

УДК (UDC) 621.86

ВЛИЯНИЕ ВЯЗКО-УПРУГИХ ХАРАКТЕРИСТИК ВСТРОЕННЫХ ДЕМПФЕРОВ НА ДИНАМИЧЕСКОЕ СОСТОЯНИЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ШАРНИРОВ С ПОВЫШЕННЫМИ ЗАЗОРАМИ

IMPACT OF VISCOELASTIC CHARACTERISTICS OF BUILT-IN DAMPERS ON THE DYNAMIC STATE OF CYLINDRICAL HINGES WITH EXCESSIVE BACKLASHES

Лагереv И.А.¹, Лагереv А.В.²
Lagerev I.A.¹, Lagerev A.V.²¹ - Кубанский государственный технологический университет (Краснодар, Россия)² - Брянский государственный университет имени академика И.Г. Петровского (Брянск, Россия)¹ - Kuban State Technological University (Krasnodar, Russian Federation)² - Academician I.G. Petrovskii Bryansk State University (Bryansk, Russian Federation)

Аннотация. В процессе функционирования грузовых манипуляторов мобильных транспортно-технологических машин различного назначения, имеющих открытую кинематическую схему с соединением последовательно установленных звеньев с помощью цилиндрических шарниров, наблюдается изнашивание их контактных поверхностей. Данный вид повреждения является типовым дефектом металлоконструкции манипуляторов. Основная причина изнашивания - малая контактная поверхность пары «проушина-шарнирный палец», что приводит к появлению высокого давления на поверхности контакта отверстия проушины или втулки и к последующему фрикционному изнашиванию. В статье представлена математическая модель и методика моделирования динамического состояния гидравлических манипуляторов мобильных транспортно-технологических машин при наличии повышенных зазоров в цилиндрических шарнирных соединениях звеньев. Рассмотрены конструкции и предложен механизм снижения дополнительной ударной нагрузки в шарнирах с помощью использования встроенных шарнирных демпферов, обеспечивающих как чисто упругое, так и комбинированное вязкоупругое демпфирование колебательных процессов. На основе компьютерного моделирования трехзвеного манипулятора конкретной мобильной машины был выполнен количественный анализ эффективности снижения динамических напряжений в металлоконструкции. Выполнен анализ влияния вязкоупругих характеристик встроенных демпферов на динамическое состояние цилиндрических шарниров с повышенными зазорами.

Ключевые слова: манипуляционная система, цилиндрический шарнир, повышенный зазор, напряженное состояние, демпфер.

Дата получения статьи: 01.12.2024
Дата принятия к публикации: 28.02.2025
Дата публикации: 25.03.2025

Abstract. During the operation of cargo manipulators of mobile transport and technological machines for various purposes, having an open kinematic scheme with the articulation of sequentially installed links using cylindrical hinges, wear of their contact surfaces is observed. This type of damage is a typical defect in the metal structure of manipulators. The main cause of wear is the small contact surface of the "eyelet-hinge pin" pair, which leads to high pressure on the contact surface of the eyelet or sleeve opening and subsequent frictional wear. The article presents a mathematical model and a technique for modeling the dynamic state of hydraulic manipulators of mobile transport and technological machines in the presence of increased gaps in cylindrical articulated joints of links. The designs are considered and a mechanism is proposed to reduce the additional shock load in the hinges by using built-in hinge dampers that provide both purely elastic and combined viscoelastic damping of oscillatory processes. Based on computer simulation of a three-link manipulator of a specific mobile machine, a quantitative analysis of the effectiveness of reducing dynamic stresses in a metal structure was performed. The impact of the viscoelastic characteristics of the built-in dampers on the dynamic state of cylindrical hinges with increased clearances is analyzed.

Keywords: manipulation system, cylindrical hinge, excessive backlash, stress state, damper.

Date of manuscript reception: 01.12.2024
Date of acceptance for publication: 28.02.2025
Date of publication: 25.03.2025

Сведения об авторах:

Лагерев Игорь Александрович – доктор технических наук, доцент, профессор ФГБОУ ВО «Кубанский государственный технологический университет», e-mail: lagerev-bgu@yandex.ru.

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0921-6831>

Лагерев Александр Валерьевич – доктор технических наук, профессор ФГБОУ ВПО «Брянский государственный университет имени академика И.Г. Петровского», e-mail: bsu-avl@yandex.ru.

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0380-5456>

Authors' information:

Igor A. Lagerev - Doctor of Technical Sciences, Assistant Professor, Professor at Kuban State Technological University, e-mail: lagerev-bgu@yandex.ru.

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0921-6831>

Alexander V. Lagerev - Doctor of Technical Sciences, Professor at I.G. Petrovskii Bryansk State University, e-mail: bsu-avl@yandex.ru.

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0380-5456>

1. Введение

Манипуляционные системы, установленные на мобильных транспортно-технологических машинах различного функционального назначения, получили широкое распространение во многих отраслях экономики - промышленном производстве, строительстве, газо- и нефтедобыче, грузовых перевозках, лесной промышленности, сельском хозяйстве и др. [1, 2]. В настоящее время наиболее широко представлены гидравлические краны-манипуляторы ряда стран-производителей – Китая, Германии, Южной Кореи, Японии, Италии, США, России [3].

В конструкциях гидравлических манипуляторов мобильных машин используется значительное число кинематических схем с числом подвижности, равным 3...12 [3]. Эти схемы являются незамкнутыми и имеют структуру типа дерева с последовательно расположенными шарнирно-сочлененными звеньями [4]. Для создания подвижного поворотного соединения смежных звеньев кинематической цепи используются цилиндрические шарниры. Они состоят из двух пар проушин, неподвижно закрепленных попарно на концах смежных звеньев манипуляционной системы. Проушины имеют соосные отверстия для установки в них шарнирного пальца, который обеспечивает формирование цилиндрического шарнирного соединения.

При эксплуатации шарнирно-сочлененных манипуляторов мобильных машин распространенным типовым дефектом их металлоконструкции является износ контактных элементов шарниров [2]. Основной причиной износа является малая контактная по-

верхность пары «проушина–шарнирный палец». Это приводит к появлению высокого давления на поверхности контакта отверстия проушины или втулки [2] и к их фрикционному изнашиванию [5]. Износ прогрессирует по мере эксплуатации, вызывая появление в цилиндрических шарнирах манипуляционных систем повышенных зазоров [3]. Такие зазоры не предусмотрены конструкторской документацией. Допустимая величина указанных зазоров устанавливается нормативной документацией по безопасности эксплуатации грузоподъемного оборудования. Например, в России допустимая величина таких зазоров составляет 2...4 мм (4...10 % номинального диаметра отверстий шарниров) [6].

2. Анализ проблемы и подход к ее решению

Наличие повышенных зазоров в шарнирах манипуляционных систем представляет определенную проблему при эксплуатации мобильных машин. Они вызывают ряд негативных явлений:

- формирование в шарнире дополнительной подвижности, что приводит к перекосу шарнирного пальца в отверстиях проушин и неравномерному распределению опорных реакций между проушинами;

- появление ударных нагрузок и дополнительных динамических напряжений в металлоконструкции манипулятора при выполнении звеньями требуемых движений [6, 7];

- нарушение кинематической точности манипулятора и точности позиционирования его рабочего органа [4].

Таким образом, повышенные зазоры в шарнирах являются причиной снижения показателей надежности и безопасности эксплуатации как самих манипуляционных систем, так и мобильных транспортно-технологических машин в целом. Это особенно важно для различных типов грузоподъемных кранов, так как они часто подчиняются строгим правилам и сертификациям из-за характера выполняемых ими операций и связанных с ними рисков.

Указанные последствия определяют важность исследований, направленных на решение проблемы снижения негативного воздействия увеличенных радиальных зазоров в шарнирах на работоспособность шарнирно-сочлененных грузоподъемных кранов. Такая проблема характерна для различных технических объектов, в конструкции которых используются цилиндрические шарниры, например, для узлов соединения штоков гидроцилиндров с перемещаемыми конструкциями [8] или конструктивных элементов горных машин [9], для кривошипно-шатунных механизмов [10] и др. Как следствие, в последние годы увеличенные радиальные и осевые зазоры стали объектами многих исследований в области динамики многих тел и расчета динамического напряженно-деформированного состояния металлоконструкций, хотя первые работы в этом направлении были сделаны еще в 70-х годах прошлого века [11].

Применительно к шарнирно-сочлененным мобильным кранам было установлено [6], что дополнительная динамическая нагрузка может увеличить уровень напряжений до двух и более раз в зависимости от уровня начальной эксплуатационной нагрузки и величины радиального зазора в шарнире, а также приводить к двадцатикратному увеличению ускорения движений шарнирного пальца при изменении точек его опоры на внутренней поверхности отверстия. С целью снижения дополнительных динамических нагрузок при наличии в конструкции кранов шарниров с увеличенными радиальными зазорами были предложены и исследованы различные конструктивные и технологические меры. В [12] предложено использовать

износостойкие покрытия шарнирного пальца или внутренней поверхности отверстия проушин, в [10] рассмотрена регулировка зазоров с помощью специальных штифтов, в [13] предложено применять компенсацию размера зазоров. Еще одним эффективным способом является установка встроенных демпферов [14], которые создают силы упругого и вязкого сопротивления ударному воздействию шарнирных пальцев на поверхность отверстий цилиндрических шарниров.

Целью настоящей работы является разработка метода расчета динамического напряженного состояния металлоконструкций манипуляционных систем мобильных машин при повышенных зазорах в цилиндрических шарнирных соединениях. При этом необходимо решить ряд задач:

- построить математическую модель шарнира с повышенным радиальным зазором;
- модифицировать на ее основе одного из известных методов динамического расчета шарнирно-сочлененных кинематических цепей;
- выполнить оценку эффективности встроенного демпфера для снижения динамических напряжений в металлоконструкции шарнирно-сочлененного мобильного крана;
- предложить меры по снижению негативного воздействия повышенных зазоров на напряженное состояние металлоконструкций манипуляционных систем;
- выполнить оценку их эффективности.

3. Математическая модель шарнира с повышенным зазором

Модель возникновения дополнительных динамических нагрузок в шарнирно-сочлененных манипуляционных системах при наличии шарниров с повышенным зазором рассмотрим на примере трехзвенного краноманипулятора. Его кинематическая схема показана на рис. 1 [15]. Цилиндрические шарниры 12 и 23 позволяют стреле (звено 2) и рукояти (звено 3) совершать поворотное движение в одной вертикальной плоскости в направлении q_2 и q_3 соответственно. Шарнир 01 позволяет совершать вращение звеньев 2 и 3 вокруг вертикальной оси колонны

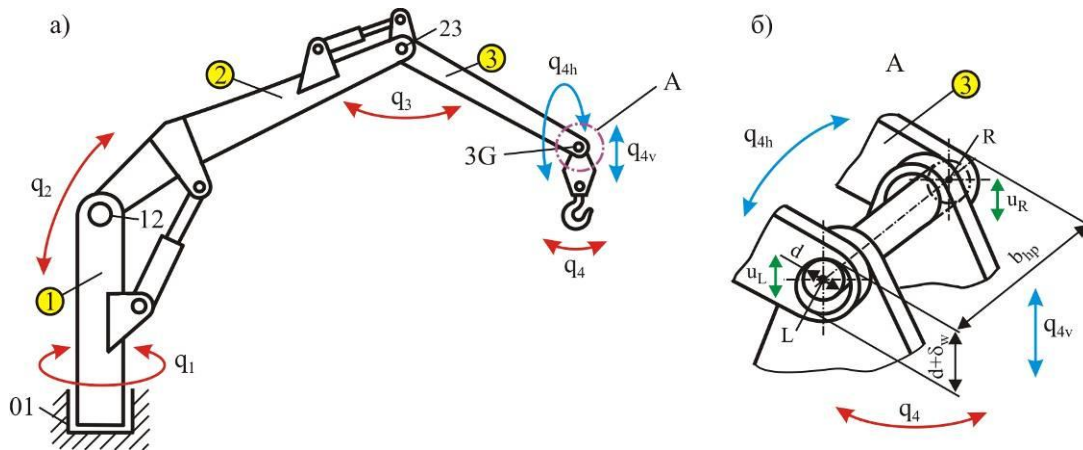


Рис. 1. Расчетная схема трехзвенного крана-манипулятора: а – металлоконструкция манипуляционной системы; б - шарнир с повышенным зазором

(звена 1) в направлении q_1 . Шарнир 3G служит для установки грузозахватного органа крана.

При отсутствии повышенного зазора δ_w шарнир 3G позволяет совершать только раскачивание груза в вертикальной плоскости (перемещение q_4). При образовании в шарнире 3G зазора δ_w грузозахватный орган получает возможность дополнительного перемещения. При поворотном перемещении груза в направлении q_1 повышенный зазор в шарнире 3G будет вызывать:

- взаимное линейное смещение звена 3 (рукоять) и рабочего органа;
- взаимный перекося звена 3 (рукоять) и рабочего органа.

В первом случае продольная ось шарнирного пальца будет совершать параллельное смещение относительно оси цилиндрического шарнира. Во втором случае про-

дольная ось шарнирного пальца будет совершать поворот относительно оси цилиндрического шарнира. В обоих случаях движение шарнирного пальца внутри цилиндрического зазора будет иметь периодический колебательный характер.

Математическая модель повышенного зазора в шарнире базируется на введении дополнительных возможных перемещений q_{4v} и q_{4h} , а также наложения на них ограничений, связанных с величиной зазора δ_w (рис. 2). Эти ограничения реализуются с помощью упругих и демпфирующих элементов. Их физическими аналогами являются конструктивные элементы, ограничивающие отверстие шарнира – проушины или вставленные в них антифрикционные втулки [9]. Усилие R , которое действует со стороны ограничивающих зазор элементов, составляет:

$$R(s, \dot{s}) = \begin{cases} c_h(s_{\max} - s) - \beta_h \dot{s}, & s \geq s_{\max} \wedge c_h(s_{\max} - s) - \beta_h \dot{s} < 0; \\ c_h(s_{\min} - s) - \beta_h \dot{s}, & s \leq s_{\min} \wedge c_h(s_{\min} - s) - \beta_h \dot{s} > 0; \\ 0, & \text{else.} \end{cases} \quad (1)$$

где c_h, β_h - коэффициенты жесткости и вязкого сопротивления ограничивающих элементов; s_{\min}, s_{\max} - минимальное и максимальное ограничения на величину зазора; s, \dot{s} - обобщенные координата и скорость, соответствующие возможному перемещению.

Адекватность указанных кинематических условий для ввода (или вывода) в контакт ограничивающих элементов подтверждается

данными [16]. Данная математическая модель может применяться, если для моделирования повышенного зазора в шарнире необходимо добавление n дополнительных взаимозависящих возможных перемещений. Тогда за соблюдение накладываемых кинематических ограничений будут отвечать усилия R_1, R_2, \dots, R_n . Каждое из них соответствует i -му добавленному возможному перемещению и определяется как

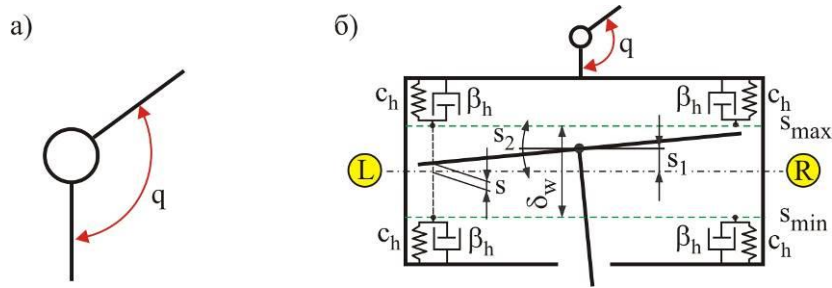


Рис. 2. Модель цилиндрического шарнира: а – без зазора; б – с повышенным зазором

$$R_i = f(s_1, s_2, \dots, s_n, \dot{s}_1, \dot{s}_2, \dots, \dot{s}_n).$$

Обобщенная координата s характеризуется двумя степенями свободы (рис. 2): поступательной s_1 и вращательной s_2 . Таким образом, в шарнир 3G необходимо ввести два дополнительных возможных перемещения – поступательное (линейное) $s_1 \equiv q_{4v}$ и вращательное (угловое) $s_2 \equiv q_{4h}$ (рис. 2). Обобщенные координаты s_1, s_2 и соответствующие им обобщенные силовые факторы R_1 (сила) и R_2 (момент силы) связаны с перемещениями центров R (правое) и L (левое) торцевых сечений шарнирного пальца в отверстиях проушины u_L, u_R и скоростями перемещений \dot{u}_L, \dot{u}_R зависимостями, вытекающими из соотношения (1):

$$u_L = s_1 - 0,5b_{hp} \sin(s_2); \quad \dot{u}_L = \dot{s}_1 - 0,5b_{hp}\dot{s}_2; \quad (2)$$

$$u_R = s_1 + 0,5b_{hp} \sin(s_2); \quad \dot{u}_R = \dot{s}_1 + 0,5b_{hp}\dot{s}_2; \quad (3)$$

$$R_1 = F_R + F_L; \quad R_2 = 0,5(F_R - F_L)b_{hp}; \quad (4)$$

$$F_L = \begin{cases} c_h(u_{L_{\max}} - u_L) - \beta_h \dot{u}_L, & u_L \geq u_{L_{\max}} = 0,5\delta_w; \\ c_h(u_{L_{\min}} - u_L) - \beta_h \dot{u}_L, & u_L \leq u_{L_{\min}} = -0,5\delta_w; \\ 0, & \text{else,} \end{cases} \quad (5)$$

$$F_R = \begin{cases} c_h(u_{R_{\max}} - u_R) - \beta_h \dot{u}_R, & u_R \geq u_{R_{\max}} = 0,5\delta_w; \\ c_h(u_{R_{\min}} - u_R) - \beta_h \dot{u}_R, & u_R \leq u_{R_{\min}} = -0,5\delta_w; \\ 0, & \text{else.} \end{cases} \quad (6)$$

где u_L, u_R - перемещениями центров R (правое) и L (левое) торцевых сечений шарнирного пальца; \dot{u}_L, \dot{u}_R - скорости центров R (правое) и L (левое) торцевых сечений шарнирного пальца; b_{hp} - длина шарнирного пальца между точками опирания.

Аналогичный подход полностью применим при моделировании напряженно-деформированного состояния манипулятора с по-

вышенными зазорами в остальных цилиндрических шарнирах – 12 и 23. При этом должны быть введены дополнительные перемещения: q_{2v} и q_{2h} (при наличии повышенного зазора в шарнире 12), q_{3v} и q_{3h} (при наличии повышенного зазора в шарнире 23).

4. Модифицированный метод динамического расчета шарнирно-сочлененных кинематических цепей с шарнирами, имеющими повышенный зазор

В настоящее время для расчета усилий в характерных поперечных сечениях звеньев манипуляционных систем используются методы на основе принципа Даламбера в рамках Ньютоновской механики [2] или подходы к исследованию динамики и прочности грузоподъемных кранов в рамках Гамильтоновой механики [17, 18]. Для анализа кинематики и динамики кранов-манипуляторов также оказываются пригодными методы исследования манипуляционных роботов, основанные на матричных методах расчета [19-21], группах Ли [22], пространственных операторах [23], нечеткой логике [24], операционном пространстве роботов [25] и др. Найденные в результате динамического анализа величины сил и моментов сил в характерных сечениях звеньев являются основой для расчета напряженно-деформированного состояния металлоконструкции кранов-манипуляторов. Для окончательной оценки прочности и жесткости несущей металлоконструкции крана-манипулятора, а также для уточнения картины распределения напряжений в зонах повышенной концентрации напряжений используются численные методы. Например, метод конечных элементов [20]. Однако пе-

речисленные методы не позволяют учесть влияние повышенных зазоров в шарнирных соединениях звеньев на их динамическое напряженное состояние, Поэтому необходима их модификация.

Учет повышенного зазора в цилиндрических шарнирах целесообразно выполнить на основе тех допущений, которые применяются при моделировании динамики гидравлических кранов-манипуляторов [19, 20]:

- кран-манипулятор моделируется системой твердых тел (звеньев), соединенных шарнирами;
- основание крана-манипулятора считается жестко зафиксированным;
- действие гидроцилиндров на звенья заменяется приложением пар противоположно направленных сил (аналогично учитывается действие поворотных гидродвигателей);

Это позволяет сохранить разомкнутость кинематических контуров и использовать для решения задачи динамики наименее ресурсоемкие алгоритмы: Recursive Newton Euler Algorithm [26] и Composite Rigid Body Algorithm [27]. Для оценки внутренних усилий и напряжений в звеньях целесообразно

использовать теорию тонкостенных стержней [19, 20, 28].

При использовании указанных методов дополнительные степени свободы, которые вводятся в шарнирах с повышенным зазором, должны быть связаны с дополнительными фиктивными звеньями манипуляционной системы. Эти звенья должны иметь нулевые размеры и инерционные характеристики. Поэтому для учета зазора в шарнире между предыдущим звеном манипуляционной системы и последующим шарниром вводится система фиктивных безынерционных звеньев (рис. 3). Именно с ними связаны дополнительные степени свободы s_i . Следует отметить, что в этом случае с помощью указанного метода нельзя получить строгое решение обратной задачи динамики, так как гидроцилиндры формально будут приводить в движение как реальные, так и фиктивные звенья. Поэтому нельзя вычислить точные значения усилий в шарнирах. Однако полученное приближенное решение вполне допустимо для рассматриваемой инженерной задачи применительно к кранам-манипуляторам мобильных машин.

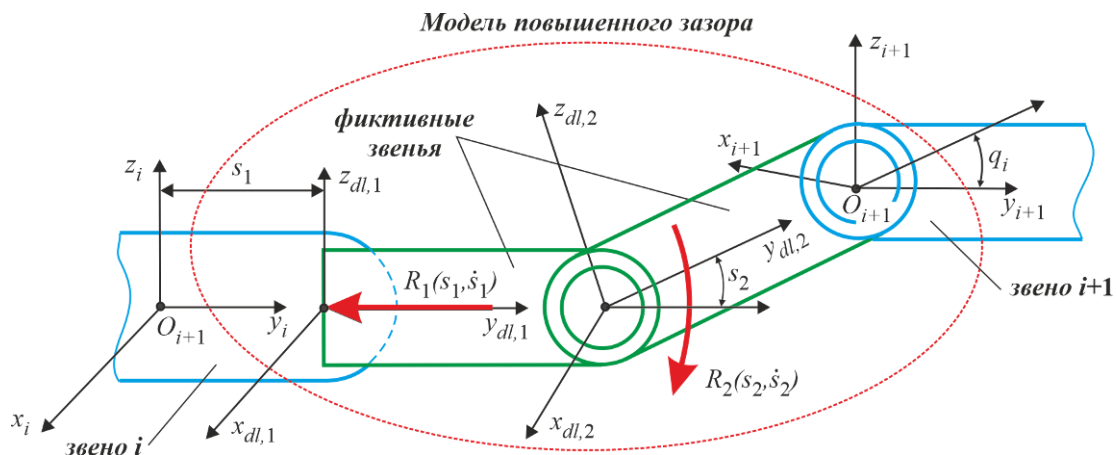


Рис. 3. Модель цилиндрического шарнирного соединения с фиктивными звеньями

5. Характерные особенности динамического напряженного состояния при наличии шарниров с повышенными зазорами

Предложенный подход к оценке динамической нагруженности металлоконструкций гидравлических кранов-манипуляторов был рассмотрен на примере поворота стрелы мо-

бильной транспортно-технологической машины АСТ-4-А (рис. 1) [7, 15]. Поворот выполнялся из состояния покоя с угловым ускорением $\ddot{q}_1 = 0.15 \text{ рад/с}^2$. Расчетная конфигурация крана-манипулятора характеризовалась следующим расположением звеньев: углы наклона стрелы и рукоятки относительно горизонтальной плоскости равны $+30^\circ$ и

-30° соответственно. Вес транспортируемого груза равен 7.5 кН. Величина зазора в шарнире рассматривалась в интервале $\delta_w = 0 \dots 2$ мм (это соответствует требованиям по безопасной эксплуатации кранов-манипуляторов [6], принятым в России).

Под действием сил инерции грузозахватный орган вместе с грузом совершают движение относительно рукояти не только в направлении q_4 , но дополнительно и в направлениях q_{4v} и q_{4h} . Поэтому вскоре после начала движения зазор δ_w выбирается полностью. Шарнирный палец упирается в поверхность отверстия проушины и накопленная грузом кинетическая энергия переходит в энергию удара. Длительность удара может составлять 0.02...0.03 с, а ударное ускорение достигать 16 м/с² [29]. В металлоконструкции крана-манипулятора возникают дополнительные динамические напряжения до 100...120 МПа.

Наличие зазора в цилиндрическом шарнире приводит к тому, что при совершении стрелой поворотного движения груз начинает отклоняться в направлении обобщенной координаты q_{4h} . При этом центры торцевых сечений шарнирного пальца совершают поступательное движение в направлениях u_L и u_R . В момент времени $t = 0,006$ с происходит отрыв поверхности шарнирного пальца в левом торцевом сечении L от поверхности отверстия проушины ($u_L > 0$). Орыв сопровождается незначительным скачком напряжений в стреле σ_2 на 4,2% и рукояти σ_3 на 4,7%. Также происходит кратковременное увеличение линейного ускорения груза. В момент времени $t = 0,38$ с поверхность шарнирного пальца в левом торцевом сечении L полностью выбирает зазор в отверстии проушины (перемещение u_L становится $u_L = \delta_w$). Происходит удар, который сопровождается значительным ростом напряжений в стреле σ_2 в 1,86 раза и рукояти σ_3 в 2,14 раза) и существенным увеличением линейного ускорения груза в 20 раз. Длительность удара равна 0,023 с. При ударе груз меняет направление своего движения на противополо-

жное. Затем вследствие инерционности груза происходит смена пары точек опирания шарнирного пальца (рис. 1) и происходит новый удар. Далее соударения шарнирного пальца с ограничивающими элементами шарнира происходят периодически до полного затухания раскачивания груза.

Таким образом, возникающие дополнительные динамические напряжения соизмеримы по величине с нормально действующими эксплуатационными напряжениями. Эти напряжения повторяются многократно и действуют кратковременно. Они снижают усталостную долговечность металлоконструкции крана-манипулятора. Они могут быть причиной возникновения и развития усталостных трещин в материале проушин и звеньев, снижать точность позиционирования грузозахватного органа, вызывать износ деталей шарниров и приводить к дальнейшему увеличению зазора δ_w .

6. Снижение негативного воздействия повышенных зазоров встроенными демпферами

Установка шарнирных демпферов является целесообразным способом, позволяющим снизить негативные последствия влияния повышенных зазоров на уровень динамического напряженного состояния и остаточный ресурс металлоконструкции манипуляторов [2]. Такие демпферы встраиваются в конструкцию узла соединения смежных звеньев манипуляционной системы. Они имеют принципиально схожий принцип действия, однако различаются геометрической формой и свойствами амортизирующих элементов. В качестве амортизирующих элементов предложено использовать упругие элементы в виде пружин растяжения-сжатия [30], колец [31], V-образных сегментов [32] и дуговых элементов [33]. Это позволяет реализовать функцию упругого сопротивления смещению шарнирного пальца в пределах зазора δ_w , пропорциональную величине смещения.

Для реализации функции вязко-упругого сопротивления дополнительно устанавливаются гидравлические амортизирующие эле-

менты [33]. Они оказывают дополнительное тормозящее воздействие за счет возникновения силы вязкого сопротивления, которая пропорциональна величине и скорости смещения шарнирного пальца. Математическая модель повышенного зазора в шарнире при

наличии встроенного демпфера строится аналогично математической модели на рис. 2. Влияние демпфера учитывается путем добавления в модель упругих и вязких амортизирующих элементов. Данные модели цилиндрического шарнира приведены на рис. 4.

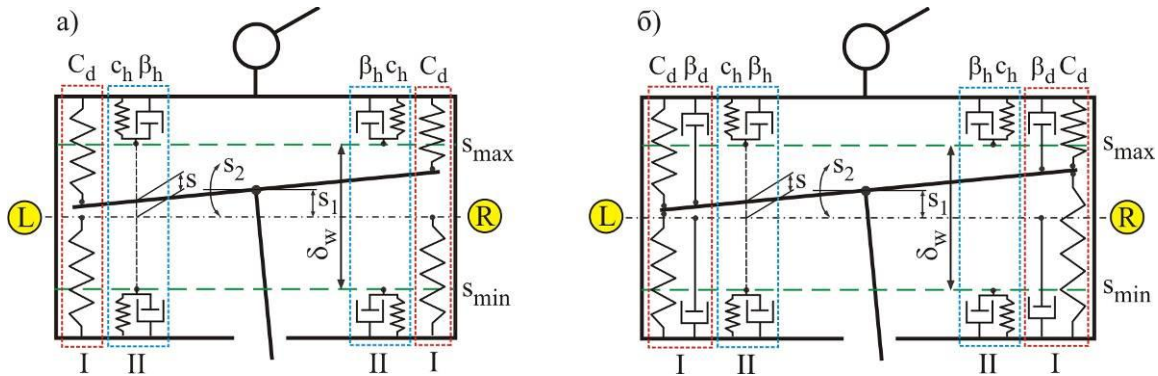


Рис. 4. Модель цилиндрического шарнира с повышенным зазором и встроенным демпфером: а – упругим; б – вязко-упругим

Уравнения (2) – (4) для расчета обобщенных силовых факторов R_1 и R_2 , перемещений центров торцевых сечений шарнирного пальца в отверстиях проушины u_L, u_R и скоростей этих перемещений \dot{u}_L, \dot{u}_R оказываются справедливыми и в рассматриваемом слу-

чае. Однако уравнения (5) and (6) для расчета сил сопротивления перемещению шарнирного пальца подлежат следующей корректировке:

- при использовании упругого встроенного демпфера

$$F_L = \begin{cases} c_h(u_{L_{max}} - u_L) - \beta_h \dot{u}_L - C_d k_{hp} u_L, & u_L \geq u_{L_{max}} = 0,5\delta_w; \\ c_h(u_{L_{min}} - u_L) - \beta_h \dot{u}_L - C_d k_{hp} u_L, & u_L \leq u_{L_{min}} = -0,5\delta_w; \\ -C_d k_{hp} u_L, & \text{else,} \end{cases} \quad (7)$$

$$F_R = \begin{cases} c_h(u_{R_{max}} - u_R) - \beta_h \dot{u}_R - C_d k_{hp} u_R, & u_R \geq u_{R_{max}} = 0,5\delta_w; \\ c_h(u_{R_{min}} - u_R) - \beta_h \dot{u}_R - C_d k_{hp} u_R, & u_R \leq u_{R_{min}} = -0,5\delta_w; \\ -C_d k_{hp} u_R, & \text{else;} \end{cases} \quad (8)$$

- при использовании вязко-упругого встроенного демпфера

$$F_L = \begin{cases} c_h(u_{L_{max}} - u_L) - \beta_h \dot{u}_L - k_{hp}[C_d u_L + \beta_d \dot{u}_L^{ad}], & u_L \geq u_{L_{max}} = 0,5\delta_w; \\ c_h(u_{L_{min}} - u_L) - \beta_h \dot{u}_L - k_{hp}[C_d u_L + \beta_d \dot{u}_L^{ad}], & u_L \leq u_{L_{min}} = -0,5\delta_w; \\ -k_{hp}[C_d u_L + \beta_d \dot{u}_L^{ad}], & \text{else,} \end{cases} \quad (9)$$

$$F_R = \begin{cases} c_h(u_{R_{max}} - u_R) - \beta_h \dot{u}_R - k_{hp}[C_d u_R + \beta_d \dot{u}_R^{ad}], & u_R \geq u_{R_{max}} = 0,5\delta_w; \\ c_h(u_{R_{min}} - u_R) - \beta_h \dot{u}_R - k_{hp}[C_d u_R + \beta_d \dot{u}_R^{ad}], & u_R \leq u_{R_{min}} = -0,5\delta_w; \\ -k_{hp}[C_d u_R + \beta_d \dot{u}_R^{ad}], & \text{else,} \end{cases} \quad (10)$$

где $k_{hp} = 1 + 2l_{hp}/b_{hp}$; C_d - коэффициент жесткости демпфера; k_{hp} - коэффициент длины хвостовика шарнирного пальца; a_d - показатель степени, определяющий вид тормозной

характеристики демпфера; β_d - коэффициент вязкости демпфера.

В (7) – (10) используются следующие характеристики встроенных демпферов:
 - коэффициент жесткости демпфера [23]

$$C_d = c_e \left\{ \sum_{n=1}^{n=n_1} \cos[(n-1)\Delta\alpha + \alpha_0] + \sum_{n=1}^{n=n_2} \cos(n\Delta\alpha - \alpha_0) \right\};$$

- коэффициент вязкости демпфера [2]

$$\beta_d = \beta_e \left\{ \sum_{n=1}^{n=n_1} \cos^{a_d}[(n-1)\Delta\alpha + \alpha_0] + \sum_{n=1}^{n=n_2} \cos^{a_d}(n\Delta\alpha - \alpha_0) \right\},$$

$$n_e = n_1 + n_2,$$

где c_e - коэффициент жесткости амортизирующего элемента; β_e - коэффициент вязкого сопротивления тормозного гидроцилиндра демпфера; α_0 - угол между направлением смещения шарнирного пальца и осью ближайшего амортизирующего элемента; $\Delta\alpha$ - угловой шаг установки соседних амортизирующих элементов; n_e - количество амортизирующих элементов.

7. Результаты анализа эффективности использования встроенных демпферов

Как и ранее [6, 7, 14, 15, 29], расчеты были выполнены применительно к повороту стрелы мобильной транспортно-технологической машины АСТ-4-А (рис. 1) для зазора в шарнире $3G \delta_w = 0,4$ мм в течении двух первых колебаний шарнирного пальца.

На рис. 5 - 8 показаны результаты расчета перемещения правого $u_R(\tau)$ и левого $u_L(\tau)$ торцевых сечений шарнирного пальца, линейного ускорения шарнирного пальца $a(\tau)$, динамических напряжений в стреле $\sigma_2(\tau)$ и рукояти $\sigma_3(\tau)$ крана-манипулятора и при четырех характерных значениях жесткости C_d и постоянном относительно малом значении вязкого сопротивления демпфера $\beta_d = 0,25$ МН·с/м. В табл. 1 приведены максимальные значения указанных параметров, соответствующие двум первым ударам или предельным смещениям (в случае не полного прохождения расчетного зазора) торцевого сечения шарнирного пальца.

На рис. 9 - 12 показаны результаты расчета перемещения правого $u_R(\tau)$ и левого $u_L(\tau)$ торцевых сечений шарнирного пальца,

Таблица 1

Влияние упругих характеристик демпферов на максимальные значения параметров

Коэффициент жесткости, МН/м	Максимальные значения параметров для колебаний									
	u_L , мм		u_R , мм		a , м/с ²		σ_2 , МПа		σ_3 , МПа	
	1-е	2-е	1-е	2-е	1-е	2-е	1-е	2-е	1-е	2-е
10,0	0,200	0,199	-0,200	-0,199	6,03	1,12	126,2	80,4	106,6	68,9
12,5	0,200	0,158	-0,200	-0,158	3,17	1,11	99,3	80,2	84,4	68,8
15,0	0,178	0,135	-0,178	-0,135	1,45	1,13	83,4	80,4	71,4	69,0
20,0	0,138	0,106	-0,138	-0,106	1,48	1,16	83,7	80,8	71,6	69,2

Таблица 2

Влияние вязких характеристик демпферов на максимальные значения параметров

Коэффициент вязкого сопротивления, МН·с/м	Максимальные значения параметров для колебаний									
	u_L , мм		u_R , мм		a , м/с ²		σ_2 , МПа		σ_3 , МПа	
	1-е	2-е	1-е	2-е	1-е	2-е	1-е	2-е	1-е	2-е
0,025	0,200	0,200	-0,200	-0,200	9,42	8,46	158,2	149,0	134,5	126,5
0,250	0,200	0,199	-0,200	-0,199	6,03	1,12	126,2	80,4	106,6	68,9
0,750	0,181	0,181	-0,181	-0,181	1,15	1,01	80,6	79,3	69,1	68,1
2,500	0,107	0,147	-0,107	-0,147	0,99	0,97	79,2	79,0	67,9	67,8

линейного ускорения шарнирного пальца $a(\tau)$, динамических напряжений в стреле $\sigma_2(\tau)$ и рукояти $\sigma_3(\tau)$ крана-манипулятора и при четырех характерных значениях коэффициента вязкого сопротивления β_d и постоянном относительно малом значении жесткости демпфера $C_d = 10$ МН/м. В табл. 2 приведены максимальные значения указанных параметров, соответствующие двум первым ударам или предельным смещениям (в случае не полного прохождения расчетного зазора) торцевого сечения шарнирного пальца.

8. Заключение

Предложенный подход к моделированию динамической нагруженности металлоконструкции гидравлических кранов-манипуляторов при наличии повышенных зазоров в шарнирных соединениях звеньев целесообразно использовать для решения следующих задач проектирования:

- определения верхней и нижней границы диапазона максимальных напряжений, возникающих в металлоконструкции крана-манипулятора при наличии зазоров в цилиндрических шарнирах.
- оценки величины выбираемого зазора при движении звеньев крана-манипулятора и перемещении груза.
- определения зависимостей напряжений, ударных ускорений и других характеристик динамической нагруженности металлоконструкции крана-манипулятора от величины зазора в цилиндрических шарнирах.
- приближенной оценки погрешности позиционирования рабочего органа крана-манипулятора.

Перспективным способом снижения негативных последствий от возникающих при эксплуатации мобильных машин повышен-

ных зазоров в цилиндрических шарнирах является использование встроенных шарнирных демпферов. Они позволяют существенно снизить дополнительные ударные нагрузки, возникающие в момент выбора повышенного зазора. Как следствие, снижается уровень динамического напряженного состояния в металлоконструкциях манипуляционных систем. При работе встроенных демпферов преобладающее влияние имеют силы упругого сопротивления. Они преимущественно определяют значения амортизирующих характеристик демпфера. Силы вязкого сопротивления имеют меньшее значение для снижения уровня динамического напряженного состояния в металлоконструкции манипуляторов. Однако их определяющая роль состоит в другом - они обеспечивают безвозвратную диссипацию кинетической энергии в колебательной системе и затухание колебаний шарнирного пальца в совокупности с колебаниями звеньев манипулятора вплоть до их полного прекращения.

Повышенный зазор в шарнире вызывает перекося оси шарнирного пальца. Это приводит к появлению систематической погрешности позиционирования рабочего органа крана-манипулятора. Абсолютная величина такой погрешности тем больше, чем ближе изношенный шарнир расположен к основанию манипуляционной системы, чем больше зазор в шарнире и чем меньше жесткость шарнирных демпферов.

Технико-экономический результат от использования встроенных демпферов связан с повышением показателей надежности и коэффициента технического использования манипуляторов мобильных транспортно-технологических машин и снижением материально-финансовых затрат при их эксплуатации.

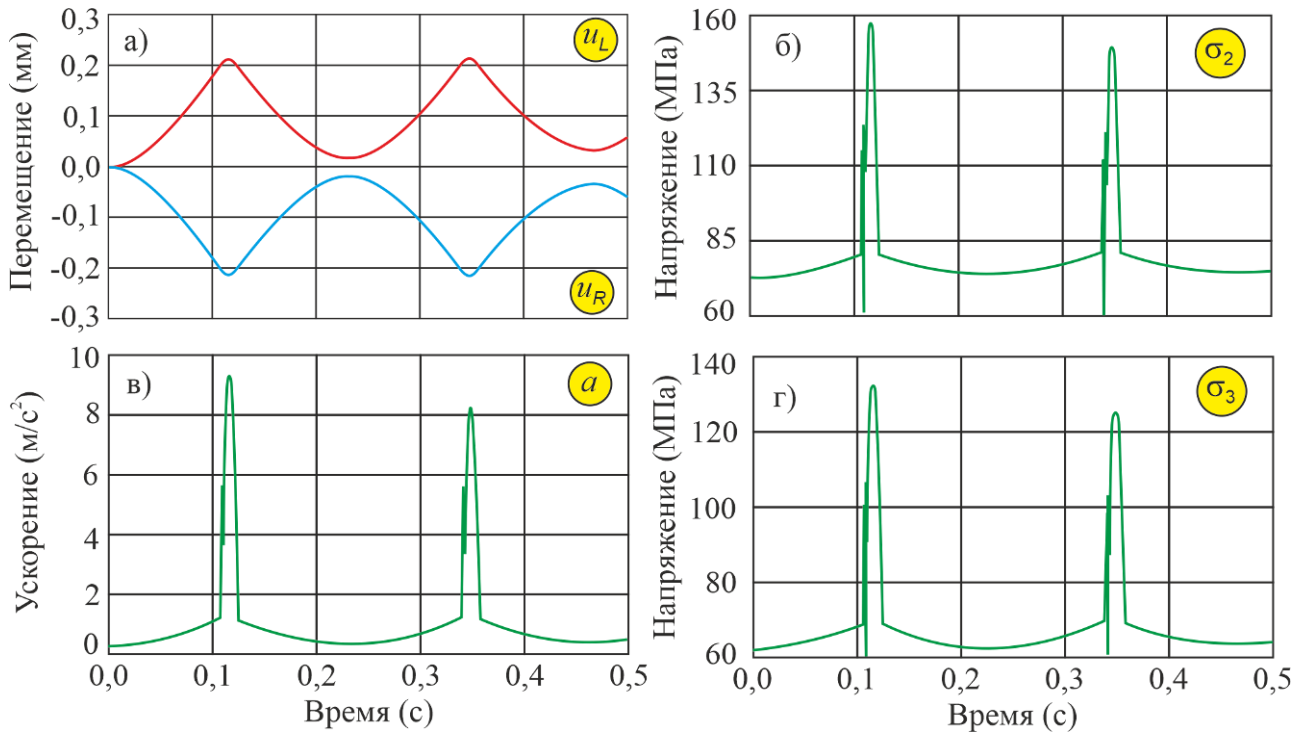


Рис. 5. Графики изменения во времени (при $C_d = 10$ МН/м): а – перемещения торцевых сечений шарнирного пальца; б - напряжения в стреле; в - линейного ускорения шарнирного пальца; напряжения в рукояти

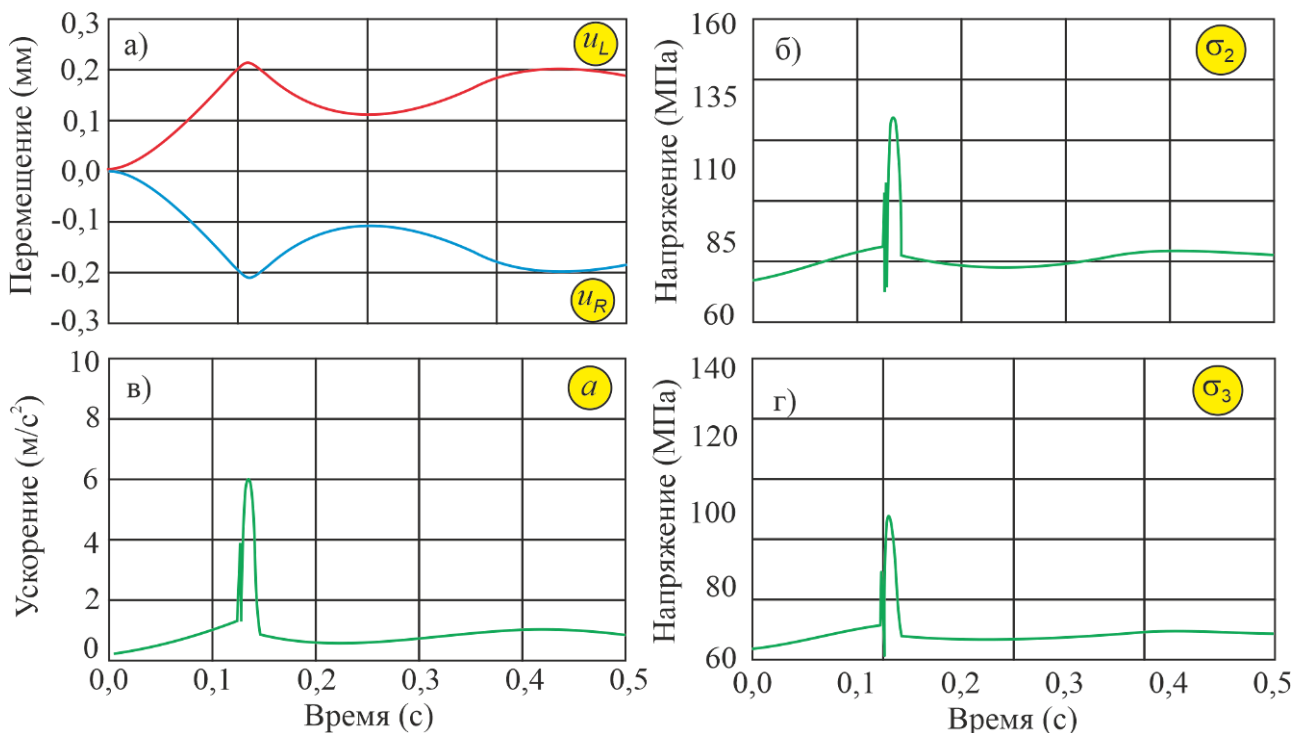


Рис. 6. Графики изменения во времени (при $C_d = 12,5$ МН/м): а – перемещения торцевых сечений шарнирного пальца; б - напряжения в стреле; в - линейного ускорения шарнирного пальца; напряжения в рукояти

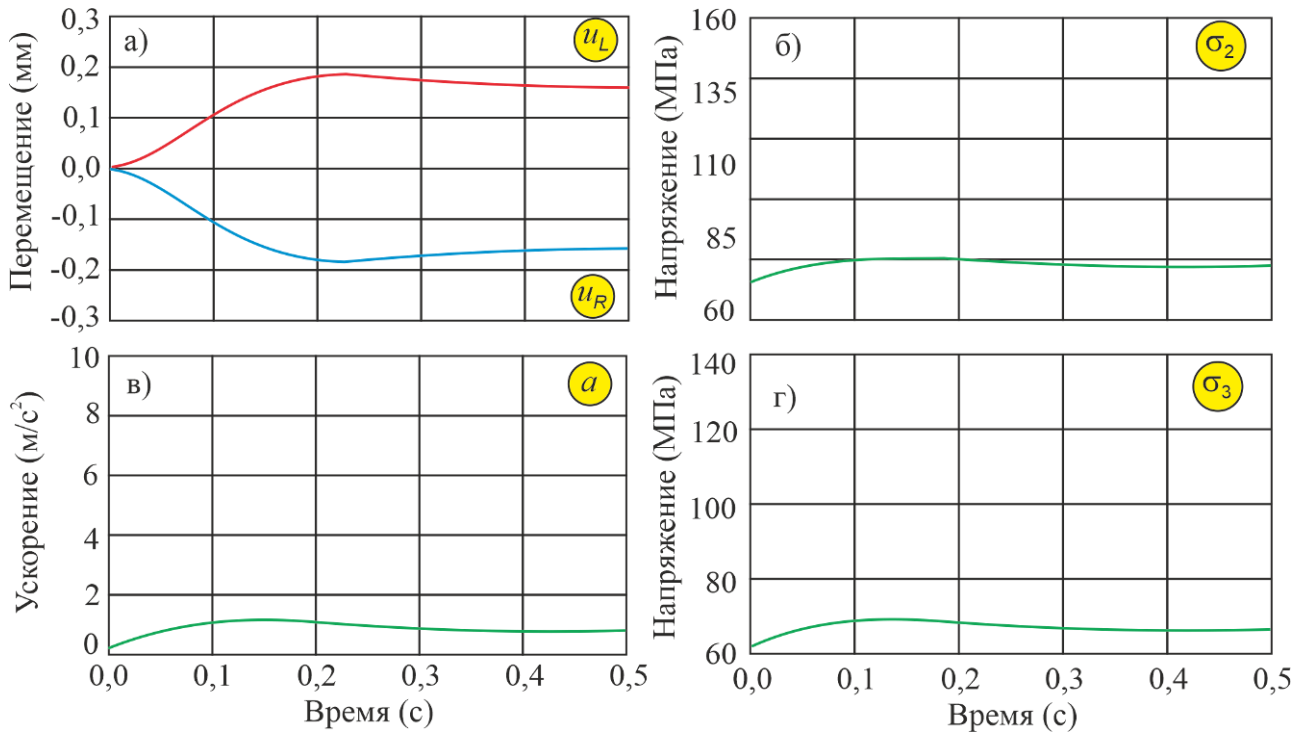


Рис. 7. Графики изменения во времени (при $C_d = 15$ МН/м): а – перемещения торцевых сечений шарнирного пальца; б - напряжения в стреле; в - линейного ускорения шарнирного пальца; напряжения в рукояти

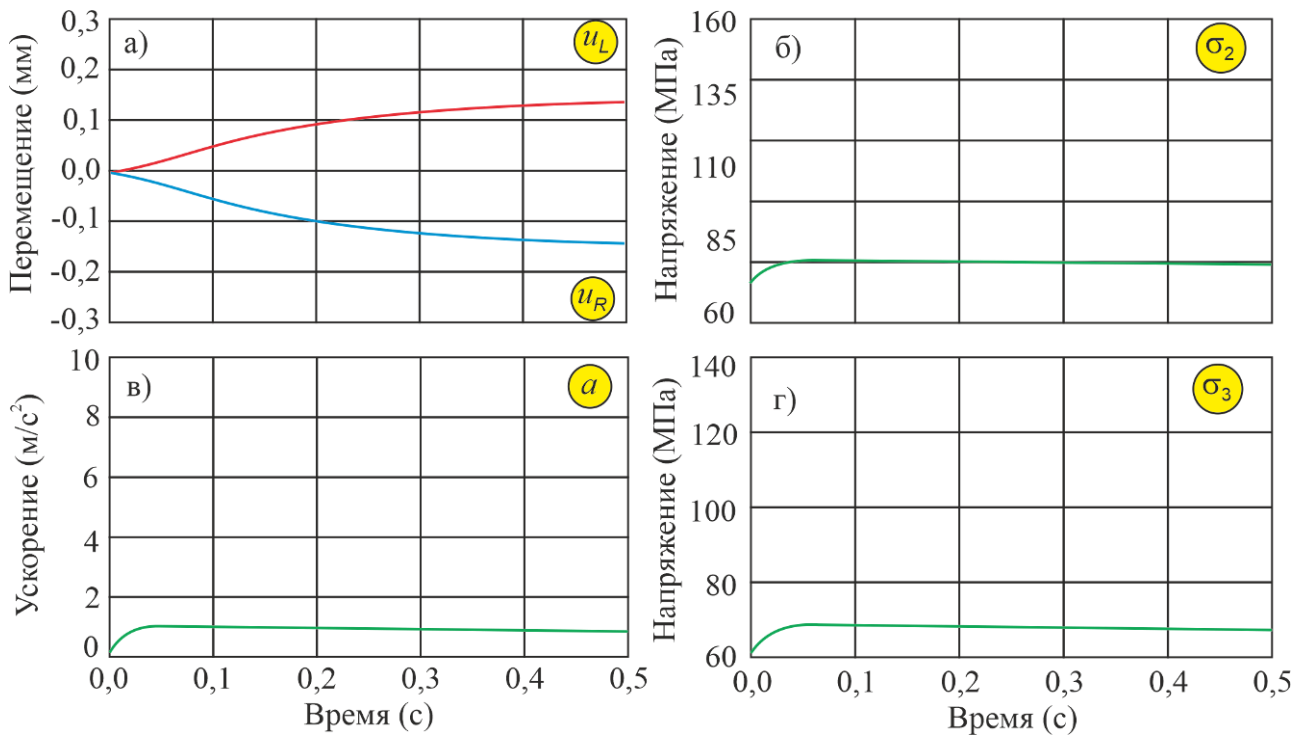


Рис. 8. Графики изменения во времени (при $C_d = 20$ МН/м): а – перемещения торцевых сечений шарнирного пальца; б - напряжения в стреле; в - линейного ускорения шарнирного пальца; напряжения в рукояти

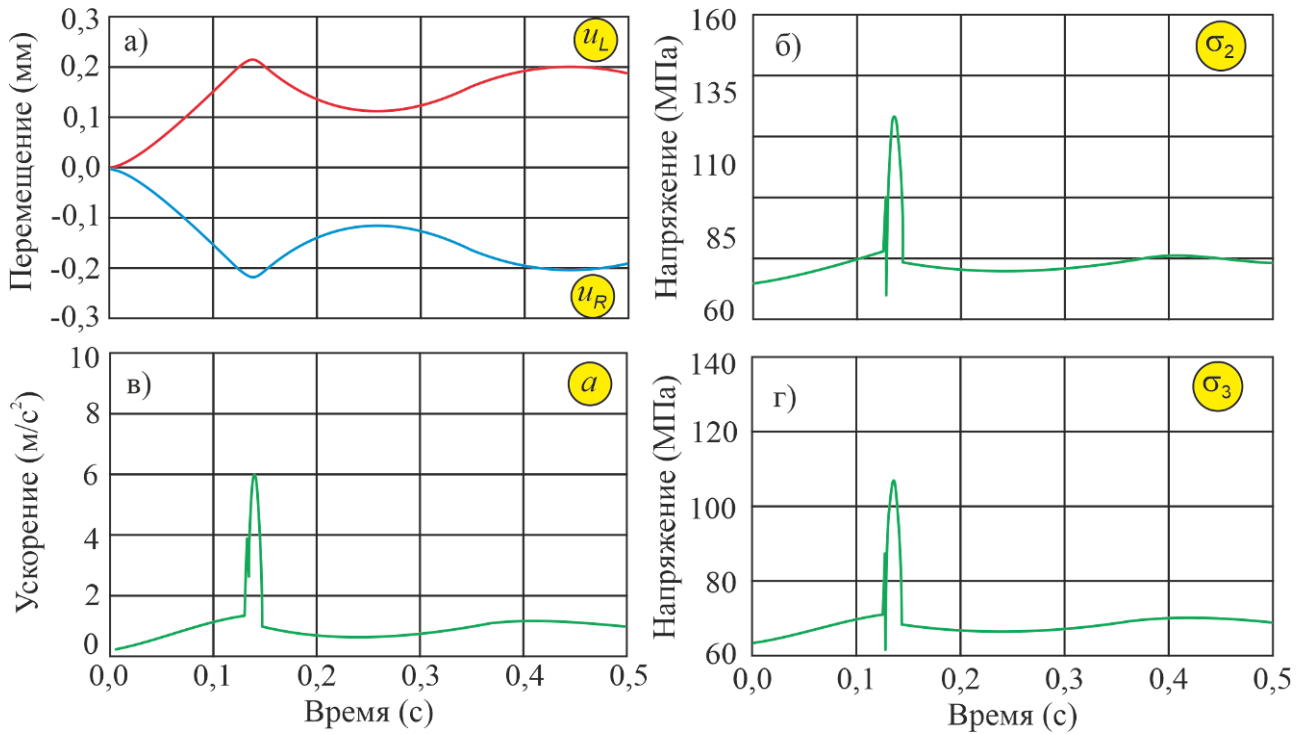


Рис. 9. Графики изменения во времени (при $\beta_d = 0,025$ МН·с/м): а – перемещения торцевых сечений шарнирного пальца; б - напряжения в стреле; в - линейного ускорения шарнирного пальца; напряжения в рукояти

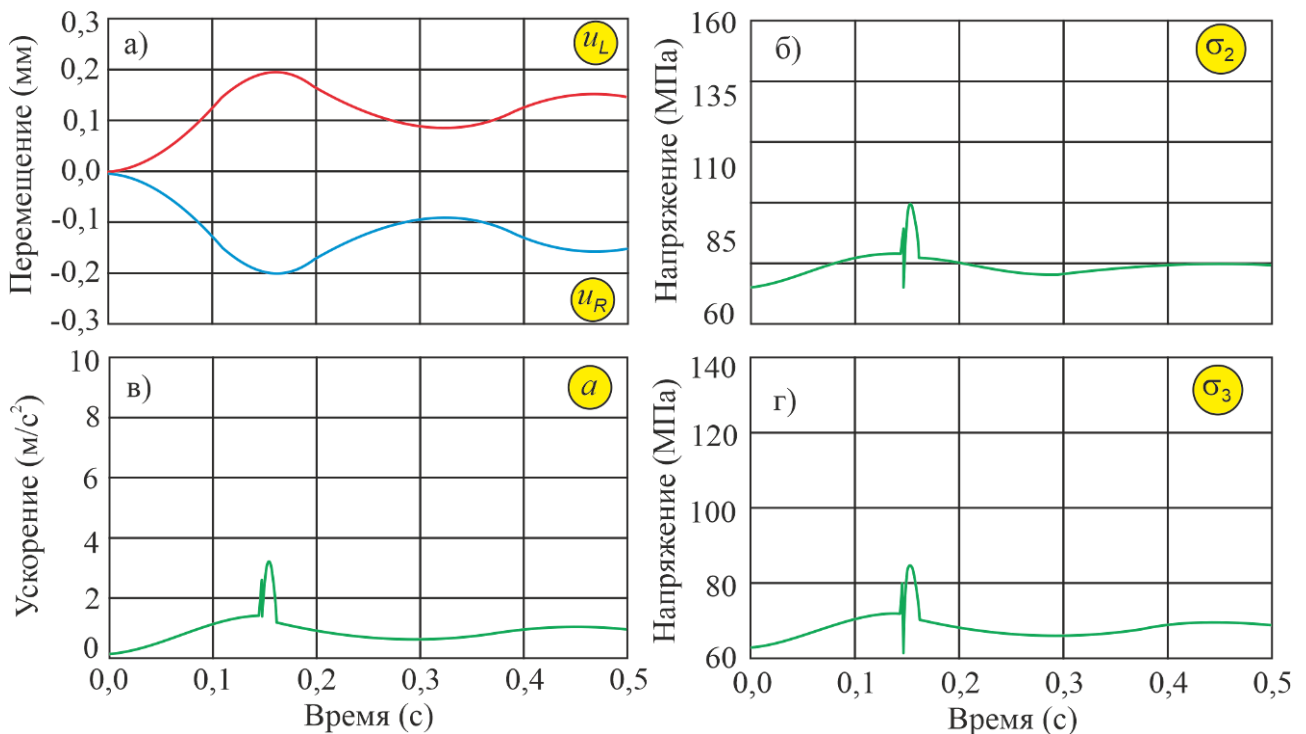


Рис. 10. Графики изменения во времени (при $\beta_d = 0,25$ МН·с/м): а – перемещения торцевых сечений шарнирного пальца; б - напряжения в стреле; в - линейного ускорения шарнирного пальца; напряжения в рукояти

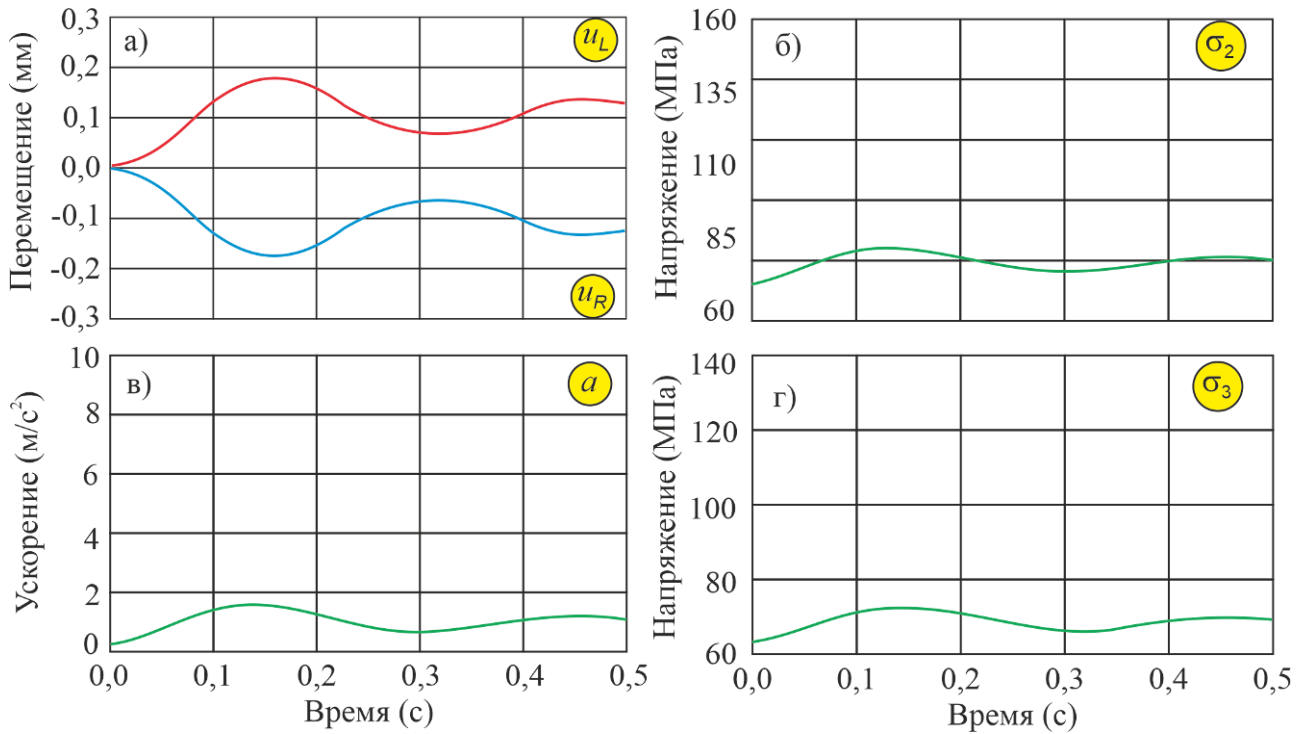


Рис. 11. Графики изменения во времени (при $\beta_d = 0,75$ МН·с/м): а – перемещения торцевых сечений шарнирного пальца; б - напряжения в стреле; в - линейного ускорения шарнирного пальца; напряжения в рукояти

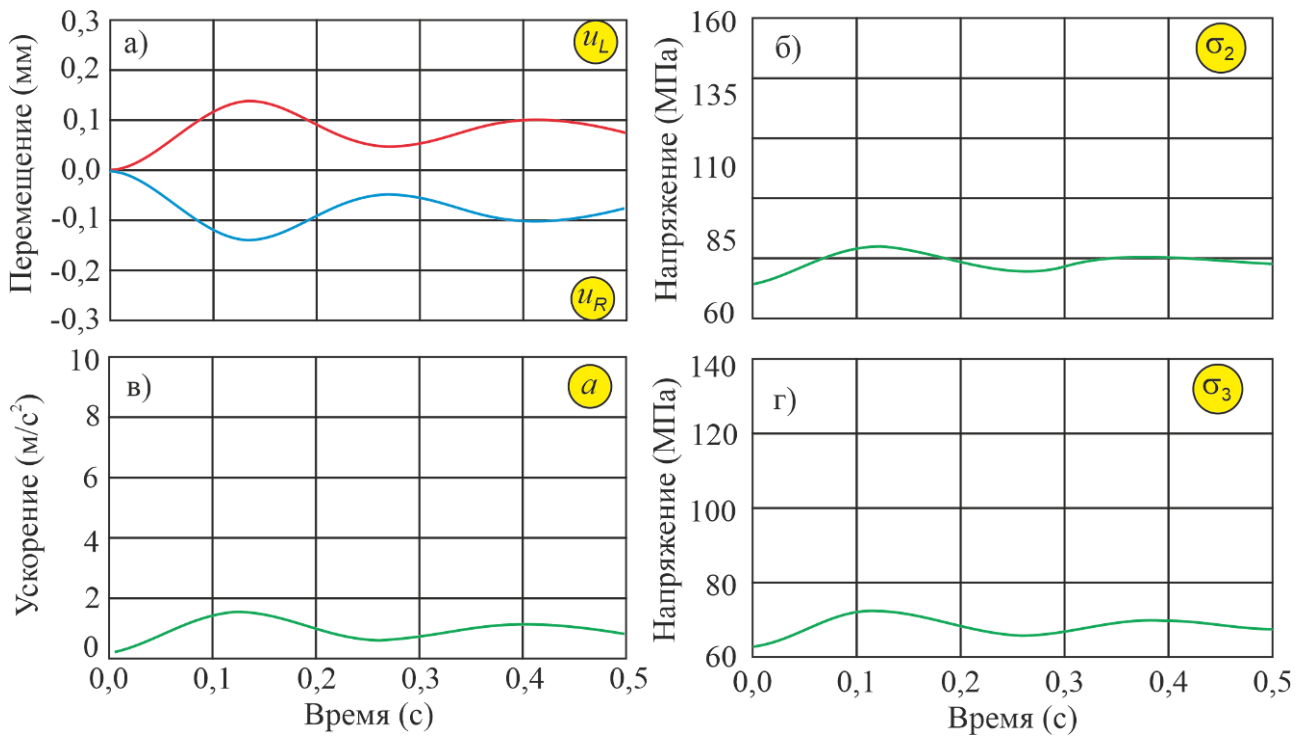


Рис. 12. Графики изменения во времени (при $\beta_d = 2,5$ МН·с/м): а – перемещения торцевых сечений шарнирного пальца; б - напряжения в стреле; в - линейного ускорения шарнирного пальца; напряжения в рукояти

Список литературы

1. Garby R.G. IPT's Crane and Rigging Handbook: mobile-EOT-tower cranes. IPT Publishing and Training Ltd, 2005.
2. Лагереv И.А. Моделирование рабочих процессов манипуляционных систем мобильных многоцелевых транспортно-технологических машин и комплексов. Брянск: РИО БГУ, 2016. 371 с. DOI:10.5281/zenodo.1198980
3. Лагереv И.А. Сравнительный анализ гидравлических кранов-манипуляторов транспортно-технологических машин и гидравлических манипуляторов промышленных роботов // Научно-технический вестник Брянского государственного университета. 2016. №3. С. 16-43. DOI: 10.5281/zenodo.1198767
4. Shoham M. Hydraulic Drive oscillation systems // A Textbook of Robotics 2: Structure, Control and Operation. Boston: Springer, 1984.
5. Blau P.J. Friction science and technology: from concepts to applications. CRC Press, Inc. 2009.
6. Lagerev A.V, Lagerev I.A. Modeling the Dynamic Load of Loader Cranes Metal Structure with Excessive Backlashes in Sections Hinge Joints // International Review of Mechanical Engineering. 2018. Vol. 12. № 2. DOI:10.15866/ireme.v12i2.14626.
7. Лагереv И.А., Мильто А.А., Лагереv А.В. Моделирование поворотного движения крано-манипуляторной установки при повышенных зазорах в шарнирных соединениях звеньев // Научно-технический вестник Брянского государственного университета. 2016. № 2. С. 71-80. DOI: 10.5281/zenodo.1198756
8. Chen K., Zhang G., Wang H., Wu R., Zheng H., Chen Sh. Numerical and Experimental Investigations on Dynamic Response of Hydraulic Cylinder with 3D Spatial Joints considering Radial and Axial Clearances // Shock and Vibration. 2019. P. 1204328. DOI:10.1155/2019/1204328.
9. Yang Ya., Xin Zh., Zeng Q., Liu Zh. Simulation Research on the Influence of the Clearance to the Impact Contact Characteris-

References

1. Garby R.G. IPT's Crane and Rigging Handbook: mobile-EOT-tower cranes. IPT Publishing and Training Ltd, 2005.
2. Lagerev I.A. *Modelirovanie rabochikh protsessov manipulyatsionnykh sistem mobilnykh mnogotselovykh transportno-tekhnologicheskikh mashin i kompleksov* [Modeling of work processes in manipulation systems for mobile multi-purpose transport and technological machines and complexes]. Bryansk, RIO BGU, 2016. 371 p. DOI:10.5281/zenodo.1198980 (In Russian)
3. Lagerev I.A. Comparative analysis of hydraulic crane-manipulating installations transport and technological machines and industrial robots hydraulic manipulators. *Nauchno-tekhnicheskii vestnik Bryanskogo gosudarstvennogo universiteta*, 2016, No.3, pp. 16-49. DOI: 10.5281/zenodo.1198767 (In Russian)
4. Shoham M. Hydraulic Drive oscillation systems. In: *A Textbook of Robotics 2: Structure, Control and Operation*. Boston: Springer, 1984.
5. Blau P.J. Friction science and technology: from concepts to applications. CRC Press, Inc. 2009.
6. Lagerev A.V, Lagerev I.A. Modeling the Dynamic Load of Loader Cranes Metal Structure with Excessive Backlashes in Sections Hinge Joints. *International Review of Mechanical Engineering*, 2018, Vol. 12, No. 2. DOI:10.15866/ireme.v12i2.14626.
7. Lagerev I.A., Milto A.A., Lagerev A.V. Modeling of rotary movement of the articulating cranes with increased gaps in the hinge joints of the links. *Nauchno-tekhnicheskii vestnik Bryanskogo gosudarstvennogo universiteta*, 2016, No.2, pp. 71-80. DOI: 10.5281/zenodo.1198756 (In Russian)
8. Chen K., Zhang G., Wang H., Wu R., Zheng H., Chen Sh. Numerical and Experimental Investigations on Dynamic Response of Hydraulic Cylinder with 3D Spatial Joints considering Radial and Axial Clearances. *Shock and Vibration*, 2019, pp. 1204328. DOI:10.1155/2019/1204328.
9. Yang Ya., Xin Zh., Zeng Q., Liu Zh.

tics between Coal Gangue and the Clearance-Contained Tail Beam Structure // *Advances in Materials Science and Engineering*. 2021. P. 6627395. DOI: 10.1155/2021/6627395.

10. Matekar S.B., Fulambarkar A.M. Displacement analysis of slider in slider-crank mechanism with joint clearance // *Australian Journal of Mechanical Engineering*. 2020. DOI: 10.1080/14484846.2020.1763547

11. Earles S.W.E., Wu C.L.S. Motion Analysis of a Rigid Link Mechanism with Clearance at a Bearing Using Lagrangian Mechanics and Digital Computation // *Mechanisms*. 1973. № 1. P. 83–89.

12. Krasnyy V., Maksarov V., Olt J. Increase of Wear and Fretting Resistance of Mining Machinery Parts with Regular Roughness Patterns // *Proc. of the 27th DAAM International Symposium on Intelligent Manufacturing and Automation*. 2016. Vol. 1. P. 151-156.

13. Zhang C., Qian Y., Dui H., Wang S., Shi J. Component Failure Recognition and Maintenance Optimization for Offshoreheave Compensation Systems Based on Importance Measures // *Journal Loss Prev Process Ind.* 2019. Vol. 63. P. 103996.

14. Lagerev A.V., Lagerev I.A. Impact of Viscoelastic Hinged Dampers on Formation of the Stress State of Mobile Machine Manipulators // *International Review on Modelling and Simulations*. 2019. Vol.12. P. 103-112. DOI:10.15866/iremos.v12i2.16185.

15. Лагереv И.А., Лагереv А.В., Мильто А.А. Эффективность упругого демпфирования в шарнирных соединениях стрел крано-манипуляторных установок при повышенных зазорах // *Научно-технический вестник Брянского государственного университета*. – 2016. – №1. – С. 18-36. DOI: 10.5281/zenodo.1198446

16. Jönsson A., Bathelt J., Broman G. Implications of Modelling One-Dimensional Impact by Using a Spring and Damper Element // *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-body Dynamics*. 2005. Vol. 219. № 3. P. 299-305, 2005.

17. Siebert R., Betsch P. Optimal Control of an Overhead Crane within Energy-

† Simulation Research on the Influence of the Clearance to the Impact Contact Characteristics between Coal Gangue and the Clearance-Contained Tail Beam Structure. *Advances in Materials Science and Engineering*, 2021, p. 6627395. DOI: 10.1155/2021/6627395.

† 10. Matekar S.B., Fulambarkar A.M. Displacement analysis of slider in slider-crank mechanism with joint clearance. *Australian Journal of Mechanical Engineering*, 2020. DOI: 10.1080/14484846.2020.1763547

† 11. Earles S.W.E., Wu C.L.S. Motion Analysis of a Rigid Link Mechanism with Clearance at a Bearing Using Lagrangian Mechanics and Digital Computation. *Mechanisms*, 1973, No.1, pp. 83–89.

† 12. Krasnyy V., Maksarov V., Olt J. Increase of Wear and Fretting Resistance of Mining Machinery Parts with Regular Roughness Patterns. In: *Proc. of the 27th DAAM International Symposium on Intelligent Manufacturing and Automation*, 2016, Vol. 1, pp. 151-156.

† 13. Zhang C., Qian Y., Dui H., Wang S., Shi J. Component Failure Recognition and Maintenance Optimization for Offshoreheave Compensation Systems Based on Importance Measures. *Journal Loss Prev Process Ind.*, 2019, Vol. 63, pp. 103996.

† 14. Lagerev A.V., Lagerev I.A. Impact of Viscoelastic Hinged Dampers on Formation of the Stress State of Mobile Machine Manipulators. *International Review on Modelling and Simulations*, 2019, Vol.12, pp. 103-112. DOI:10.15866/iremos.v12i2.16185.

† 15. Lagerev I.A., Milto A.A., Lagerev A.V. Effectiveness of elastic damping in the pivot joints of cargo boom of crane-manipulating installations at large gaps. *Nauchno-tekhnicheskii vestnik Bryanskogo gosudarstvennogo universiteta*, 2016, No.1, pp. 18-36. DOI: 10.5281/zenodo.1198446 (In Russian)

† 16. Jönsson A., Bathelt J., Broman G. Implications of Modelling One-Dimensional Impact by Using a Spring and Damper Element. In: *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-body Dynamics*, 2005, Vol. 219, No.3, pp. 299-305, 2005.

- momentum Conversing Method // *PAMM Proc. Appl. Math. Mech.* 2010. №10. P. 65-66, 2010.
18. Da Cruz J.J., Leonardi F. Minimum-time Anti-swing Motion Planning of Cranes Using Linear Programming // *Optim. Control Appl. Meth.* 2012. № 10. P. 10-21.
19. Lagerev A.V., Lagerev I.A., Milto A.A. Tool for Preliminary Dynamics and Stress Analysis of Articulating Cranes // *International Review on Modelling and Simulations*. 2014. Vol. 7. №4. P. 644-652. DOI: 10.15866/iremos.v7i4.2045.
20. Lagerev A.V., Lagerev I.A., Milto A.A. Preliminary Dynamics and Stress Analysis of Articulating Non-Telescoping Boom Cranes Using Finite Element Method // *International Review on Modelling and Simulations*. 2015. Vol. 8. №2. P. 223-226. DOI: 10.15866/iremos.v8i2.5713.
21. Hollebrach J.M. A Recursive Lagrangian Formulation of Manipulator Dynamics and a Comparative Study of Dynamics Formulation // *IEEE Trans. Syst. Man Cybern.* 1980. № 10. P. 730-736.
22. Park F.C., Choi J., Ploen S.R. A Li Group Formulation of Robot Dynamics // *International Journal of Robotics Research*. 1995. Vol. 14. № 6.
23. Rodriguez G., Jain A., Kreutz-Delgado K. A Spatial Operator Algebra for Manipulator Modelling and Control // *International Journal of Robotics Research*. 1991. Vol. 10. № 4. P. 371-381.
24. Emami M., Goldenberg A., Turksen I. Fuzzy-Logic Dynamics Modeling of Robot Manipulators // *Proceedings of the 1998 IEEE International Conference on Robotics & Automation*, Leuven, Belgium, May 1998.
25. Featherstone R., Orin D.E. Robot Dynamics: Equations and Algorithms // *Proceedings of the 2000 IEEE International Conference on Robotics & Automation*, San Francisco, CA, April 2000.
26. Orin D.E., McGhee R.B., Vukobratovic M., Hartoch G. Kinematic and Kinetic Analysis of Open-Chain Linkages Utilizing Newton-Euler Methods // *Mathematical Biosciences*. 1979. Vol. 43. P. 107-130.
27. Walker M.W., Orin D.E. Efficient Dy-
17. Siebert R., Betsch P. Optimal Control of an Overhead Crane within Energy-momentum Conversing Method. *PAMM Proc. Appl. Math. Mech.*, 2010, No.10, pp. 65-66, 2010.
18. Da Cruz J.J., Leonardi F. Minimum-time Anti-swing Motion Planning of Cranes Using Linear Programming. *Optim. Control Appl. Meth.*, 2012, No. 10, pp. 10-21.
19. Lagerev A.V., Lagerev I.A., Milto A.A. Tool for Preliminary Dynamics and Stress Analysis of Articulating Cranes. *International Review on Modelling and Simulations*, 2014, Vol. 7, No.4, pp. 644-652. DOI: 10.15866/iremos.v7i4.2045.
20. Lagerev A.V., Lagerev I.A., Milto A.A. Preliminary Dynamics and Stress Analysis of Articulating Non-Telescoping Boom Cranes Using Finite Element Method. *International Review on Modelling and Simulations*, 2015, Vol. 8, No. 2, pp. 223-226. DOI: 10.15866/iremos.v8i2.5713.
21. Hollebrach J.M. A Recursive Lagrangian Formulation of Manipulator Dynamics and a Comparative Study of Dynamics Formulation. *IEEE Trans. Syst. Man Cybern.*, 1980, No. 10, pp. 730-736.
22. Park F.C., Choi J., Ploen S.R. A Li Group Formulation of Robot Dynamics. *International Journal of Robotics Research*, 1995, Vol. 14, No. 6.
23. Rodriguez G., Jain A., Kreutz-Delgado K. A Spatial Operator Algebra for Manipulator Modelling and Control. *International Journal of Robotics Research*, 1991, Vol. 10, No. 4, pp. 371-381.
24. Emami M., Goldenberg A., Turksen I. Fuzzy-Logic Dynamics Modeling of Robot Manipulators. In: *Proceedings of the 1998 IEEE International Conference on Robotics & Automation*, Leuven, Belgium, May 1998.
25. Featherstone R., Orin D.E. Robot Dynamics: Equations and Algorithms/ In: *Proceedings of the 2000 IEEE International Conference on Robotics & Automation*, San Francisco, CA, April 2000.
26. Orin D.E., McGhee R.B., Vukobratovic M., Hartoch G. Kinematic and Kinetic Analysis of Open-Chain Linkages Utilizing Newton-Euler Methods. *Mathematical Biosciences*,

dynamic Computer Simulation of Robotic Mechanisms // Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control. 1982. Vol. 104. № 3. P. 205–211.

28 Лагерев А.В., Мильто А.А., Лагерев И.А. Универсальная методика определения напряжений в стержневых элементах конструкций гидравлических кранов-манипуляторов в задачах динамики // Вестник Брянского государственного технического университета. 2013. №4. С. 21-27. DOI: 10.5281/zenodo.1302038

29. Лагерев И.А., Мильто А.А., Лагерев А.В. Снижение ударной нагрузки, вызываемой люфтом в шарнирных соединениях звеньев крано-манипуляторных установок // Научно-технический вестник Брянского государственного университета. 2015. № 2. С. 37-43. DOI: 10.5281/zenodo.1198382

30. Устройство для соединения секций грузоподъемной стрелы крано-манипуляторной установки: пат. 160246 Рос. Федерация: МПК7 В66С23/64 / Лагерев А.В., Лагерев И.А.; заявитель и патентообладатель ФГБОУ ВПО «БГУ им. ак. И.Г. Петровского». – №2014149984; заявл. 29.07.15; опубл. 10.03.2016, Бюл. № 7. DOI: 10.5281/zenodo.1307455

31. Устройство для соединения секций грузоподъемной стрелы крано-манипуляторной установки: пат. 165378 Рос. Федерация: МПК7 В66С23/64 / Лагерев И.А., Ковальский В.Ф., Мильто А.А., Лагерев А.В.; заявитель и патентообладатель ФГБОУ ВПО «БГУ им. ак. И.Г. Петровского». – № 2016114956; заявл. 18.04.16. Опубл. 20.10.16. – Бюл. № 29. DOI: 10.5281/zenodo.1307461

32. Шарнир устройства соединения звеньев крано-манипуляторной установки: пат. 174726 Рос. Федерация: МПК7 В66С23/64 / Лагерев А.В., Лагерев И.А., Е.Н. Толкачев; заявитель и патентообладатель ФГБОУ ВПО «БГУ им. ак. И.Г. Петровского». – № 2017123656; заявл. 04.07.17. Опубл. 30.10.17. – Бюл. № 31. DOI: 10.5281/zenodo.1307467

33. Лагерев И.А. Оптимизация упругих элементов демпферных устройств для цилиндрических шарниров шарнирно-

1979, Vol. 43, pp. 107–130.

27. Walker M.W., Orin D.E. Efficient Dynamic Computer Simulation of Robotic Mechanisms. Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, 1982, Vol. 104, No. 3, pp. 205–211.

28. Lagerev A.V., Lagerev I.A., Milto A.A. Universal technique for analysing hydraulic articulating crane dynamics. Vestnik Bryanskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta, 2013, No.3, pp. 24-31. DOI: 10.5281/zenodo.1302038 (In Russian)

29. Lagerev I.A., Milto A.A., Lagerev A.V. Reducing the impact load arising from the looseness in joints of articulating cranes. Nauchno-tekhnicheskii vestnik Bryanskogo gosudarstvennogo universiteta, 2015, No.2, pp. 37-43. DOI: 10.5281/zenodo.1198382 (In Russian)

30. Patent RU 160246. Ustroystvo dlya soedineniya sektsiy gruzopodemnoy strely krano-manipulyatornoy ustanovki [Device for connecting sections hoisting boom crane-manipulator]. Lagerev A.V., Lagerev I.A. Declared 29.07.2015. Published 10.03.2016. DOI: 10.5281/zenodo.1307455 (In Russian)

31. Patent RU 165378. Ustroystvo dlya soedineniya sektsiy gruzopodemnoy strely krano-manipulyatornoy ustanovki [Device for connecting sections hoisting boom crane-manipulator]. Lagerev I.A., Kovalskiy V.F., Milto A.A., Lagerev A.V. Declared 18.04.2016. Published 20.10.2016. DOI: 10.5281/zenodo.1307461 (In Russian)

32. Patent RU 174726. Sharnir ustroystva soedineniya zvenev krano-manipulyatornoy ustanovki [A hinge of device for connecting links of the crane-manipulator]. Lagerev A.V., Lagerev I.A., Tolkachev E.N. Declared 04.07.2017. Published 30.10.2017. DOI: 10.5281/zenodo.1307467 (In Russian)

33. Lagerev I.A. Optimization of elastic elements of a damping devices for cylindrical hinges in crane-manipulating installations of mobile machines. Nauchno-tekhnicheskii vestnik Bryanskogo gosudarstvennogo universiteta, 2016, No.2, pp. 27-50. DOI: 10.5281/zenodo.1198720 (In Russian)

34. Patent RU 165377. Ustroystvo dlya soedineniya sektsiy gruzopodemnoy strely

сочлененных стрел крано-манипуляторных установок мобильных машин // Научно-технический вестник Брянского государственного университета. 2016. №2. С. 27-50. DOI: 10.5281/zenodo.1198720

34. Устройство для соединения секций грузоподъемной стрелы крано-манипуляторной установки: пат. 165377 Рос. Федерация: МПК7 В66С23/64 / Лагереv И.А., Ковальский В.Ф., Мильто А.А., Лагереv А.В.; заявитель и патентообладатель ФГБОУ ВПО «БГУ им. ак. И.Г. Петровского». – № 2016116726; заявл. 27.04.16. Оpubл. 20.10.16. – Бюл. № 29. DOI: 10.5281/zenodo.1307459

† *krano-manipulyatornoy ustanovki* [Device for
† connecting sections hoisting boom crane-
† manipulator]. Lagerev I.A., Kovalskiy V.F.,
† Milto A.A., Lagerev A.V. Declared
† 27.04.2016. Published 20.10.2016. DOI:
† 10.5281/zenodo.1307459. (In Russian)