

УДК (УДК) 621.867.1

КОМПЛЕКСНАЯ ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КОНВЕЙЕРА С ЦЕПНЫМ  
ТЯГОВЫМ ОРГАНОМ И ЗВЕЗДОЧНЫМ ПРИВОДОМINTEGRATED DYNAMIC MODEL OF A CONVEYOR WITH A CHAIN TRACTION  
BODY AND A SPROCKET DRIVEНикитин С.В., Грачев А.А., Ащеулов А.В., Бортяков Д.Е.  
Nikitin S.V., Grachev A.A., Bortiaikov D.E., Ashcheulov A.V.Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого (Санкт-Петербург, Россия)  
Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University (St. Petersburg, Russian Federetion)

**Аннотация.** Известные исследования динамических процессов в цепных конвейерах основаны на различных моделях. Однако авторы таких исследований обычно не приводят полного описания своих моделей, методик определения ее параметров или же необходимые технические характеристики исследуемых машин. Поэтому такие работы не могут считаться полными и верифицируемыми. В работах посвященных анализу динамических нагрузок, вызванных кинематикой зацепления, модели построены без учета влияния на динамический процесс характеристик таких узлов как привод, натяжное устройство и отсутствует какая-либо оценка их влияния. Разработанная комплексная динамическая модель цепного конвейера представляет собой совокупность связанных между собой подмоделей различных устройств машины. Тяговый орган представляется эквивалентным упруго-вязким стержнем, колебания в котором описываются уравнением в частных производных. Подмодели привода, натяжного и отклоняющих устройств являются системами дискретных масс, движение которых описывается дифференциальными уравнениями второго порядка. Объединение отдельных подмоделей в единую комплексную модель осуществляется при помощи кинематических и силовых связей с подмоделью тягового органа, которая и является связующим звеном. Решение уравнений системы может быть осуществлено известными численными методами. Параметры моделей, величины масс, жесткостей, коэффициентов вязкого сопротивления, определяются на основе технических характеристик моделируемой машины, справочной информации или результатов их аналитического расчета. Разработан и проведен ряд численных экспериментов, как результат которых в работе приведены величины максимального динамического усилий в тяговом органе экспериментальных моделей, вычисленные при помощи аналитических и численных методов. Расчет по разработанной комплексной модели, учитывающей волновые процессы в тяговом органе и влияние динамически характеристик привода, натяжного устройства, позволяет получить приемлемую оценку максимального динамического усилия в тяговом органе конвейера, а также оценить возможность протекания резонансных явлений в машине.

**Abstract.** Well-known studies of dynamic processes in chain conveyors are based on various models. However, the authors of such studies usually do not provide a complete description of their models, methods for determining its parameters, or the necessary technical characteristics of the machines under study. Therefore, such studies cannot be considered complete and verifiable. In the studies devoted to the analysis of dynamic loads caused by gearing kinematics, the models are constructed without taking into account the influence on the dynamic process of the characteristics of such components as the drive, tensioner, and there is no assessment of their influence. The developed integrated dynamic model of a chain conveyor is a set of interconnected submodels of various machine devices. The traction body is represented by an equivalent viscoelastic rod, the vibrations in which are described by a partial differential equation. The submodels of drive, tension, and deflection devices are systems of discrete masses whose motion is described by second-order differential equations. The integration of individual submodels into a single integrated model is carried out using kinematic and force connections with the submodel of the traction body, which serves as the connecting link. The equations of the system can be solved using known numerical methods. The parameters of the models, such as values of masses, stiffness, and coefficients of viscous resistance, are determined based on the technical characteristics of the simulated machine, reference information, or the results of their analytical calculation. A number of numerical experiments have been developed and carried out, as a result of which the values of the maximum dynamic forces in the traction organ of experimental models, calculated using analytical and numerical methods, are presented in this study. The calculation based on the developed integrated model, which takes into account the wave processes in the traction body and the influence of the dynamic characteristics of the drive and tensioner, make it possible to obtain an acceptable estimate of the maximum dynamic force in the traction body of the conveyor, as well as to assess the possibility of resonant phenomena occurring in the machine.

**Ключевые слова:** цепной конвейер, динамическая модель, динамические усилия, кинематика зацепления, численное моделирование

**Дата получения статьи:** 10.09.2025  
**Дата принятия к публикации:** 11.11.2025  
**Дата публикации:** 25.12.2025

#### Сведения об авторах:

**Никитин Сергей Васильевич** – кандидат технических наук, доцент Высшей школы транспорта Института машиностроения, материалов и транспорта, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,  
*e-mail: sergey\_nikj@mail.ru.*

*ORCID:* <https://orcid.org/0000-0001-8026-9648>

**Грачев Алексей Андреевич** – кандидат технических наук, доцент, директор Высшей школы транспорта Института машиностроения, материалов и транспорта, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,  
*e-mail: springbird@mail.ru.*

*ORCID:* <https://orcid.org/0000-0002-4550-7636>

**Бортыков Данил Евгеньевич** – кандидат технических наук, доцент, доцент Высшей школы транспорта Института машиностроения, материалов и транспорта, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,  
*e-mail: bortyakov@ratte.ru.*

*ORCID:* <https://orcid.org/0000-0003-1406-418X>

**Ащеулов Александр Витальевич** – доктор технических наук, профессор Высшей школы транспорта Института машиностроения, материалов и транспорта, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,  
*e-mail: atsheulov\_av@spbstu.ru.*

*ORCID:* <https://orcid.org/0000-0002-8370-1843>

**Keywords:** chain conveyor, dynamic model, dynamic forces, gearing kinematics, numerical simulation

**Date of manuscript reception:** 10.09.2025  
**Date of acceptance for publication:** 11.11.2025  
**Date of publication:** 25.12.2025

#### Authors' information:

**Sergey V. Nikitin** – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Higher School of Transport at Institute of Mechanical Engineering, Materials and Transportation, Peter the Great St.Petersburg Polytechnic University, *e-mail: sergey\_nikj@mail.ru.*

*ORCID:* <https://orcid.org/0000-0001-8026-9648>

**Aleksey A. Grachev** – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, head of the Higher School of Transport at Institute of Mechanical Engineering, Materials and Transportation, Peter the Great St.Petersburg Polytechnic University,  
*e-mail: springbird@mail.ru.*

*ORCID:* <https://orcid.org/0000-0002-4550-7636>

**Danil E. Bortyakov** – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of the Higher School of Transport at Institute of Mechanical Engineering, Materials and Transportation, Peter the Great St.Petersburg Polytechnic University,  
*e-mail: bortyakov@ratte.ru.*

*ORCID:* <https://orcid.org/0000-0003-1406-418X>

**Aleksandr V. Ashcheulov** – Doctor of Technical Sciences, Professor of the Higher School of Transport at Institute of Mechanical Engineering, Materials and Transportation, Peter the Great St.Petersburg Polytechnic University, *e-mail: atsheulov\_av@spbstu.ru.*

*ORCID:* <https://orcid.org/0000-0002-8370-1843>

## 1. Введение

При проектировании конвейеров техническим заданием обычно даются - производительность, размеры трассы и условия эксплуатации. Целью расчетчиков и конструкторов является создание наиболее оптимальной конструкции с точки зрения массы машины, ее прочности и долговечности. Достичь этой цели невозможно без использования достоверных методик расчета, причем достаточно точное определение нагрузок в элементах конструкции машины - одна из важнейших задач.

Статическая нагруженность машин этого типа хорошо изучена, в литературе приводятся необходимые коэффициенты сопро-

тивления, а методика расчета достаточно проста [1, 2].

Величина динамических нагрузок, возникающих во время работы цепного конвейера, зависит от большего количества факторов. Она поддается прямому аналитическому расчету только по сильно упрощенным моделям, учитывающим тяговый элемент и грузы как единую сосредоточенную массу [1-3]. Более сложные модели, создаваемые в настоящее время многими исследователями [3-14], позволяют учитывать влияние характеристик тягового органа, приводного, натяжного, отклоняющих устройств, а значит и более достоверно определять величины динамического нагружения элементов машины.

Попытка провести аналитическое исследование динамических нагрузок в тяговом элементе скрепера проведена в [4]. Решение ищется на основе дифференциального уравнения в частных производных, описывающего продольные колебания тягового органа, а основным возмущающим воздействием являются периодические удары ходовых роликов на стыках направляющих. Учитывая, что аналитическое решение волнового уравнения можно получить только для простейших случаев, найденные зависимости нельзя распространить на машины имеющие, например, различную загруженность трассы. Так же в найденном решении не учитываются параметры ходовых роликов, отклонения в стыках направляющих, которые должны влиять на величину возмущений. Наличие в реальной машине вдоль трассы конвейера нескольких стыков направляющих, расположенных на различных расстояниях друг от друга, делает полученные в работе результаты вообще не верными.

В работах [5-7] представлены исследования рабочих процессов в цепных конвейерах на моделях, построенных в средах твердотельного (MSC.Adams) и конечно-элементного (LS-DYNA) анализа. Следует отметить, что методика построения представленных моделей в работах не изложена, а учитывая, что конструкция конвейера уже должна быть известна, такой подход, при определении нагруженности машины, не применим на начальных этапах проектирования. Методика построения моделей (граничные и контактные условия, места приложения нагрузок) и характеристики исследуемых машин авторами не представлены, что делает полученные результаты неверифицируемыми.

В работе [8] представлена простая динамическая модель скребкового конвейера совместно с электромеханической моделью двигателя переменного тока. Рабочая ветвь тягового элемента с грузом представлены здесь одной дискретной массой и двумя упругими связями, а порожняя ветвь никак не отражена. Многие параметры указанной модели автором не раскрыты, а особенности применения не исследованы, поэтому слож-

но судить о качестве получаемых на ее основе расчетных результатов.

В работах [9-13] описаны динамические модели цепных конвейеров, построенные в абсолютных координатах и предназначенные для моделирования процессов пуска и торможения машины, представлены результаты моделирования, а в некоторых случаях и результаты сравнения с данными натурных экспериментов. Указывается высокая степень адекватности данных моделей, однако распространить результаты этих исследований на машины с широким кругом технических параметров для расчетов их нагруженности в различных технологических режимах – невозможно. Это связано с тем, что в данных работах не дается полного описания моделей и принципов определения их параметров, особенно параметров демпфирования.

Так же замечено, что в построенных моделях отсутствует учет кинематики зацепления звездочного привода с тяговыми цепями, отсутствует натяжное устройство и авторы не задаются вопросом или просто его опускают, считая не важным, определения начальных условий при моделировании.

В работе [14] так же описывается простая динамическая модель цепного конвейера в абсолютных координатах, но с учетом кинематики зацепления привода. Однако никаких результатов расчетов и сопоставления их результатов с известными не приводится.

В работе [3] представлена методика формирования динамических моделей цепных конвейеров в относительных координатах, которые рассматривают динамические процессы в тяговом органе под действием возмущений, вызванных кинематикой зацепления привода, без учета статической составляющей их нагруженности. Кинематические воздействия на тяговый элемент в цепном конвейере являются периодическим воздействием, что, при совпадении собственной частоты машины с частотой возмущений, может привести к резонансу и дальнейшему выходу из строя машины.

Анализ приведенных выше источников [3-14] приводит к следующим заключениям:

1. Создание известных сложных динамических моделей конвейеров с цепным тяго-

вым органом, обычно требует индивидуального подхода к каждой из них. Необходимо проведение следующих этапов: выявление физических принципов работы машины, их математическое описание, реализация алгоритма вычислений на ЭВМ, вычисление или назначение параметров модели, планирование и проведение численных экспериментов. Однако не все эти этапы четко описаны авторами указанных источников.

2. Динамические модели конвейеров построены по одинаковым принципам, но имеют различия в реализации и учитываемых динамических факторах.

3. Отдельные модели, имеющие неизменное количество дискретных масс, при моделировании конвейеров с различными параметрами (особенно с различной длиной трассы) будут давать не сопоставимые по точности результаты расчета.

4. В известных работах посвященных анализу динамических нагрузок в тяговом органе цепных конвейеров, вызванных кинематикой зацепления привода, расчетные модели построены без учета влияния на динамический процесс характеристик таких узлов как привод, натяжное устройство, а также отсутствует оценка их влияния этих характеристик на получаемые результаты.

5. Верифицировать результаты расчетов и натурных экспериментов, представленных в указанных работах невозможно из-за отсутствия полного описания расчетных моделей, задаваемых параметров машин. Так же отсутствует сравнение полученных данных с расчетами, выполненными по известным аналитическим зависимостям [1-3], используемым в инженерной практике.

Учитывая приведенные выше выводы, в данной работе с целью совершенствования методологии расчета динамических нагрузок в цепных конвейерах предлагается:

1. Разработать принципы построения комплексной динамической модели конвейера, которую можно использовать в специальном программном обеспечении для быстрого формирования расчетной модели машины. Такая модель будет состоять из отдельных подмоделей узлов машины, объединенных вместе в единое целое. Указанный

подход сэкономит время разработчика и позволит избежать ошибок.

2. Разработать элементы комплексной модели, включающие модели тягового органа, приводного, натяжного и отклоняющего устройств.

3. Оценить результаты расчета динамических нагрузок в элементах конвейера при помощи разработанной модели и сравнить их с результатами аналитических расчетов по известным соотношениям, используемым в инженерной практике [1-3].

## 2. Комплексная модель цепного конвейера

Общий принцип построения комплексной модели конвейера заключается в том, что задача разделяется на несколько частей – подмоделей различных узлов машины, которые могут быть реализованы отдельно. При этом реализаций может быть несколько, например с различной детализацией подмоделей, которые применялись бы в той или иной ситуации моделирования. Отдельные подмоделей могут быть объединены в единую модель машины по средством специально продуманного интерфейса их взаимодействия.

Например, при реализации комплексной модели конвейера с цепным тяговым элементом были выделены следующие части-подмоделей (рис. 1, а): тяговый орган, привод, натяжное и отклоняющие устройства, грузовые единицы, если необходимо более тщательное моделирование динамических процессов их взаимодействия с тяговым органом.

На функциональной схеме (рис. 1, б) комплексной модели конвейера показано, каким образом осуществляется взаимодействие отдельных подмоделей. Подмодель «тяговый орган» является центральным звеном, соединяющим между собой остальные элементы машины. Взаимодействие устройств с тяговым органом осуществляется в узлах, координаты которых  $U$  (с соответствующими индексами) вычисляются при решении уравнений соответствующих подмоделей, которые, в качестве входных воздействий принимают от подмодели «тяговый орган» действующие на них усилия  $P$  или  $F$



(на рисунке они представлены с соответствующими индексами).

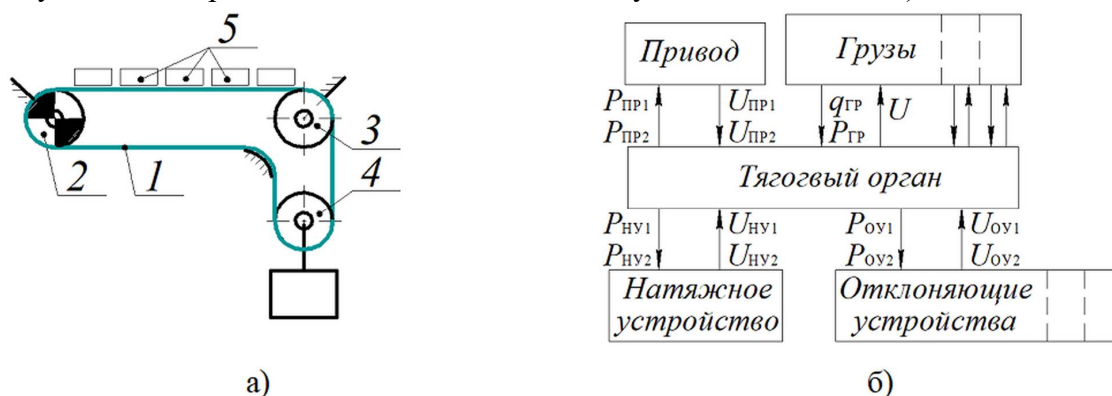


Рис. 1. Обобщенная схема модели конвейера: а) схема элементов конвейера; б) функциональная схема комплексной модели (1 – тяговый орган; 2 – привод; 3 – отклоняющее устройство; 4 – натяжное устройство; 5 – грузы)

Использование численных методов [15] при решении уравнений динамики, составляющих каждую из подмоделей, предполагает задание начальных и граничных условий, а также задание модельного времени, изменяющегося от начального  $t_0$  до конечного  $t_1$  значения с определенным шагом  $\Delta t$ . Это обстоятельство определяет очередность решения отдельных подмоделей. Например, так как при решении уравнений подмоделей привода, натяжного или отклоняющего устройств определяются положениями связанных с ними узлов тягового элемента, то они должны быть решены первыми. После чего, найденные положения указанных узлов подмодели тягового элемента будут являться граничными условиями при решении его модели. Таким образом, для правильного решения комплексной модели используется управляющая программа, которая обеспечивает передачу информации между отдель-

ными подмоделями и их последовательный запуск на решение каждый отдельный шаг по времени.

Следует отметить, что описанные ниже подмодели построены в относительных координатах, т.е. основное движение тягового органа и других элементов конвейера не рассматривается. Поэтому в моделях не учитываются статические сопротивления, не рассматривается процесс разгона конвейера, а найденные, после решения уравнений динамики, усилия в элементах машины определяют только динамическую добавку, возникающую в следствие действия неравномерности движения шарнира цепи, находящегося в зацеплении с приводом.

Подмодель тягового органа может быть представлена в виде эквивалентного упруго-вязкого стержня (рис. 2, а), либо дискретной системы с сосредоточенными массами (рис. 2, б) [3].

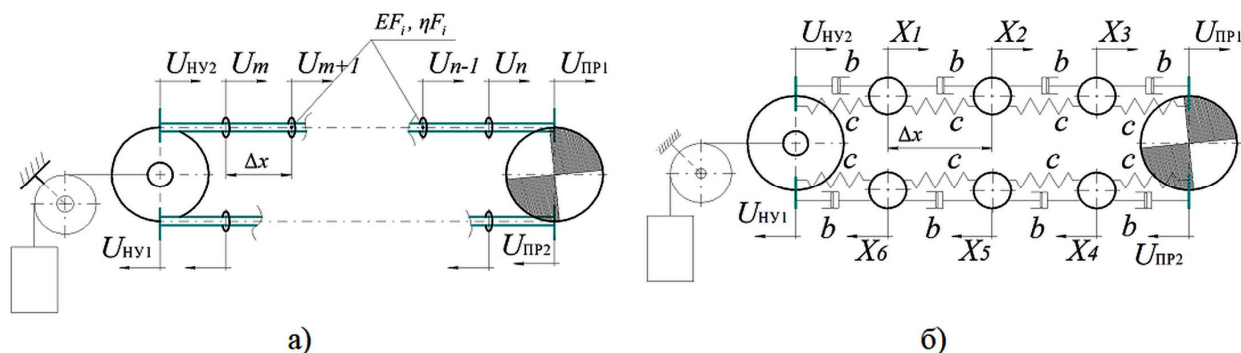


Рис. 2. Динамическая модель конвейера с представлением тягового органа в виде стержня с распределенными параметрами (а) и сосредоточенных масс (б) во взаимодействии

с приводом и натяжным устройством

Модель эквивалентного упруго-вязкого стержня математически описывается уравнением Эйлера-Бернулли

$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\eta F}{m_0} \frac{\partial^3 U}{\partial t \partial x^2} + \frac{f(t, x)}{m_0}. \quad (1)$$

Искомая функция  $U(x, t)$  характеризует продольное смещение сечения упруго-вязкого стержня, а продольная сила в стержне  $N = EF \cdot \partial U / \partial t$  связана с деформациями законом Гука для одноосного напряженного состояния.

Коэффициент  $v$  (м/с<sup>2</sup>) имеет размерность и физический смысл скорости движения волны вдоль стержня или струны. Коэффициент  $\eta$  (кг·м<sup>-1</sup>·с<sup>-1</sup>) определяет уровень поглощаемой системой энергии и имеет размерность коэффициента динамической вязкости. Коэффициенты  $F$ ,  $m_0$  соответственно имеют смысл площади поперечного сечения описываемого стержня и его погонной массы. Член  $f(t, x)$  определяет действие приложенных внешних нагрузок.

Численное решение уравнения в частных производных (1) осуществляется конечно-разностным методом, при этом используется устойчивая неявно-явная разностная схема [15]. Результатом являются перемещения  $U_{i,j}$  конечного числа сечений с номером  $j$  экви-

валентного упруго-вязкого стержня в дискретные моменты времени, определяемые индексом  $t$ .

Во втором случае эквивалентный упруго-вязкий стержень разбивается на систему сосредоточенных масс, соединенных друг с другом упруго-вязкими связями (рис. 2, б). Такая модель тягового органа описывается системой дифференциальных уравнений движения [3], а численное решение может быть найдено одним из известных методов [15].

Параметры упруго-вязких связей или эквивалентного тяговому органу стержня определяются исходя из выбранных типоразмеров его элементов [3, 16, 17].

Цепной тяговый орган конвейера обычно приводится в движение зацеплением звездочным или гусеничным приводом, поэтому привод становится источником периодического кинематического возмущения, которое действует постоянно при работе машины. Ниже, для примера, представлена модель звездочного привода.

Дискретная модель привода, представленная на рис. 3, а) описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{cases} M_{\text{ПР}} \cdot \ddot{X}_{\text{ПР}} = -C_{\text{ПР}} \cdot X_{\text{ПР}} - b_{\text{ПР}} \cdot \dot{X}_{\text{ПР}} + P_{\text{ПР1}} + P_{\text{ПР2}} \\ (J_{\text{ЗВ}} + M_{\text{Ц}} \cdot R^2) \cdot \ddot{\psi} = (P_{1\tau} - P_{2\tau}) R - C_{\psi} \cdot \psi - b_{\psi} \cdot \dot{\psi}, \\ J_{\text{ПР}} \cdot \Delta \dot{\omega} = \beta \cdot i^2 \cdot \Delta \omega + C_{\psi} \cdot \psi + b_{\psi} \cdot \dot{\psi} \end{cases} \quad (2)$$

где  $M_{\text{ПР}}$  – масса привода;  $M_{\text{Ц}}$  – масса цепи, лежащей на приводной звездочке;  $J_{\text{ПР}}$  – момент инерции привода, приведенный к выходному валу редуктора;  $J_{\text{ЗВ}}$  – момент инерции приводной звездочки;  $C_{\text{ПР}}$  и  $b_{\text{ПР}}$  – параметры жесткости и демпфирования рамы привода;  $C_{\psi}$  и  $b_{\psi}$  – параметры жесткости и демпфирования элементов привода на кручение, в настоящей модели подразумеваются характеристики вала на котором установлена приводная звездочка;  $\beta$  – параметр, характеризующий наклон рабочего участка механической характеристики двигателя;  $i$  – передаточное число механизма;  $R$  – радиус делительной окружности приводной звездочки.

Момент инерции  $J_{\text{ПР}}$  определяется соотношением

$$J_{\text{ПР}} = 1,2 \cdot J_{\text{РОТ}} \cdot i^2,$$

где  $J_{\text{РОТ}}$  – момент инерции ротора двигателя, коэффициент 1,2 характеризует участие вращающихся масс редуктора.

Первое уравнение системы (2) описывает упругие смещения рамы привода  $X_{\text{ПР}}$  от положения равновесия под действием динамических нагрузок  $P_{\text{ПР1}}$  и  $P_{\text{ПР2}}$  со стороны тягового органа, определяемых, например, в случае представления тягового органа моделью с распределенными параметрами, соотношениями

$$P_{\text{ПР1}} = \frac{EF}{\Delta x} \cdot (U_{\text{ПР1}} - U_{\text{ПР1-1}}) \quad \text{и} \quad P_{\text{ПР2}} = \frac{EF}{\Delta x} \cdot (U_{\text{ПР2+1}} - U_{\text{ПР2}}). \quad (3)$$

где  $EF$  – приведенная жесткость 1 м тягового органа,  $\Delta x$  – дискретность разбиения модели тягового органа при решении уравнения (1) конечно-разностным методом,  $U$  с соответствующими индексами – в координаты узлов

модели тягового органа, взаимодействующих с моделью привода (индекс, указывающий на временную координату условно не указан).

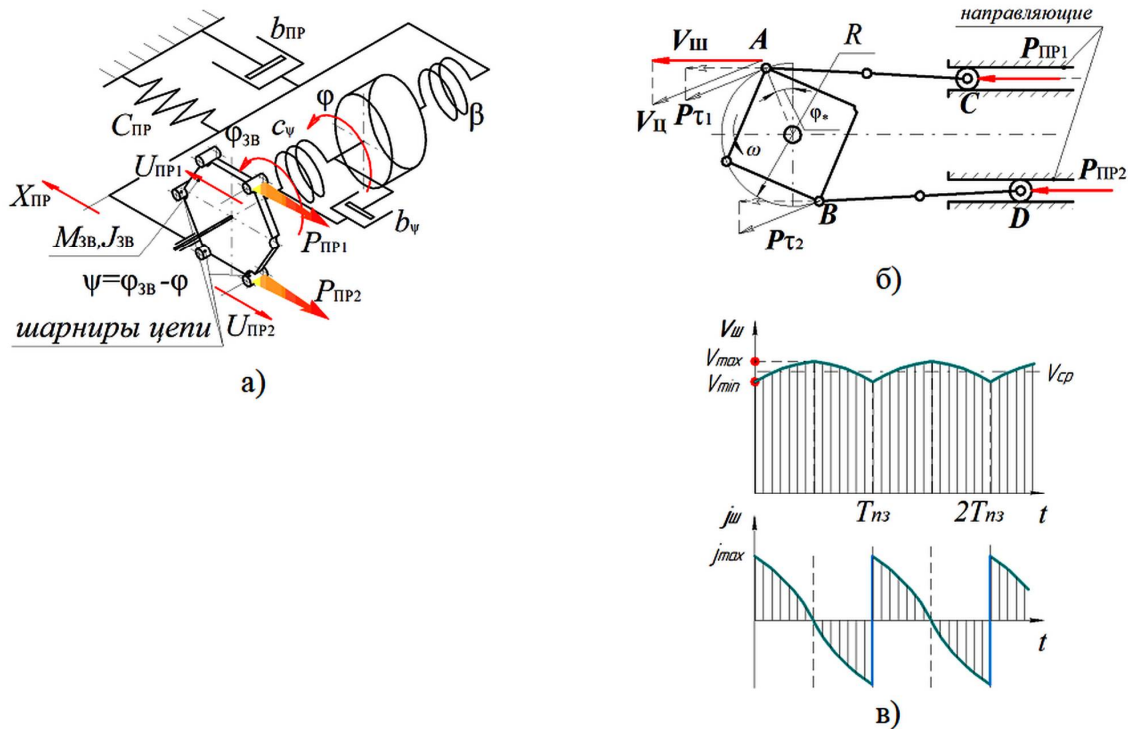


Рис. 3. Подмодель приводного устройства: а) динамическая модель; б) схема к определению направлений действующих усилий; в) графики скорости и ускорения шарниров цепи, входящих в зацепление с зубьями приводной звездочки

Усилия  $P_{1\tau}$  и  $P_{2\tau}$  во втором уравнении системы (2), характеризующем крутильные колебания звездочки совместно с находящейся на ней цепью с углом отклонения, заданным координатой  $\psi$ , являются проекциями уси-

$$P_{1\tau} = P_{\text{ПР1}} \cdot \cos(\varphi_* + \psi - \pi/z); \quad P_{2\tau} = P_{\text{ПР2}} \cdot \cos(\varphi_* + \psi - \pi/z), \quad (4)$$

где  $z$  – число зубьев звездочки.

Последнее уравнение системы (2) определяет отклонение скорости вращения выходного вала редуктора привода  $\Delta\omega$  от его номинальной скорости  $\omega$  под действием внешних динамических усилий. При этом абсолютный угол поворота выходного вала определяется интегрированием

$$\varphi = \int (\omega + \Delta\omega) dt,$$

а затем приводится, при помощи функции округления до меньшего целого  $\text{floor}(u)$ , к

уравнению  $P_{1\tau}$  и  $P_{2\tau}$  на оси касательные делительной окружности звездочки проведенные через точки касания шарниров цепи с зубьями (рис. 3, б)

диапазону  $[-\pi/z; +\pi/z]$ , соответствующему изменению угла поворота звездочки во время одного переацепления её зуба с шарниром цепи

$$\varphi_* = -\pi/z + \varphi - \frac{2 \cdot \pi}{z} \text{floor}\left(\frac{\varphi \cdot z}{2 \cdot \pi}\right). \quad (5)$$

Величина параметра  $\beta$  может быть определена по паспортным характеристикам двигателя:

$$\beta = \frac{-M_{\text{НОМ}}}{\omega_0 \cdot s},$$

где  $\omega_0$  – синхронная частота вращения электромагнитного поля статора;  $M_{\text{ном}}$  – номинальный момент двигателя;  $s$  – скольжение электродвигателя при номинальном моменте, выраженное в долях от 1.

Известно, что скорость шарниров цепи в **А** и **В** горизонтальном направлении  $V_{\text{ш}}(t) = R \cdot \omega \cdot \cos(\varphi)$  (рис. 3, б) набегающего и сбе-

гающего с приводной звездочки переменна, что приводит к возникновению ускорений (рис. 3, в) и передаваемых на цепь тягового органа динамических возмущений. Вычитая среднюю скорость движения шарнира  $V_{\text{ср}}$  из  $V_{\text{ш}}(t)$ , а затем интегрируя по времени получают законы относительных движений выходных узлов звездочного привода:

$$\begin{aligned} U_{\text{ПР1}}(t) &= R \cdot \sin(\varphi_* + \psi - \pi/z) + \sqrt{l_0^2 - (R \cdot \cos(\varphi_* + \psi - \pi/z) - h)^2} - \\ &- \frac{R \cdot \omega \cdot z}{\pi} \cdot \sin(\pi/z) \cdot t + R \cdot \sin(\pi/z) - \sqrt{l_0^2 - (R \cdot \cos(\pi/z) - h)^2} + X_{\text{ПР}} + \xi_1; \\ U_{\text{ПР2}}(t) &= R \cdot \sin(\varphi_*^* + \psi - \pi/z) + \sqrt{l_0^2 - (R \cdot \cos(\varphi_*^* + \psi - \pi/z) - h)^2} - \\ &- \frac{R \cdot \omega \cdot z}{\pi} \cdot \sin(\pi/z) \cdot t + R \cdot \sin(\pi/z) - \sqrt{l_0^2 - (R \cdot \cos(\pi/z) - h)^2} - X_{\text{ПР}} - \xi_2. \end{aligned} \quad (6)$$

Координата  $\varphi_*^*$  определяет положение сбегающего со звездочки шарнира цепи, поэтому при четном числе её зубьев  $z$ , когда

$$\varphi_*^*(t) = \begin{cases} \varphi_*(t) + \pi/z & \text{при } \varphi(t) \leq \pi/z \\ \varphi_*(t) - \pi/z & \text{при } \varphi(t) > \pi/z \end{cases}. \quad (4)$$

Параметры  $\xi_1$  и  $\xi_2$  необходимы для обеспечения равновесного состояния динамической системы в начальный момент времени. Они определяются на этапе задания начальных условий. Так, например, в начальный момент времени при начальных положениях координат модели привода  $\varphi_0 = -2\pi/z$ ,  $\psi_0 = 0$ ,  $X_{\text{ПР0}} = 0$  определяются перемещения выходных узлов  $U_{\text{ПР1}}$  и  $U_{\text{ПР2}}$  по соотношениям (5). Таким же образом определяются координаты выходных узлов остальных дискретных подмоделей. Затем вычисляются координаты тягового органа таким образом, чтобы он в начальный момент времени оказался бы равномерно нагружен по всей его длине. Это его состояние и будет начальным. Таким образом привод оказывается нагружен внешней ненулевой нагрузкой, а значит будет находиться не в равновесном начальном состоянии. Чтобы уравновесить систему рассчитываются новые начальные условия

$$X_{\text{ПР0}} = (P_{\text{ПР1}} + P_{\text{ПР2}}) / C_{\text{ПР}};$$

$$\psi_0 = (P_{1\tau} - P_{2\tau}) R / C_{\psi};$$

$$\varphi_* = \varphi_0 - \psi,$$

а параметры  $\xi_1$  и  $\xi_2$  принимаются равными –  $X_{\text{ПР0}}$ , чтобы сохранить вычисленные ранее

сбегающий и набегающий шарниры движутся одинаково,  $\varphi_*^* = \varphi_*$ , а при нечетном

координаты выходных узлов привода  $U_{\text{ПР1}}$  и  $U_{\text{ПР2}}$  неизменными.

Натяжное и отклоняющее устройства в общей модели конвейера являются источниками дополнительных инерционных нагрузок. Они способны поглощать и отражать часть энергии упругих волн, распространяющихся в тяговом элементе конвейера.

При создании динамических моделей этих устройств, представленных на рис.4, приняты следующие положения и допущения:

- натяжное и отклоняющее устройства – ведомые элементы, поэтому изменение обобщенных координат моделей происходит только под действием внешних воздействий;

- не учитывается вращательная инерция отклоняющих звездочек, т.к. наличие звездочки не влияет на распространение упругих волн деформации в тяговой цепи;

- сопротивления в шарнирах вращающихся элементов не учитываются, т.к. рассматриваются относительные колебания системы, а скорость вращения не меняет знак;

- для упрощения модели натяжного устройства принято условие, что набегающий и сбегающий участки тягового органа параллельны направлению колебаний устройства в продольном направлении.



Динамическая модель отклоняющего устройства (рис. 4, а) представлена системой из двух масс  $m_{\text{ц}} = m_0 \cdot z_3 \cdot t_{\text{ц}} / 8$ , характеризующих тяговую цепь, находящуюся на отклоняющей звездочке, где  $z_3$  – число зубьев

$$\begin{cases} m_{\text{ц}} \cdot \ddot{U}_{\text{OY1}} = -P_1 + C_{\text{ц}}(U_{\text{OY2}} - U_{\text{OY1}}) + b_{\text{ц}}(\dot{U}_{\text{OY2}} - \dot{U}_{\text{OY1}}) \\ m_{\text{ц}} \cdot \ddot{U}_{\text{OY2}} = P_2 + C_{\text{ц}}(U_{\text{OY1}} - U_{\text{OY2}}) + b_{\text{ц}}(\dot{U}_{\text{OY1}} - \dot{U}_{\text{OY2}}) \end{cases}, \quad (7)$$

где  $P_1$  и  $P_2$  – усилия, действующие со стороны тягового органа, которые могут быть

звездочки,  $t_{\text{ц}}$  – шаг цепи. Массы соединены упруго-вязкой связью, параметры которой определяются длиной участка цепи, находящейся на звездочке. Система дифференциальных уравнений движения имеет вид

определены аналогично усилиям, действующим на привод по выражениям (3).

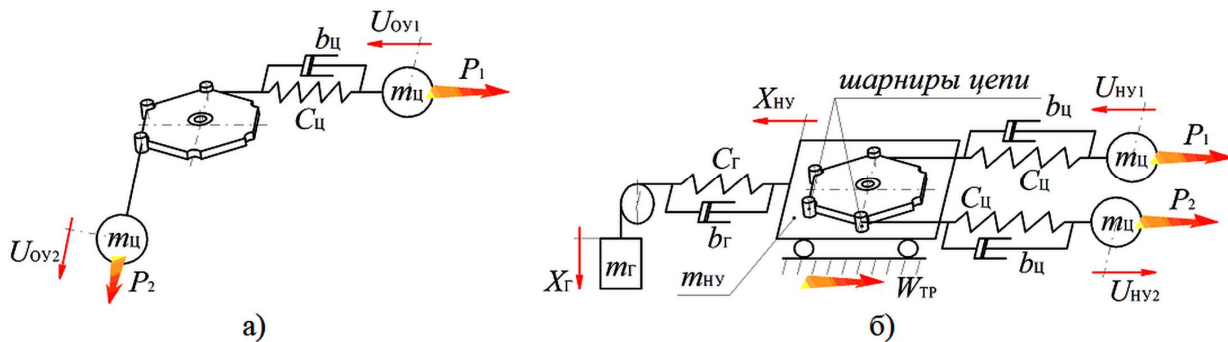


Рис. 4. Динамические модели: а) отклоняющего и б) натяжного устройств

Так как отклоняющее устройство не вносит в колебания тягового органа дополнительных сопротивлений его подмодель можно не включать в общую модель конвейера.

$$\begin{cases} m_{\text{ц}} \cdot \ddot{U}_{\text{HY1}} = -P_1 + C_{\text{ц}}(U_{\text{HY2}} - U_{\text{HY1}} + 2X_{\text{HY}})/2 + b_{\text{ц}}(\dot{U}_{\text{HY2}} - \dot{U}_{\text{HY1}} + 2\dot{X}_{\text{HY}})/2 \\ m_{\text{ц}} \cdot \ddot{U}_{\text{HY2}} = P_2 + C_{\text{ц}}(U_{\text{HY1}} - U_{\text{HY2}} - 2X_{\text{HY}})/2 + b_{\text{ц}}(\dot{U}_{\text{HY1}} - \dot{U}_{\text{HY2}} - 2\dot{X}_{\text{HY}})/2 \\ m_{\text{HY}} \cdot \ddot{X}_{\text{HY}} = C_{\text{г}} \cdot (x_{\text{г}} - x_{\text{HY}}) + b_{\text{г}} \cdot (\dot{x}_{\text{г}} - \dot{x}_{\text{HY}}) + C_{\text{ц}}(U_{\text{HY1}} - U_{\text{HY2}} - 2X_{\text{HY}}) + b_{\text{ц}}(\dot{U}_{\text{HY1}} - \dot{U}_{\text{HY2}} - 2\dot{X}_{\text{HY}}) + W_{\text{тp}} \\ M_{\text{г}} \cdot \ddot{X}_{\text{г}} = C_{\text{г}} \cdot (X_{\text{HY}} - X_{\text{г}}) + b_{\text{г}} \cdot (\dot{X}_{\text{HY}} - \dot{X}_{\text{г}}) \end{cases}. \quad (8)$$

Здесь обобщенные координаты имеют следующий смысл:  $U_{\text{HY1}}$  и  $U_{\text{HY2}}$  – положения дискретных масс, характеризующих цепь, находящуюся на отклоняющей звездочке устройства;  $X_{\text{HY}}$  – перемещение рамы натяжного устройства;  $X_{\text{г}}$  – перемещение груза натяжного устройства.

Параметры модели натяжного устройства:  $m_{\text{ц}}$  – половина массы тягового органа вращающаяся совместно с отклоняющей звездочкой;  $C_{\text{ц}}$  и  $b_{\text{ц}}$  – параметры упруго-вязкой связи между звездочкой и элементами цепи;  $m_{\text{HY}}$  – масса элементов натяжного устройства совершающих продольные колебания;  $m_{\text{г}}$  – масса натяжного груза;  $C_{\text{г}}$  и  $b_{\text{г}}$  – параметры

Система уравнений движения, описывающая колебания элементов натяжного устройства имеет вид

жесткости и демпфирования рамы устройства, натяжной пружины либо элемента подвески груза в зависимости от типа натяжного устройства;  $W_{\text{тp}}$  – сила сухого трения, действующая между основанием и рамой устройства;  $P_1$  и  $P_2$  – усилия, действующие со стороны тягового органа.

Динамической моделью рис.4, б) можно описать и другие виды натяжных устройств. Например, при моделировании винтового натяжного устройства следует зафиксировать координату  $X_{\text{г}} = 0$  и исключить из системы 8 последнее уравнение, а параметры  $C_{\text{г}}$  и  $b_{\text{г}}$  задать соответствующими характеристикам винтов устройства.

Особое внимание необходимо уделять моделированию действия на систему силы трения  $W_{\text{ТР}}$  между основанием и рамой натяжного устройства. Здесь протекают процессы перехода от трения покоя к трению скольжения и обратно, при этом величины сил трения определяются по-разному.

Находясь в состоянии покоя, возникающая сила трения  $W_{\text{ТР}}$  не больше силы трения покоя  $W_{\text{П}}$  и направлена противоположно внешнему усилию  $P_{\text{ВН}}$ , действующему на покоящееся тело. Если тело (в нашем случае – рама натяжного устройства) находится в движении относительно опорной поверхности, то сила трения равна силе трения скольжения  $W_{\text{С}}$  или качения, в зависимости от устройства ходовой части. Учитывая принятые обозначения, величина сил трения  $W_{\text{ТР}}$  в системе (7) определяется в следующем порядке:

$$\begin{cases} W_{\text{ТР}} = -P_{\text{ВН}} & \text{если } (\dot{x}_{\text{НУ}} = 0) \text{ и } (|P_{\text{ВН}}| < W_{\text{П}}); \\ W_{\text{ТР}} = W_{\text{П}} \cdot \text{sign}(-P_{\text{ВН}}) & \text{если } (\dot{x}_{\text{НУ}} = 0) \text{ и } (|P_{\text{ВН}}| > W_{\text{П}}); \\ W_{\text{ТР}} = W_{\text{С}} \cdot \text{sign}(-\dot{x}_{\text{НУ}}) & \text{во всех остальных случаях,} \end{cases}$$

Решая системы уравнений (2), (7) и (8) определяют координаты выходных узлов дискретных устройств, которые являются граничными условиями для модели тягового органа (рис. 1). Решая уравнения модели тягового органа, определяются усилия, действующие на дискретные устройства. Таким образом получается полностью замкнутая динамическая модель конвейера, позволяющая исследовать динамические усилия в тяговом органе и элементах дискретных устройств, возникающие в следствии возмущений, вызванных кинематикой зацепления привода с шарнирами тяговой цепи машины.

### 3. Численные эксперименты

Для количественной оценки результатов расчета максимальных динамических усилий, возникающих в тяговом элементе цепного конвейера проведен ряд численных экспериментов. Моделировался ряд цепных конвейеров при различной скорости транспортирования с общей длиной трасс равной 66 м, 242 м, 814 м, схема которых представлена на рис. 5.

1. Расчет внешней силы и сил трения покоя и скольжения, действующих на тележку натяжного устройства

$$\begin{aligned} P_{\text{ВН}} &= C_{\Gamma} \cdot (x_{\Gamma} - x_{\text{НУ}}) + b_{\Gamma} \cdot (\dot{x}_{\Gamma} - \dot{x}_{\text{НУ}}) + \\ &+ C_{\Pi} (U_{\text{НУ}1} - U_{\text{НУ}2} - 2X_{\text{НУ}}) + \\ &+ b_{\Pi} (\dot{U}_{\text{НУ}1} - \dot{U}_{\text{НУ}2} - 2\dot{X}_{\text{НУ}}) \\ W_{\text{П}} &= M_{\text{НУ}} \cdot g \cdot f_{\text{П}}; \\ W_{\text{С}} &= M_{\text{НУ}} \cdot g \cdot f, \end{aligned}$$

где  $f_{\text{П}}$ ,  $f$  – коэффициенты трения (сопротивления) скольжения и покоя между рамой натяжного устройства и поверхностью скольжения.

2. Определение величины силы трения согласно следующим условиям, разделяющим состояние движения и покоя между взаимодействующими телами, в нашем случае направляющими и подвижной рамой натяжного устройства:

Сформировано 24 расчетные схемы, помимо вышеуказанных параметров отличающихся числом зубьев приводной звездочки. Геометрические параметры трасс, скорости транспортирования и погонные нагрузки от грузов на соответствующих участках трассы  $q_1$ ,  $q_2$ ,  $q_3$  (кг/м) приведены в табл. 1.

Также расчеты проводились по моделям незагруженных конвейеров ( $q_1 = q_2 = q_3 = 0$  кг/м), что удваивает количество численных экспериментов.

Тяговый орган, представляющий собой цепь типа Р2 с шагом цепи 100 мм и грузовыми подвесками с общей погонной массой  $q_0 = 20$  кг/м, моделируется эквивалентным упруго-вязким стержнем с параметром жесткости  $EF = 21000000$  Н [16], и коэффициентом поглощения энергии равным  $\psi = 0,2$  [17].

Общие для всех схем динамические параметры модели привода: масса привода  $M_{\text{ПР}} = 2500$  кг; жесткость  $C_{\text{ПР}} = 100000000$  Н/м и коэффициент вязкого сопротивления  $b_{\text{ПР}} = 15000$  Н с/м рамы привода; коэффициент крутильной жесткости выходного вала привода  $C_{\phi} = 1000000$  Н м/рад, и соответствующие

Таблица 1

Параметры расчетных схем моделей конвейеров

№ схемы	$L$ , м	$v$ , м/с	$z$	Длины участков			Нагруженность участков		
				$L_1$ , м	$L_2$ , м	$L_3$ , м	$q_1$ , кг/м	$q_2$ , кг/м	$q_3$ , кг/м
1	66	0,167	10	6	21	39	0	9,8	25,2
2		0,33							
3		0,521							
4		0,75							
5 – 8	66	0,167...0,75	13	24	73	145			
9 – 12	242	0,167...0,75	10						
13 – 16		0,167...0,75	13						
17 – 20	814	0,167...0,75	10	82	243	489			
21 – 24		0,167...0,75	13						

Примечание:  $L$  – общая длина трассы;  $v$  – скорость движения конвейера;  $z$  – число зубьев приводной звездочки;  $L_1, L_2, L_3$  – длины участков трассы с различной загруженностью  $q_1, q_2, q_3$

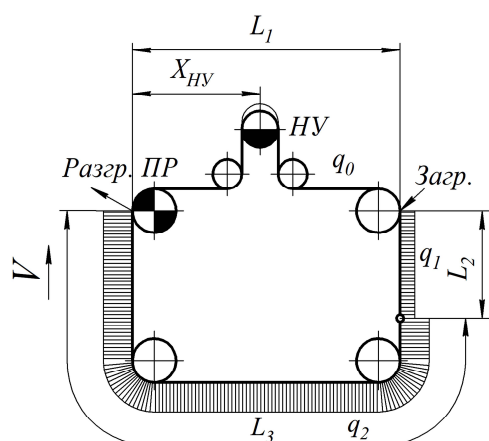


Рис. 5. Схема трассы конвейера со звездочным приводом

ший коэффициент вязкого сопротивления крутильным колебаниям  $b\phi = 10000$  Н с/рад. Момент инерции звездочки с числом зубьев  $z = 10$  принят  $J_{зв} = 5$  кг м<sup>2</sup>, а с числом зубьев  $z = 13$  принят  $J_{зв} = 14$  кг м<sup>2</sup>. Параметры момента инерции ротора двигателя  $J_p$ , коэффициента наклона механической характеристики двигателя  $\beta$  и передаточного числа редуктора  $i$  определяются мощностью двигателя, требуемой для движения конвейера, построенного по соответствующей схеме и соответствующей скоростью движения. Эти параметры приведены в табл. 2.

Симуляции проводились при дискретности разбиения модели тягового органа  $\Delta x = 0,5$  м, и дискретности по времени  $\Delta t = 0,000005$  с. Для отдельных схем, когда реше-

ние расходилось, дискретность по времени уменьшалась в два раза (для моделей, построенных по схемам 5, 13, 21).

Таблица 2

Параметры привода и натяжного устройства

№ схемы	Параметры модели привода			Масса груза натяжного устройства
	$J_p$ , кг м <sup>2</sup>	$\beta$ , Н м/с/рад	$i$	$M_T$ , кг
1	0,048	3,47	152	250
2			77	
3			49	
4			34	
5			197	
6			100	
7			63	
8			44	
9,10	0,048	3,47	В зависимости от скорости движения цепи конвейера и числа зубьев приводной звездочки, как в схемах 1-8	300
11,12	0,115	10,53		
13,14	0,048	3,47		
15,16	0,115	10,53		
17	0,115	10,53		
18	0,225	21,37		
19	0,312	32,4		
20	0,675	93,53		
21	0,115	10,53		
22	0,225	21,37		
23	0,312	32,4		
24	0,675	93,53		

Время моделирования выбиралось таким образом, чтобы в него уместилось не менее двух переацеплений шарниров цепи с зубьями звездочки. Оно составило 2,5 с для

схем со скоростью  $v = 0,167$  м/с; 1,5 с при  $v = 0,33$  м/с; 1 с при  $v = 0,521$  м/с и  $v = 0,75$  м/с.

#### 4. Результаты и выводы

При симуляции моделей с указанными выше параметрами определяются значения координат узлов тягового органа и координат отдельных масс узлов конвейера с течением модельного времени. Затем вычисляются величины динамических усилий, возникающих в конструкции машины. В данном исследовании изучаются максимальные нагрузки в тяговом органе, поэтому в итоговые диаграммы были сведены максимальные расчетные динамические усилия по всему тяговому органу.

Однако для начала следует рассмотреть отдельные результаты моделирования в характерных точках. Для примера на рис. 6 представлены графики расчетных динамических усилий, действующих на приводное устройство для модели конвейера, построенной по схеме №1.

Первое, что следует отметить, это характер показанных зависимостей. При расчете модели без учета динамических характеристик привода и натяжного устройства (рис. 6, а), как и следовало ожидать, усилия на набегающей  $P_{ПР1}$  и сбегающей  $P_{ПР2}$  ветвях приводной звездочки взаимосимметричны относительно нулевой оси. Абсолютно жесткая модель привода и четное число зубьев приводной звездочки ( $z = 10$ ) приводят к тому, что смещения узлов привода, взаимодействующих с тяговым органом, равны между собой ( $U_{ПР1}(t) = U_{ПР2}(t)$ ). Поэтому, когда на набегающей ветви тяговый орган растягивается, то на сбегающей ветви он сжимается. Однако абсолютные величины усилий  $P_{ПР1}$  и  $P_{ПР2}$  различаются из-за различия в характеристиках нагруженности сбегающей и набегающей ветвей, и незначительному действию сосредоточенных масс, входящих в модель натяжного устройства и характеризующих массу цепи, находящуюся на звездочке (дело в том, что в моделях, не учитывающих динамические характеристики приводного и натяжного устройства было решено оставить сами динамические модели и отключить пе-

ремещение рамы и груза натяжного устройства, однако уравнения колебаний указанных масс, связывающих участки тягового элемента между собой были оставлены).

Упругие волны, создаваемые приводом и движущиеся в тяговом элементе, за время моделирования должны были успеть 38 раз (для модели без груза) пройти вдоль всей трассы и повлиять на значения усилий  $P_{ПР1}$  и  $P_{ПР2}$  таким образом, что графики этих усилий не были бы симметричны друг другу. Однако большая величина введенного в модель вязкого сопротивления способствует интенсивному затуханию воздействия привода и минимальному влиянию интерференции упругих волн в тяговом элементе.

Для модели учитывающей динамические характеристики приводного и натяжного устройств картина несколько иная (рис. 6, б). Графики усилий  $P_{ПР1}$  и  $P_{ПР2}$  не симметричны. Однако, в начальный период возмущения, когда действие дискретных устройств минимально, скачек динамического усилия одинаков для обеих моделей.

На графиках рис. 7 представлены результаты расчета динамических усилий в тяговом органе на набегающей и сбегающей с привода ветвях для схемы №5, в которой, в отличие от схемы №1, число зубьев приводной звездочки равно 13-ти.

При нечетном числе зубьев приводной звездочки узлы привода, взаимодействующие с тяговым органом, движутся в противофазе и создают в набегающей и сбегающей ветвях тягового органа усилия одинакового направления. Для моделей без учета динамических характеристик привода и натяжного устройства усилия с грузом и без груза (рис. 7, а) графики практически совпадают. Максимальное отклонение для усилия  $P_{ПР2}$  составляет 6,9 Н, что составляет 3% от максимального значения динамических нагрузок. Для моделей, учитывающих динамические параметры дискретных устройств (рис. 7, б), линии, соответствующие расчетам ситуаций с грузом и без груза, так же оказываются достаточно близкими, а отличие максимального динамического усилия составляет 18,3% от наибольшего из них. Отметим, что величина максимального динамического усилия



во втором случае в 2,3 раза меньше, чем в первом, что говорит о том, что учет параметров дискретных устройств сильно влияет на

протекание динамических процессов в моделируемой конструкции.

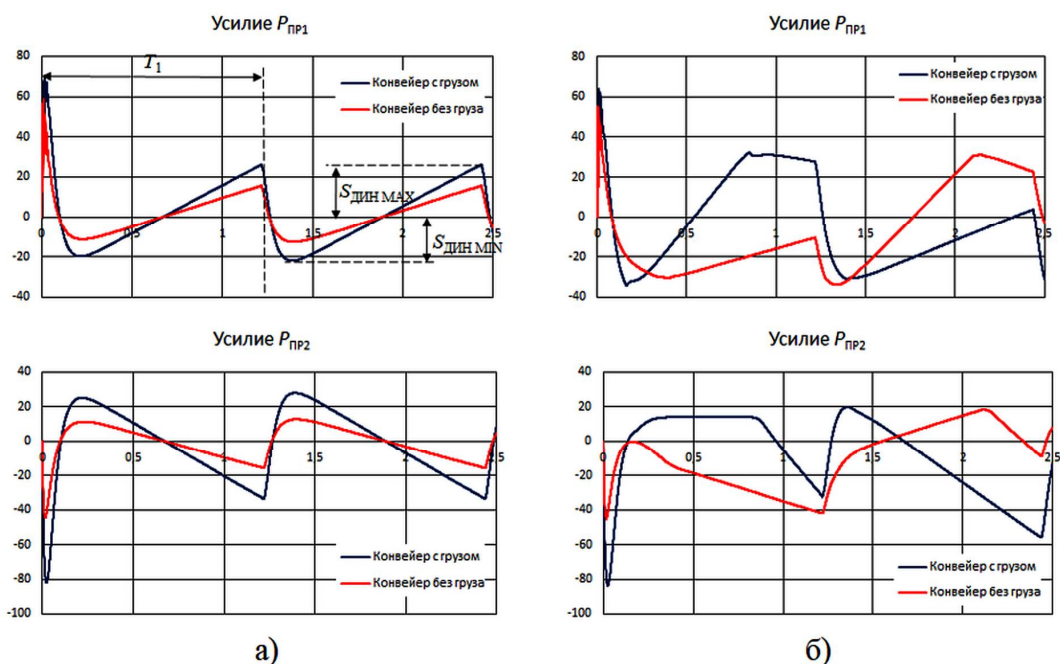


Рис. 6. Расчетные динамические усилия в тяговом элементе, набегающем на приводную звездочку, для модели по схеме №1: а) модель без учета динамических характеристик привода и натяжного устройства; б) модель с учетом динамических характеристик привода и натяжного устройства

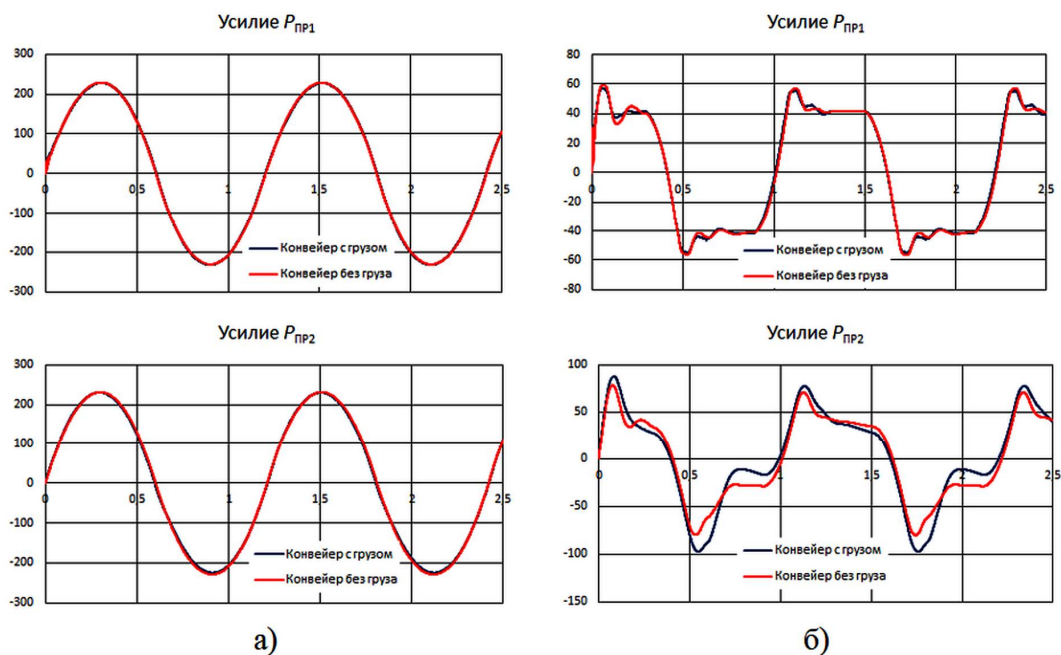


Рис. 7. Расчетные динамические усилия в тяговом элементе, набегающем на приводную звездочку, для модели по схеме №5: а) модель без учета динамических характеристик привода и натяжного устройства; б) модель с учетом динамических характеристик привода и натяжного устройства

При нечетном числе зубьев приводной звездочки узлы привода, взаимодействующие с тяговым органом, движутся в противофазе и создают в набегающей и сбегающей ветвях тягового органа усилия одинакового направления. Для моделей без учета динамических характеристик привода и натяжного устройства усилия с грузом и без груза (рис. 7, а) графики практически совпадают. Максимальное отклонение для усилия  $P_{пр2}$  составляет 6,9 Н, что составляет 3% от максимального значения динамических нагрузок. Для моделей, учитывающих динамические параметры дискретных устройств (рис. 7, б), линии, соответствующие расчетам ситуаций с грузом и без груза, так же оказываются достаточно близкими, а отличие максимального динамического усилия составляет 18,3% от наибольшего из них. Отметим, что величина максимального динамического усилия во втором случае в 2,3 раза меньше, чем в первом, что говорит о том, что учет параметров дискретных устройств сильно влияет на протекание динамических процессов в моделируемой конструкции.

Далее представлены результаты вычисления максимального значения динамического усилия, как абсолютного значения  $S_{дин} = \max(|S_{дин\_max}|, |S_{дин\_min}|)$ , в тяговом органе конвейеров, в совокупности для всех представленных выше вариантов схем. Следует отметить, что, для исключения влияний на полученный результат скачков нагрузки, возникающих при выводе системы из равновесия, не принимались во внимание результаты, полученные в период первого переацепления, происходящего в течение времени  $T_1 = 2\pi/(z \omega)$  (рис. 6, а, верхний график), где  $\omega$  – номинальное значение угловой скорости вращения приводной звездочки.

Результаты расчета максимальной величины динамических нагрузок аналитическим методом представлен в виде гистограммы на рис. 7.

Наиболее известная и часто используемая зависимость, полученная проф. Ганфштенгелем [3] дает предсказуемые результаты (рис. 8, а). Здесь величина динамической нагрузки прямо пропорциональна массе подвижных элементов конвейера и груза и обратно пропорциональна квадрату числа зубьев при-

водной звездочки. Учитывая, что данная зависимость пригодна только для конвейеров длиной до 15 м, она не может дать достоверный результат ни для одной из предложенных расчетных схем конвейеров.

Формула проф. Долголенко, учитывающая деформацию тягового органа [3], должна давать достоверные результаты для конвейеров длиной до 100...150 м, т.е. должна быть пригодна для расчета конвейеров по схемам 1 – 8 (рис. 7, б), длина трассы которых составляет 66 м. Для указанных схем, по сравнению с формулой Ганфштенгеля, результаты, полученные по формуле Долголенко, оказались на 5...35% меньше, при этом, с ростом заданной номинальной скорости отклонение между значениями результатов расчета увеличивается. Рассчитанное по формуле Долголенко значение динамической нагрузки оказывается не прямо пропорционально движущейся массе конвейера и груза, т.к. данная зависимость учитывает деформацию тягового органа конвейера. Это приводит к тому, что для конвейеров большой длины (для которых использование этой формулы не рекомендовано) в некоторых случаях результат расчета в ненагруженном конвейере оказывается больше, чем в нагруженном.

Результаты расчета максимального значения динамической нагрузки в цепном конвейере по их динамическим моделям представлены на гистограммах рис. 9. Получаемые здесь значения максимального динамического усилия меньше, а их отношение для нагруженного и не нагруженного конвейеров не пропорционально величине движущихся масс конвейера и груза, поэтому количественное сравнение с результатами аналитического расчета будет неуместным.

Качественно анализируя результаты, показанные на гистограммах рис. 8 и рис. 9 можно отметить ряд схем, для которых расчетное значение максимального динамического усилия, для моделей конвейера без груза, больше или близко к усилию для соответствующих моделей с грузом. Однако, номера этих схем для моделей, не учитывающих и учитывающих характеристики привода и натяжного устройства в рассматриваемых случаях не совпадают.

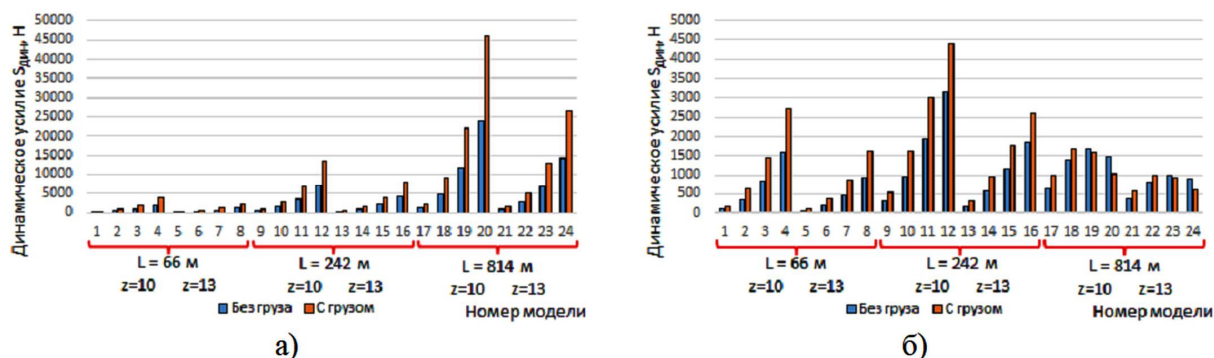


Рис. 8. Результаты расчета максимального значения динамического усилия в конвейерах по аналитическим зависимостям: а) расчетные значения динамических усилий по формуле Ганфштенгеля; б) расчетные значения динамических усилий по формуле Долголенко, учитывающей деформацию тягового органа

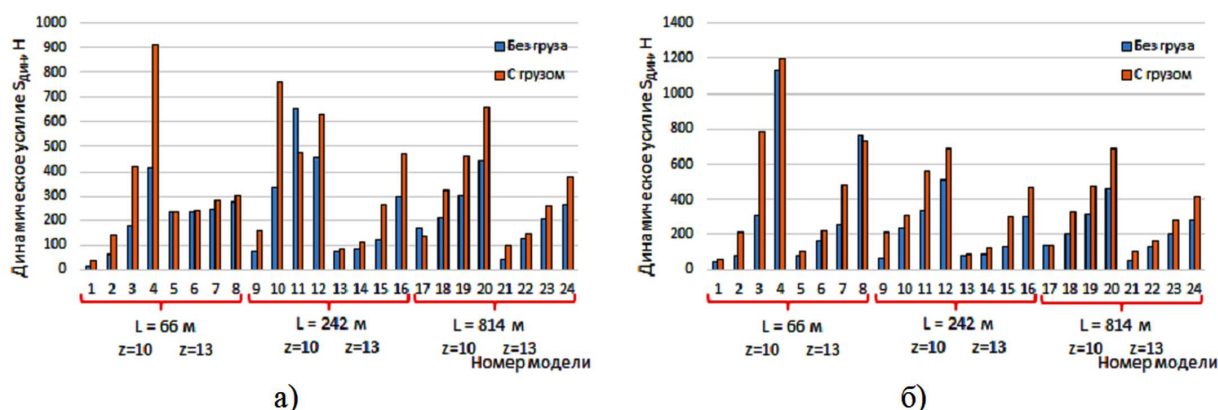


Рис. 9. Результаты расчета максимальных значений динамических усилий в конвейерах по динамической модели: а) результаты, полученные по динамической модели, не учитывающей характеристики привода и натяжного устройства; б) результаты, полученные по динамической модели, учитывающей характеристики привода и натяжного устройства

## 5. Заключение

В работе представлен способ построения комплексной динамической модели цепного конвейера. Приведены варианты исполнения подмоделей тягового органа, звездочного привода, натяжного и отклоняющего устройств, а также их математическое описание и принципы определения основных параметров и коэффициентов. Данная комплексная модель, для проведения расчетов, реализована в программном исполнении на языке высокого уровня.

Разработан и проведен ряд численных экспериментов с целью выявления особенностей расчета максимального значения динамической нагрузки в тяговом элементе конвейера при помощи построенных моделей и

общеизвестных аналитических зависимостей.

Результаты аналитических расчетов по формулам Ганфштенгеля и Долголенко сопоставимы для конвейеров малой длины при одинаковых параметрах расчетных данных. Для конвейеров с большой длиной трассы, по данным работы [3], эти зависимости не применимы.

Расчет максимальных значений динамической нагрузки в тяговом элементе конвейеров при помощи динамических моделей учитывает упруго-вязкие характеристики тягового органа, динамические характеристики привода, натяжного устройства, поэтому получаемые результаты качественно иные. Прямое сравнение полученных в данной работе результатов расчета, из-за разли-

чия учитываемых в моделях физических факторов, – не правомерно. Качественно можно отметить, что близкие результаты расчета по моделям получились для конвейеров большой длины, что говорит о незначительном влиянии на динамические процессы эффектов, вносимых приводным и натяжным устройствами.

Однако, в следствие того, что известные аналитические зависимости для определения величины динамических нагрузок дают значительно завышенные результаты, использование динамических моделей выглядит более правомерно. Так как имеются различия в результатах расчета по моделям, учитывающим и не учитывающим характеристики отдельных устройств конвейера, в провероч-

ных расчетах элементов конвейера, например расчетах на прочность элементов тяговой цепи, следует в качестве динамической добавки принимать наибольшее из найденных значений.

Следует отметить, что представленную комплексную модель можно применять при оценке близости работы цепного конвейера к резонансному режиму, когда частота кинематических возмущений привода близка к одной из собственных частоте машины. Однако, для построения четкой методики резонансного анализа, с целью выявления необходимых расчетных параметров моделей и методов обработки результатов расчета, необходимы дополнительные исследования.

### Список литературы

1. Спиваковский А.О., Дьячков В.К. Транспортирующие машины. М.: Машиностроение, 1983. 487 с.
2. Пертен Ю.А. Конвейерные системы. Ч.1: Справ. СПб.: НПО «Профессионал», 2008. 588 с.
3. Смирнов В.Н. Подвесные конвейеры. Теория расчета, прогнозирование тенденций развития. СПб.: Изд-во СПбГПУ, 2006. 267 с.
4. Лазуткина Н.А. Исследование продольной динамики цепного конвейера // Современные проблемы науки и образования. 2013. № 5. С. 154.
5. Shoubo J., Weijian R., Qinghua M., Qingliang Z., Pengfei Y., Kuidong G., Liang W. Dynamic Analysis of the Scraper Conveyor under Abnormal Operating Conditions Based on the Vibration and Speed Characteristics // Shock and Vibration. 2021. 8887744. 17 p. DOI: 10.1155/2021/8887744
6. Jiang S.B. Contact analysis of chain drive in scraper conveyor based on dynamic meshing properties // International Journal of Simulation Modelling. 2018. Vol. 17. №. 1. P. 81-91.
7. Świder J., Herbuś K., Szewerda K. Dynamic analysis of scraper conveyor operation with external loads // MATEC Web of Conferences. EDP Sciences, 2017. Vol. 94. P. 01009.

### References

1. Spivakovskij A.O., Dyachkov V.K. *Transportiruyushchie mashiny* [Transporting machines]. Moscow, Mashinostroenie, 1983. 487 p. (In Russian)
2. Perten Yu.A. *Konvejernye sistemy* [Conveyor Systems]. St.Petersburg, NPO «Professional», 2008. 588 p. (In Russian)
3. Smirnov V.N. *Podvesnye konvejery. Teoriya rascheta, prognozirovanie tendencij razvitiya* [Suspended conveyors. Theory of calculation, forecasting of development trends]. St.Petersburg, Izd-vo SPBGPU, 2006. 267 p. (In Russian)
4. Lazutkina N.A. *Issledovanie prodolnoj dinamiki cepnogo konvejera* [The study of the longitudinal dynamics of a chain conveyor belts] // *Sovremennye problemy nauki i obrazovaniya*, 2013, No.5, pp. 154. (In Russian)
5. Shoubo J., Weijian R., Qinghua M., Qingliang Z., Pengfei Y., Kuidong G., Liang W. Dynamic Analysis of the Scraper Conveyor under Abnormal Operating Conditions Based on the Vibration and Speed Characteristics. *Shock and Vibration*, 2021, 8887744, 17 p. DOI: 10.1155/2021/8887744
6. Jiang S.B. Contact analysis of chain drive in scraper conveyor based on dynamic meshing properties. *International Journal of Simulation Modelling*, 2018, Vol.17, No.1, pp. 81-91.



8. Ловеikin В.С., Ромасевич Ю.А., Грушко А.Е. Математическое моделирование движения скребкового транспортера // Актуальные направления научных исследований XXI века: теория и практика. 2015. Т. 3, № 9-3(20-3). С. 317-321. DOI: 10.12737/16932.
9. Cubero A.F., Artes M. Vibration Model of a POM Chain Conveyor for the Automobile Industry. IN: New Advances in Mechanisms, Transmissions and Applications, Mechanisms and Machine Science 17, Springer. 2014. P. 41-48.
10. Yang J., Fu S., Wang D. Dynamic simulation of startup-characteristics of scraper conveyor based AMESim // 2015 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation (ICMA).
11. Ещин Е.К. Динамика скребковых конвейеров. Обзор // Вестник Кузбасского государственного технического университета. 2015. № 1(107). С. 108-116.
12. Zhang D., Mao J., Liu Z. Dynamics simulation and experiment on the starting and braking of scraper conveyor // Journal of China Coal Society. 2016. №2. P. 513-521.
13. Шпрекхер Д.М., Бабокин Г.И., Зеленков А.В., Овсянников Д.С. Универсальная компьютерная модель для исследования динамики скребкового конвейера с двухдвигательным приводом // Известия высших учебных заведений. Электромеханика. 2021. Т. 64, № 2. С. 56-64. DOI: 10.17213/0136-3360-2021-2-56-64.
14. Korobko M.M. Discrete model of chain conveyor movement dynamics // Machinery & Energetics. 2020. Т. 11. №. 4. С. 89-94.
15. Формалев В.Ф., Ревизников Д.Л. Численные методы. М.:ФИЗМАТЛИТ, 2004.
16. Никитин С.В. Расчетное определение упруго-вязких параметров конвейерных цепей // Научно технические ведомости СПбГПУ. 2014. № 1: Наука и образование. 2014. С. 156–163.
17. Никитин С.В. Учет диссипации энергии в тяговом элементе в динамической модели цепного конвейеров // Современное машиностроение. Наука и образование. 2021. № 10. С. 748-763.
7. Świder J., Herbuś K., Szeferda K. Dynamic analysis of scraper conveyor operation with external loads. In: MATEC Web of Conferences. EDP Sciences, 2017, Vol. 94, pp. 01009.
8. Lovejkin V.S., Romasevich Yu.A., Grushko A.E. *Matematicheskoe modelirovanie dvizheniya skrebkovogo transportera* [Mathematical modeling of a scraper conveyor movement]. *Aktualnye napravleniya nauchnykh issledovanij XXI veka: teoriya i praktika*, 2015, Vol.3, No.9-3(20-3), pp. 317-321. DOI: 10.12737/16932. (In Russian)
9. Cubero A.F., Artes M. Vibration Model of a POM Chain Conveyor for the Automobile Industry. In: New Advances in Mechanisms, Transmissions and Applications, Mechanisms and Machine Science 17, Springer. 2014, pp.41-48.
10. Yang J., Fu S., Wang D. Dynamic simulation of startup-characteristics of scraper conveyor based AMESim In: 2015 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation (ICMA).
11. Eshchin E.K. *Dinamika skrebkovykh konvej-erov. Obzor* [Dynamics of Scraper Conveyors. Review]. *Vestnik Kuzbas-skogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*, 2015, No.1(107), pp. 108-116. (In Russian)
12. Zhang D., Mao J., Liu Z. Dynamics simulation and experiment on the starting and braking of scraper conveyor. *Journal of China Coal Society*, 2016, No.2, pp. 513-521.
13. Shprekher D.M., Babokin G.I., Zelenkov A.V., Ovsyannikov D.S. *Universalnaya kompyuternaya model dlya issledovaniya dinamiki skrebkovogo kon-vejera s dvukhdvigatelnyy privodom* [Universal computer model for studying the dynamics of a two-motor scraper conveyor]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenij. Ehlektromekhanika*, 2021, Vol. 64, No.2, pp. 56-64. DOI: 10.17213/0136-3360-2021-2-56-64. (In Russian)
14. Korobko M.M. Discrete model of chain conveyor movement dynamics. *Machinery & Energetics*, 2020, Vol.11, No.4, pp. 89-94.
15. Formalev V.F., Reviznikov D.L. *Chislennyye metody* [Numerical Methods].

- † Moscow, FIZMATLIT, 2004. (In Russian)
- † 16. Nikitin S.V. *Raschetnoe opredelenie*
- † *uprugo-vyazkikh parametrov konvejernykh*
- † *cepej* [Calculation definition of visco-elastic
- † parameters of the conveyor chains]. *Nauchno-*
- † *tekhnicheskie vedomosti SPBGPU. Nauka i*
- † *obrazovanie*, 2014, pp. 156–163. (In Russian)
- † 17. Nikitin S.V. *Uchet dissipacii ehnergii v*
- † *tyagovom ehlemente v dinamicheskoy modeli*
- † *cepnogo konvejerov* [Accounting for energy
- † dissipation in the traction element in the dy-
- † namic model of the chain conveyor]. *Sov-*
- † *remennoe mashinostroenie. Nauka i obra-*
- † *zovanie*, 2021, No.10, pp. 748-763. (In Rus-
- † sian)