму и структуру потока в данном аппарате может быть осуществлен за счет изменения угловой скорости и расстояния между осью барабана 4 и направляющей поверхности, 2 при котором происходит деформация эластичных элементов 5.

Как показывают результаты проведенных опытов при разбрасывании сыпучих сред, образованный дисперсный поток имеет объемное расширение (по ширине и высоте). Стоит отметить, что по высоте сечение потока имеет форму треугольника, расширяющегося от распылителя рис. 2. В сечении по ширине расширение потока присутствует по краям, при этом в центральной части можно наблюдать его равномерную структуру рис. 3.

Вследствие того, что формируемый поток твердых частиц в рабочей зоне имеет форму расширяющейся струи, наиболее целесообразно для математического описания его структуры в качестве параметра использовать его угловую координату (угол рассеивания φ).

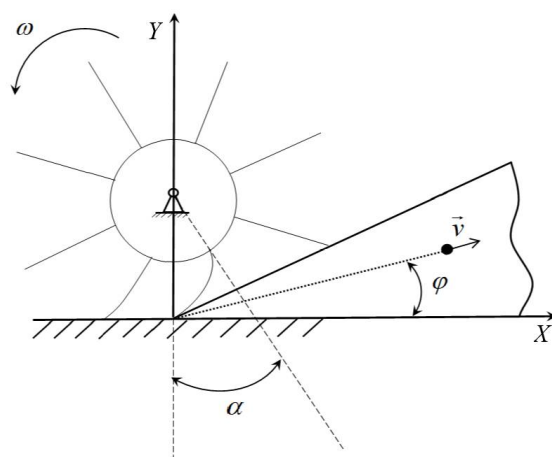


Рис. 2. Расчётная схема сечения потока по высоте

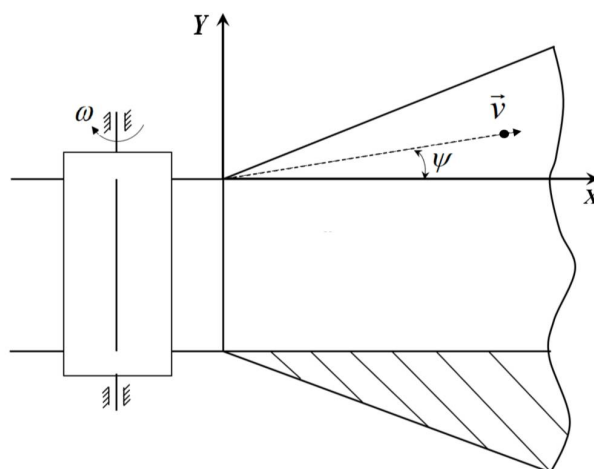


Рис. 3. Расчётная схема сечения потока по ширине

На рис. 2 приведена схема сечения потока по высоте, используемая для процесса формирования разреженного потока, где α – угол отрыва лопасти от ленты, а φ – угол рассеивания по высоте.

На рис. 3 приведена схема сечения потока по ширине, где ψ – угол рассеивания по ширине.

3. Описание формы потока по высоте

Из-за сложности процесса разбрасывания предлагается взять за основу вероятностный подход [7]. Воспользуемся расчётной схемой рис. 2. В этом случае совокупность членов фазового пространства содержит комбинацию двух компонент скорости элемента потока v , и его размера D [8 - 10]:

$$d\Gamma = dv_x dv_y dD. \quad (1)$$

С целью удобства представления введем безразмерные обозначения:

$$D = \frac{D}{D_0}, \quad w = \frac{v}{v_0}, \quad \Phi = \frac{\varphi}{\varphi_0}, \quad (2)$$

где D_0 – наибольший размер частиц, определяемый опытным путем v_0 – окружная скорость конца эластичного элемента, φ_0 – максимальный угол рассеивания потока.

Распределение количества частиц dN формируемого разреженного потока в элементе фазового объема согласно [8] может быть представлено формулой:

$$dN = A \cdot e^{-\frac{E}{E_0}} d\Gamma, \quad (3)$$

где E_0 – энергетическая константа; A – второй параметр распределения, определяемый из условия нормировки.

Энергия частицы E имеет стохастический характер и в контексте данной задачи представляет собой сумму кинетической энергии, полученной частицами от вращательного движения барабана, кинетической энергии, сообщаемой эластичными элементами в процессе распрямления и энергии, связанной с взаимодействием частицы со слоем материала. Таким образом получим выражение:

$$E = E_k + E_u + E_d. \quad (4)$$

Рассмотрим каждое слагаемое выражения (4). Кинетическая энергия частицы имеет вид:

$$E_k = \frac{mv^2}{2}, \quad (5)$$

где v – скорости элемента потока, m – масса вещества.

Энергия упругого взаимодействия пропорциональна углу отклонения эластичного

элемента от положения равновесия [11], таким образом:

$$E_u = \frac{k(\varphi - \alpha)^2}{2}, \quad (6)$$

Энергия, возникающая при взаимодействии частиц со слоем материала, имеет вид:

$$E_d = m \cdot g \cdot \mu \cdot \varphi \cdot h, \quad (7)$$

где μ – коэффициент трения, h – толщина слоя на направляющей поверхности.

Тогда выражение (4) с учетом (5)-(7) примет вид:

$$E = \frac{mv^2}{2} + \frac{k(\varphi - \alpha)^2}{2} + m \cdot g \cdot \mu \cdot \varphi \cdot h, \quad (8)$$

в безразмерном представлении (8) можно представить как:

$$E = \frac{P \cdot w^2 \cdot v_0^2}{12} + \frac{k(\Phi \cdot \varphi_0 - \alpha)^2}{2} + \frac{5P \cdot \mu \cdot h \cdot \Phi \cdot \varphi_0}{3}, \quad (9)$$

где

$$P = \pi \cdot D^3 \cdot D_0^3. \quad (10)$$

Таким образом, преобразуя (9) получим дифференциальную функцию распределения частиц материала по углам рассеивания:

$$f_1(\varphi) = u_0 \cdot u_2 \left(e^{M(w_{\min})} - e^{M(w_{\max})} \right), \quad (11)$$

где

$$M(w) = \frac{u_3 - u_1 \cdot w^2}{12E_0}. \quad (12)$$

Величины $u_0 - u_3$ определим по формулам:

$$\begin{aligned} u_0 &= 6E_0 \cdot A(D_{\max} - D_{\min}), \\ u_1 &= \pi \cdot D_0^3 \cdot \rho \cdot v_0^2, \\ u_2 &= \frac{1}{N \cdot D_0^2 \cdot \pi \cdot \rho}, \\ u_3 &= 6k \cdot \Phi^2 \varphi_0^2 + 12k \cdot \Phi \cdot \varphi_0 \cdot \alpha + 6k \cdot \alpha^2 + \\ &\quad + 20\pi \cdot D_0^3 \cdot \mu \cdot h \cdot \rho \cdot \Phi \cdot \varphi_0. \end{aligned} \quad (13)$$

Найдем E_0 и A из условия нормировки:

$$N = \int_{\Gamma} dN, \quad (14)$$

где N – число частиц потока.

Уравнение энергетического баланса:

$$E_L = E_p, \quad (15)$$

где E_L – энергия частиц, движущихся в потоке, E_p – энергия потока.

Тогда уравнение (15) примет вид:

$$E_L = \sum_1^N \frac{m_v \cdot v^2}{2}, \quad E_p = \int_{\Gamma} E dN. \quad (16)$$

Из формулы (15) используя выражения (16) найдем отношение N/A :

$$\frac{N}{A} = \frac{\sqrt{2} \cdot \varphi_0 \cdot \sqrt{k \cdot E_0^{-1}}}{\sqrt{\pi} \cdot v_0 \cdot w \cdot D \cdot \operatorname{erf} \left[\frac{k \cdot (\Phi \cdot \varphi_0 - \alpha)}{\sqrt{2} \cdot E_0 \sqrt{k \cdot E_0^{-1}}} \right]}. \quad (17)$$

Решая уравнение (16) относительно E_0 получим:

$$E_0 = \frac{-z_1}{2 \ln \left[\frac{576}{A \cdot D \cdot v_0 \cdot w^2 \cdot (z_2 + z_3 + 144z_1)} \right]}, \quad (18)$$

где

$$\begin{aligned} z_1 &= k \cdot (\Phi^2 \cdot \varphi_0^2 - 2\Phi \cdot \varphi_0 \cdot \alpha + \alpha^2), \\ z_2 &= 120D_0^3 \cdot D^3 \cdot \Phi \cdot \pi \cdot \mu \cdot h \cdot \rho \cdot \varphi_0, \\ z_3 &= D_0^3 \cdot D^3 \cdot \Phi \cdot \rho \cdot v_0^2 \cdot w^2. \end{aligned} \quad (19)$$

Для нахождения E_0 подставим отношение N/A в уравнение (18), затем из уравнения (17) определим A .

4. Описание формы потока по ширине

Вследствие схожего механизма формирования расширяющегося дисперсного потока по высоте и ширине, воспользуемся теми же рассуждениями. В качестве параметра будем использовать угловую координату (угол рассеивания Ψ) рис. 3.

Из (1), математическое описание осуществим относительно модуля скорости v_1 и продольного угла рассеивания Ψ . Тогда фазовый элемент будет иметь вид:

$$d\Gamma' = dv_x dv_y dD. \quad (20)$$

Введем безразмерный параметр:

$$\Psi = \frac{\psi}{\psi_0}. \quad (21)$$

С учетом (20), выражение (3) примет вид:

$$dN' = A' \cdot e^{-\frac{E'}{E_0}} d\Gamma', \quad (22)$$

где A' – нормировочная постоянная; E'_0 – энергетическая константа; E' – стохастическая энергия частицы.

Стохастическую энергию E' целесообразно представить в виде только составляющей (энергии поперечного расширения частиц), которая оказывает результирующее влияние на распределение частиц при моделировании потока в продольном сечении:

$$E' = \frac{m(v_x \cdot \operatorname{tg} \psi)^2}{2}. \quad (23)$$

Тогда получим дифференциальную функцию распределения частиц движущегося потока по углам рассеивания:

$$f_2(\psi) = \frac{6E' \cdot A' \cdot \Delta D \cdot (e^{Q(w_{\min})} - e^{Q(w_{\max})})}{\pi \cdot N \cdot D_0^3 \cdot \rho \cdot \operatorname{tg}(\Psi \cdot \psi_0)^2}, \quad (24)$$

где

$$\Delta D = D_{\max} - D_{\min},$$

$$Q(w) = \frac{-\pi \cdot D_0^3 \cdot \rho \cdot v_0^2 \cdot w^2 \cdot \operatorname{tg}(\Psi \psi_0)^2}{12E'_0}. \quad (25)$$

Таким образом (24) и (25) позволяют описать распределение частиц дисперсного потока по ширине.

Воспользуемся условием нормировки (15) и определим A' :

$$A' = \frac{N}{D \cdot H \left[\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{2} \right), \left(\frac{4}{3}, \frac{3}{2} \right), p_1 \right] \cdot \Psi \cdot \psi_0 \cdot w}, \quad (26)$$

где: H – гипергеометрическая функция;

$$p_1 = \frac{-\pi \cdot D^3 \cdot D_0^3 \cdot \rho \cdot v_0^2 \cdot w^2 \cdot \operatorname{tg}(\psi_0)^2}{12E'_0}. \quad (27)$$

Энергетический параметр E'_0 найдем из равенства

$$dN = dN'. \quad (28)$$

Тогда

$$E'_0 = \frac{p_2}{p_3 + p_4 + 6\alpha^2 \cdot k - 12 \ln \left(\frac{A}{A'} \right) \cdot E_0}, \quad (29)$$

где

$$\begin{aligned} p_2 &= \pi \cdot D_0^3 \cdot \rho \cdot v_0^2 \cdot w^2 \cdot \operatorname{tg}(\Psi \psi_0)^2 \cdot E_0, \\ p_3 &= \pi \cdot D_0^3 \cdot \rho \cdot (20\mu \cdot h \cdot \Phi \cdot \varphi_0 + w^2 \cdot v_0^2), \end{aligned} \quad (30)$$

$$p_4 = 6\Phi \cdot \varphi_0 \cdot k \cdot (\Phi \cdot \varphi_0 - 2\alpha).$$

Таким образом A' найдем из выражения (26) и E'_0 из (29).

5. Результаты исследования

Для изучения влияния частоты вращения щёточного разбрасывателя на распределения частиц по углам рассеивания (по высоте и ширине) построим и проанализируем графики. Характеристики используемого разбрасывателя представлены в табл. 1.

Табл. 1. Характеристики разбрасывателя

Диаметр барабана, мм	50
Ширина барабана распылителя, мм	100
Длина больших эластичных органов L1, мм	30
Длина меньших эластичных органов L2, мм	20
Расход жидкости, литр/ мин	2
Угол α для больших эластичных органов, градус	41
Угол α для меньших эластичных органов, градус	33
Количество эластичных элементов	20

На рис. 4 представлены кривые, отражающие влияние частоты вращения щёточного разбрасывателя на распределение частиц по углам рассеивания по высоте. Для построения графиков использовались выражения (11) - (13).

Построения выполнены при следующих параметрах: $E_0 = 0,1378$; $N/A = 0,826$; $\mu = 0,1$; $h = 2$ мм. Изменение частоты вращения разбрасывателя производилось в пределах 2100 – 3500 оборотов в минуту.

Из рис. 4 видно, что с ростом частоты вращения разбрасывателя кривая функции $f(\Phi)$ становится более полой. Это связано с тем, что поток частиц становится более разреженным, но при этом происходит увеличение высоты потока.

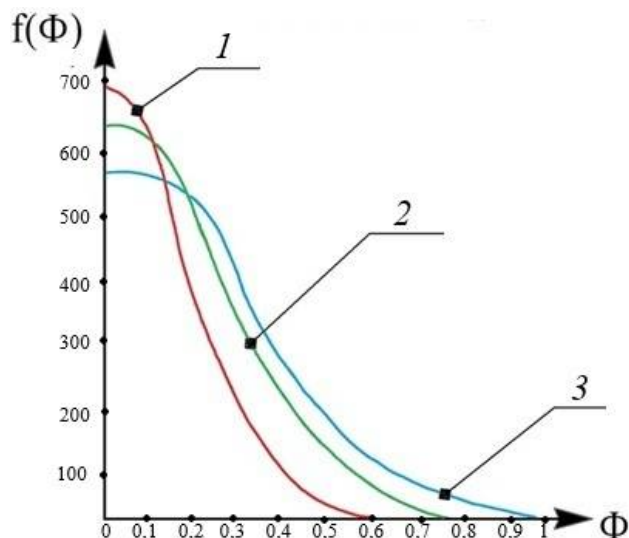


Рис. 4. Влияние частоты вращения разбрасывателя на форму кривых распределения:

1. $n = 2100 \pm 100$ об/мин;
2. $n = 2600 \pm 100$ об/мин;
3. $n = 3500 \pm 100$ об/мин.

На рис. 5 представлены дифференциальные кривые распределения числа частиц по углам рассеивания Ψ (24).

Построения выполнены при следующих параметрах: $E'_0 = 0,128$ и $N/A' = 0,036$. Изменение частоты вращения разбрасывателя производилось в тех же пределах, что и рис. 4, 2100 – 3500 оборотов в минуту.

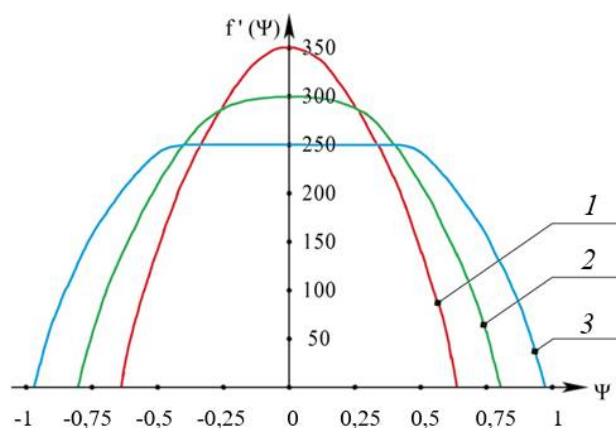


Рис. 5. Дифференциальные кривые распределения частиц по углам рассеивания:

1. $n = 2100 \pm 100$ об/мин;
2. $n = 2600 \pm 100$ об/мин;
3. $n = 3500 \pm 100$ об/мин.

При уменьшении частоты вращения кривая становится более полой, а горизонтальная площадка уменьшается.

6. Обсуждение и выводы

Для новой конструкции щеточного разбрасывателя получены дифференциальные функции распределения частиц потока по углам рассеивания по высоте и ширине, которые могут лечь в основу методов расчета аппаратов, использующих данные разбрасывателя.

Для определения влияния частоты вращения разбрасывателя на параметры расширение потока в двух плоскостях проведены расчеты для различных частот (2100 ± 100 , 2600 ± 100 , 3500 ± 100) оборотов в минуту.

Список литературы

1. Кокунова И.В., Григорьева В.А. Распределительные системы современных разбрасывателей минеральных удобрений // Актуальные проблемы науки в области АПК: материалы региональной научно-практической конференции, Великие Луки, 14 октября 2021 года. Великие Луки. Великолукская государственная сельскохозяйственная академия, 2021. С. 36-40.
2. Кафаров В.В., Дорохов И.Н., Арутюнов С.Ю. Системный анализ процессов химической технологии: измельчение и смешение. Москва: Издательство Юрайт, 2023. 440 с.
3. Устройство разбрасывания песка / Г.Л. Багич. – Патент РФ на изобретение № 2621545. Заявл. 24.02.2016, № 2016106318. Оpubл. 06.06.2017. Бюл. № 16.
4. Рабочий орган центробежного разбрасывателя удобрений / В.А. Безик, Д.А. Безик, В.В. Кузнецов, Н.А. Лаптева. – Патент РФ на полезную модель № 219499. Заявл. 13.03.2023, № 2023105813. Оpubл. 20.07.2023. Бюл. № 20.
5. Устройство для загрузки катализаторов и адсорбентов / О.В. Левин. – Патент РФ на полезную модель № 185760. Заявл. 19.09.2017, № 2018124673. Оpubл. 19.12.2018. Бюл. № 35.
6. Щеточный распылитель жидкости /

В результате проведенной работы установлено:

1. Увеличение высоты потока происходит при увеличении частоты вращения разбрасывателя. Скорости частиц при этом увеличиваются, в том числе, за счет деформации (распрямления) эластичных элементов, обуславливая наибольшее отклонение.
2. Рост частоты вращения приводит к появлению горизонтальной площадки и расширению кривой распределения.
3. Результаты проведенного исследования позволят на этапе проектирования учитывать расширение дисперсного потока по высоте и ширине. А также, вносить изменения и подбирать режимы работы у уже имеющихся конструкций.

References

1. Kokunova I.V., Grigoreva V.A. Distribution systems of modern mineral fertilizer spreaders. *Aktualnye problemy nauki v oblasti APK: materialy regionalnoi nauchno-prakticheskoi konferentsii, Velikie Luki, 14 oktiabria 2021 goda*. Velikie Luki, Velikolukskaia gosudarstvennaia selskokhoziaistvennaia akademiia, 2021. pp. 36-40. (In Russian).
2. Kafarov V.V., Dorokhov I.N., Arutiunov S.Iu. System analysis of chemical technology processes: grinding and mixing. Moskva: Izdatelstvo Yurait, 2023. 440 p. (In Russian).
3. Patent RU 2621545. *Ustroistvo razbrasvaniia peska* [Sand spreading device]. Bagich G.L. Declared 24.02.2016. Published 06.06.2017. (In Russian).
4. Patent RU 219499. *Rabochij organ centrobezhnogo razbrasiva-telya udobrenij* [The working part of a centrifugal fertilizer spreader]. Bezik V.A., Bezik D.A., Kuznetsov V.V., Lapteva N.A. Declared 13.03.2023. Published 20.07.2023. (In Russian).
5. Patent RU 185760. *Ustrojstvo dlya zagruzki katalizatorov i adsorbentov* [Device for loading catalysts and adsorbents]. Levin O.V. Declared 19.09.2017. Published 19.12.2018. (In Russian).
6. Patent RU 2553867 C1. *Shchetochnyj raspysitel zhidkosti* [Brush Liquid Sprayer].

А.И. Зайцев, А.Е. Лебедев, В.В. Власов, И.О. Кузьмин, А.А. Павлов. – Патент РФ на изобретение № 2553867 С1. Заявл. 20.11.2013, № 2013151710/05. Оpubл. 20.06.2015. Бюл. № 17.

7. Ряжских В.Н., Никанорова О.Ю. Расчет проточного аппарата идеального смешения с застойными зонами // Химия и химическая технология. 1994. Т. 33. С. 111-116.

8. Суханов А.С. Совершенствование процесса измельчения материалов в мельнице центробежно-ударного типа: дис. ... канд. техн. наук. Ярославль, 2014. 134 с.

9. Шеронина И.С. Моделирование процесса струйного смешивания сыпучих материалов в новых аппаратах центробежного типа: дис. ... канд. техн. наук. Ярославль, 2013. 146 с.

10. Ватагин А.А. Совершенствование процессов смешивания сыпучих сред, склонных к сегрегации, в аппаратах с подвижной лентой: дис. ... канд. техн. наук. Ярославль, 2022. 121 с.

11. Лебедев А.Е., Зайцев А.И., А.Б. Капранова, Кузьмин И.О. Математическая модель механики движения сыпучих материалов в разреженных потоках аппаратов с эластичными рабочими элементами // Изв. ВУЗов. Химия и химическая технология. 2012. Т. 52. Вып. 5. С. 111-113.

Zaitsev A.I., Lebedev A.E., Vlasov V.V., Kuzmin I.O., Pavlov A.A. Declared 20.11.2013. Published 20.06.2015. (In Russian).

7. Riazhskikh V.N., Nikanorova O.Iu. Calculation of a flow apparatus for ideal mixing with stagnant zones. *Himiya i himicheskaya tekhnologiya*, 1994. Vol. 33. pp. 111-116. (In Russian).

8. Sukhanov A.S. Improving the process of grinding materials in a centrifugal-impact mill. Diss. Cand. Sci. (Engineering). Yaroslavl. 2014. 145 p. (In Russian).

9. Sheronina I.S. Modeling the process of jet mixing of bulk materials in new centrifugal-type apparatuses. Diss. Cand. Sci. (Engineering). Yaroslavl. 2013. 146 p. (In Russian).

10. Vatagin A.A. Improvement of mixing processes for segregation-prone bulk media in apparatus with a moving belt. Diss. Cand. Sci. (Engineering). Yaroslavl. 2022. 121 p. (In Russian).

11. Lebedev A.E., Zaitsev A.I., A.B. Kapranova, Kuzmin I.O. Mathematical model of the mechanics of bulk materials movement in sparse flows of devices with elastic working elements. *Izv. VUZov. Himiya i himicheskaya tekhnologiya*, 2012. Vol. 52. No.5, pp. 111-113. (In Russian).