

УДК (УДК) 625.731.08

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ТРЕНИЯ,  
АДГЕЗИИ И КОГЕЗИИ В ПРОБЛЕМЕ ЛИПКОСТИ ГРУНТАPHYSICAL-MATHEMATICAL MODELING OF FRICTION, ADHESION AND  
COHESION PROCESSES IN THE PROBLEM OF SOIL STICKINESSСладкова Л.А., Григорьев П.А.  
Sladkova L.A., Grigorev P.A.Российский университет транспорта (Москва, Россия)  
Russian University of Transport (Moscow, Russian Federation)

**Аннотация.** Липкость грунтов является огромной проблемой при разработке рабочими органами землеройных машин, которая ведет к увеличению усилий копания, снижению производительности и, как следствие, увеличению экономических затрат. Сам процесс налипания изучен не в полной мере и представляет интерес с точки зрения его математического описания, позволяющего раскрыть не только его физическую природу, но и найти определенные соотношения и зависимости при оценке напряженно-деформированного состояния при разрушении грунтового массива. В статье на основе математического аппарата и энергетической природы разрушения грунтов проведены исследования явления липкости грунтов исходя из адгезионно-когезионных сил и сил трения, возникающих на поверхности рабочего органа в процессе разработки грунта. Базируясь на теории моделирования физических процессов, протекающих при разработке грунтов, авторами получены зависимости, позволяющие найти соотношения между нормальной и тангенциальной составляющей напряжений, возникающих при разрушении грунтового массива. Полученные зависимости позволяют разработать технические решения по борьбе с налипанием грунта на поверхности рабочих органов землеройных машин.

**Ключевые слова:** разрушение грунта, липкость, сила трения грунта, тяговое усилие, адгезионно-когезионные силы, моделирование.

**Дата принятия к публикации:** 18.10.2022  
**Дата публикации:** 10.03.2023

**Сведения об авторах:**

**Сладкова Любовь Александровна** – доктор технических наук, профессор, профессор кафедры «Наземные транспортно-технологические средства» Российского университета транспорта, e-mail: rich.cat2012@yandex.ru.

**Григорьев Павел Александрович** – кандидат технических наук, доцент кафедры «Наземные транспортно-технологические средства» Российского университета транспорта, e-mail: grigorievpavel1996@yandex.ru.

ORCID: 0000-0002-5409-6250

**Abstract.** The stickiness of soils is a huge problem in the development of earthmoving machines by working bodies, which leads to an increase in maintenance efforts, a decrease in productivity and, as a result, an increase in economic costs. The process of sticking itself has not been fully studied and is of interest from the point of view of its mathematical description, which makes it possible to reveal not only its physical nature, but also to find certain relations and dependencies when assessing the stress-strain state during the destruction of a soil mass. In the article, based on the mathematical apparatus and the energetic essence of soil destruction, the phenomenon of soil stickiness was investigated based on the adhesive-cohesive forces and friction forces arising on the surface of the working body during soil excavation. Based on the theory of modeling the physical processes occurring during soil excavation, the authors obtained dependencies that allow us to find the relationship between the normal and tangential component of stresses arising from the destruction of the soil mass. The obtained dependencies will allow us to develop technical solutions to combat the sticking of soil on the surfaces of the working bodies of earthmoving machines.

**Keywords:** ground failure, stickiness, soil friction force, traction, adhesive-cohesive forces, modeling.

**Date of acceptance for publication:** 18.10.2022  
**Date of publication:** 10.03.2023

**Authors' information:**

**Liubov A. Sladkova** – Doctor of Technical Sciences, Professor, Professor of the Department “Ground transportation and technological means” at Russian University of Transport, e-mail: rich.cat2012@yandex.ru.

**Pavel A. Grigorev** – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department “Ground transportation and technological means” at Russian University of Transport, e-mail: grigorievpavel1996@yandex.ru.

ORCID: 0000-0002-5409-6250



## 1. Введение

Проблема липкости грунта, также как и влияние сил трения при разработке грунтов, носит двойственный характер. С одной стороны, липкость обеспечивает прочность сцепления с окрашиваемыми поверхностями, а с другой - ведет к снижению производительности, увеличению усилий разработки грунтов и др. при взаимодействии с рабочими органами землеройных и сельскохозяйственных машин.

Развитие данного научного направления на современном этапе можно встретить в трудах ученых Китая, Вьетнама, России [1-3]. В трудах российских ученых проблема налипания решается в основном в рамках оценки усилий копания грунта различными органами землеройных машин. Имеющиеся научные исследования в области липкости грунта представляют собой основы изучения этого процесса и представлены в учебниках и монографиях основоположниками теории резания грунта (А.Н. Зеленин, В.И. Баловнев, Т.В. Алексеева, И.В. Крагельский) в 60-80-х годах прошлого века. Причем, нами установлены некоторые несоответствия в трудах различных ученых при проведении исследований процесса липкости грунта.

Существующие технические средства и способы борьбы с налипанием грунта на поверхности рабочих органов землеройных машин разнообразны по способу воздействия и делятся на: механический, термический, инфракрасный, изменение конфигурации поверхности, футеровка для увеличения износостойкости покрытия, стеклование и др. (табл. 1). Особенно стоит отметить способы, связанные с воздействием на адгезионный слой за счёт использования физического эффекта: инфракрасное излучение, применение пьезо-керамических преобразователей и смазка поверхности различными антифрикционными и антиадгезионными веществами. Каждый из представленных способов имеет определенные недостатки, ограничивающие сферу их применимости [4].

В настоящее время ведущими специалистами в данном направлении вместе со своими научными школами являются Р.П.

Заднепровский (Волгоград) [5], С.А. Зеньков (Братск) [6]. Однако ими не рассматривается взаимосвязь процесса трения и адгезионно-когезионных свойств грунта, являющихся основной причиной увеличения сопротивления грунта копанию и изнашивания поверхности рабочих органов землеройных машин.

## 2. Исследование влияния силы трения грунта на величину адгезионно-когезионных сил

Физико-математическое моделирование сейчас является приоритетным направлением при исследовании процессов разработки грунтов [7, 8, 9]. Известные физико-математические модели адгезионно когезионных свойств грунта рассматривались в работах С.А. Гончарова, А.Н. Зеленина, И.Г. Горячевой, но в них в недостаточной степени отражено поведение грунта с позиции трех-четырёхфазной системы, которая влияет на изменение состояния грунта, в частности на его массу из-за изменения объемной массы грунта. Очевидно, что этот показатель является функцией влажности, пористости температуры и других физико-механических свойств грунта.

Разработка физико-математической модели с учетом объемной массы грунта (массы грунта), перемещающейся по поверхности рабочего органа землеройной машины, позволит выявить физическую природу его адгезионных свойств и липкости. Для этого рассмотрим силы, действующие в месте контакта поверхности рабочего органа землеройной машины и элементной стружки массой  $m$ , отделяемой от массива грунта (рис. 1) [10].

В предлагаемой модели рассматривается система «горизонтально расположенная поверхность рабочего органа – грунт». Выделим в системе участок длиной  $dx$  и массой  $dm$ .

Очевидно, что для преодоления сил трения, адгезионных и когезионных сил, необходимо, чтобы сила тяги  $T$ , развиваемая базовым тягачом, превышала бы величину этих сил, т.е. выполнялось неравенство:

$$T \geq F_{ад} + F_{ког} + F_{тр}, \quad (1)$$

Таблица 1

## Способы борьбы с налипанием грунта [4]

Способ борьбы с налипанием	Описание способа	Недостатки
Механический	Удар, вибрация, применение скребков, гравитационный	Низкая культура производства, потери времени на очистку ковша, повреждение поверхности ковша
Термический	Подогрев	Снижение влажности грунта в зоне контакта
Лубрикационный	Применение различных смазывающих покрытий	Непродолжительный рабочий цикл
Футеровка	Покрытие поверхности рабочего органа полимерами и другими материалами с низким коэффициентом липкости	Низкий срок службы (частая замена покрытий)
Инфракрасный	Использование инфракрасного излучения	Сложность изготовления
Комбинированный	Применение пьезокерамических преобразователей на основе явления обратного пьезоэлектрического эффекта, тепловое и вибрационное воздействие	Сложность изготовления
Изменение конфигурации поверхности	Модификация геометрических параметров рабочих органов	Требует изменения конструкции применительно для каждого типа грунта
Бионический электроосмос	Изменение физико-механических свойств грунта при воздействии на него статическим электричеством	Отсутствие практической реализации

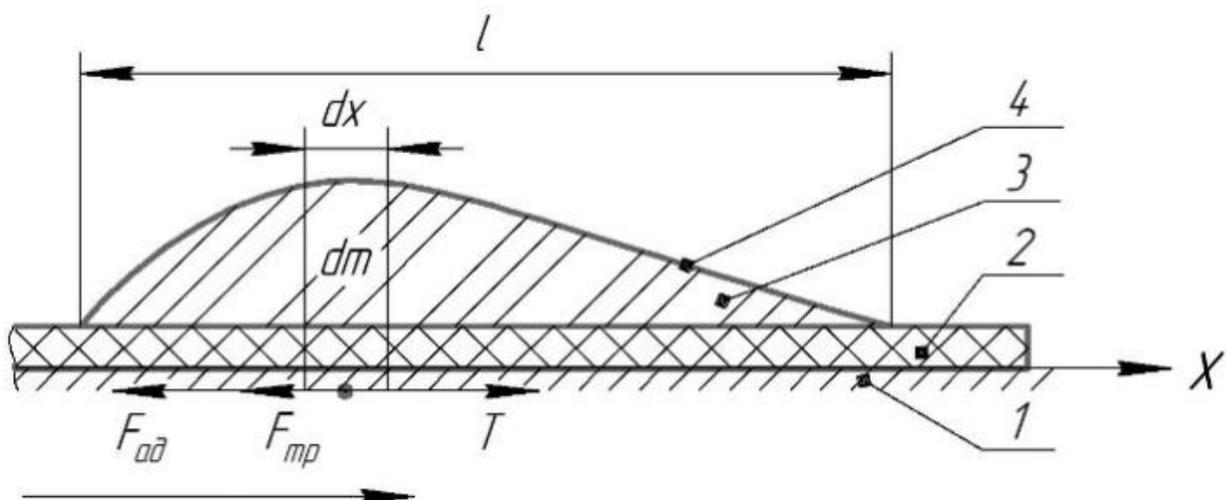


Рис. 1. Взаимодействие грунта с поверхностью рабочего органа

где  $F_{ад}$  – силы адгезии, Н;  $F_{ког}$  – силы когезии, Н;  $F_{тр}$  – сила трения грунта о поверхность рабочего органа, Н.

Для преодоления этих сил необходимо затратить энергию  $W$ , величина которой равна:

$$W = lT,$$

где  $l$  – длина вырезаемой стружки грунта (длина контактной поверхности стружки с поверхностью рабочего органа).

С другой стороны, тяговое усилие  $T$  базового тягача, без учета коэффициента полезного действия можно определить по зависимости [11]:

$$T = \frac{P}{v},$$

где  $P$  – мощность базового тягача, кВт;  $v$  – проекция скорости перемещения стружки по поверхности рабочего органа, которая является тригонометрической функцией от скорости перемещения рабочего органа в грунте, м/с.

Сила трения  $F_{\text{тр}}$ , развиваемая между контактирующими поверхностями грунта и рабочим органом, равна:

$$dF_{\text{тр}} = gf dm, \quad (2)$$

где  $f$  – коэффициент трения грунта по поверхности рабочего органа;  $g$  – ускорение свободного падения, м/с<sup>2</sup>.

Исследования силы трения между этими телами проведены многими российскими и зарубежными учеными [11, 12].

Величина элементарной массы  $dm$  на участке длиной  $dx$  равна:

$$dm = \gamma L h dx, \quad (3)$$

где  $\gamma$  – объемная масса грунта, кг/м<sup>3</sup>;  $L$  – длина режущей кромки, м;  $h$  – толщина вырезаемой стружки грунта, м.

Тогда полная масса грунта, контактирующая с поверхностью рабочего органа, будет равна:

$$m = \gamma L h \int_0^l dx = \gamma L h l$$

Элементарная сила трения на участке  $dx$  будет равна:

$$dF_{\text{тр}} = gf dm = gf \gamma L h dx, \quad (4)$$

$$F_{\text{тр}} = gf \gamma L h \int_0^l dx = gf \gamma L h l.$$

Преобразуя уравнение (1) получим:

$$F_{\text{ад}} + F_{\text{ког}} \leq T - F_{\text{тр}}. \quad (5)$$

Таким образом, сумма адгезионных и когезионных сил в процессе резания грунта не должна превышать разности между силой

тяги базового трактора и величиной силы трения.

Исходя из закона сохранения количества движения [13] при перемещении грунта по поверхности рабочего органа, будем иметь:

$$dv dm = F_{\text{тр}} dt. \quad (6)$$

Используя соотношение (3), преобразуем зависимость (6) к виду:

$$dv h L \gamma dx = F_{\text{тр}} dt, \quad (7)$$

или

$$\frac{dv}{dt} = \frac{F_{\text{тр}}}{h L \gamma dx}.$$

Преобразуем выражение (10), используя выражение (7), к виду:

$$a = gf. \quad (8)$$

где  $a$  – ускорение перемещения грунта по поверхности рабочего органа с учетом силы трения.

Из уравнения (7) видно, что усилие трения на поверхности рабочего органа не является постоянной величиной так же, как и перераспределение сил адгезии и когезии между собой. Кроме этого очевидно, что сила трения изменяется в зависимости от положения центра масс грунта на поверхности рабочего органа и изменяется в зависимости от длины грунтовой стружки. Из выражения (7) видно, что для снижения силы трения резание грунта должно производиться мелкими прерывистыми стружками.

Также очевидно, что ускорение перемещения грунта по поверхности рабочего органа зависит от величины силы трения, физико-механических свойств грунта и параметров рабочего органа (высоты и кривизны его поверхности) и изменяется по криволинейной поверхности [9].

С учетом зависимостей (4) и (5) преобразуем выражение (7). Тогда сумму адгезионных и когезионных сил на поверхности рабочего органа, представленного на рис. 1, можно определить из соотношения:

$$F_{\text{ад}} + F_{\text{ког}} \leq T - gf \gamma L h l, \quad (9)$$

Доказательством справедливости полученных выражений (8) и (9) должны быть экспериментальные исследования. Основой для проведения эксперимента используем теорию моделирования процесса разрушения грунта, считая массу грунта основной пере-

менной при изучении и оценке процессов трения и адгезионно-когезионных свойств грунта, исходя из его массы.

### 3. Моделирование процесса разрушения грунта с учетом адгезионно-когезионных сил и трения

Известно, что масса грунта определяется по зависимости [14]:

$$m = \gamma V,$$

где  $\gamma$  – объемная масса грунта, кг/м<sup>3</sup>;  $V$  – объем вырезанного грунта и контактирующего с поверхностью рабочего органа, м<sup>3</sup>.

При моделировании необходимо учитывать тот факт, что объем вырезанного грунта  $V$  зависит от параметров модели рабочего органа и свойств разрабатываемого грунта (объемная масса грунта), как было установлено выше. Потому при моделировании необходимо рассматривать изменение объемной массы грунта, и, следовательно, определить масштабный коэффициент объемной массы грунта с возможностью замены его другим веществом.

Учитывая параметры рабочего органа на модели и оригинале можно считать, что  $V_o \neq V_m$ , т.е. объемы грунта и вещества зависят от масштаба линейного моделирования  $k_l$ . Тогда масштабный коэффициент определим по зависимости

$$k_m = \frac{m_o}{m_m} = \frac{\gamma_o V_o}{\gamma_m V_m} = \frac{\gamma_o}{\gamma_m} k_l^3,$$

где  $m_o$ ,  $\gamma_o$ ,  $V_o$  – параметры оригинала;  $m_m$ ,  $\gamma_m$ ,  $V_m$  – параметры модели.

С другой стороны, исходя из теории размерностей, объемную массу грунта представим в виде:

$$k_\gamma = k_m = \frac{m_o}{m_m} = ML^{-3} = \frac{\gamma_o}{\gamma_m}.$$

С учетом второго закона Ньютона видно, что:

$$k_m = \frac{m_o}{m_m} = \frac{P_o a_m}{P_m a_o},$$

где  $a_o$  и  $a_m$  – ускорения перемещения грунта по поверхности рабочего органа оригинала и модели, соответственно.

Из [11] известно, что:

$$P = k_l^3; \quad \frac{a_o}{a_m} = k_l; \quad \frac{m_o}{m_m} = k_l^2; \quad \frac{\gamma_o}{\gamma_m} = k_l^2.$$

Из соотношений видно, что при проведении экспериментальных исследований для соблюдения первой -теоремы ( $\Pi_1 = \text{idem}$ ) [15] необходимо объемную массу грунта выбирать в  $k_l^2$  раз меньшую.

Силы трения, адгезии и когезии связаны с тангенциальной составляющей копания грунта  $\tau$  [12], определяемой по формуле Кулона:

$$\tau = C + \sigma \operatorname{tg} \varphi, \quad (10)$$

где  $\sigma$  – нормальные напряжения при разрушении грунта, Па;  $\varphi$  – угол естественного откоса грунта, град;  $C$  – сцепление грунта, Па.

Масштабный коэффициент изменения касательного напряжения, характеризующий реологическое состояние среды, определяемой по формуле Кулона [16], будет равен:

$$k_\tau = \frac{\sigma_o \operatorname{tg} \varphi_o}{\sigma_m \operatorname{tg} \varphi_m} + \frac{C_o}{C_m},$$

где  $\sigma_o$ ,  $\sigma_m$  – нормальные напряжения при разрушении грунта, Па;  $\varphi_o$ ,  $\varphi_m$  – угол естественного откоса грунта, град;  $C_o$ ,  $C_m$  – сцепление грунта, Па.

Коэффициент сцепления материала с поверхностью рабочего органа определим по зависимости

$$k_C = \frac{C_o}{C_m} = \frac{\tau_o}{\tau_m} - \frac{\sigma_o \operatorname{tg} \varphi_o}{\sigma_m \operatorname{tg} \varphi_m}. \quad (11)$$

Рассмотрим вариант, когда  $k_C = \frac{C_o}{C_m} = 1$ , т.е. физико-механические свойства грунта модели и оригинала одинаковы. В этом случае

$$\frac{\tau_o}{\tau_m} - \frac{\sigma_o \operatorname{tg} \varphi_o}{\sigma_m \operatorname{tg} \varphi_m} = 1.$$

Нормальные напряжения, возникающие в результате отрыва грунта весом  $mg$  от поверхности рабочего органа площадью  $A$ , можно определить по зависимости:

$$\sigma = \frac{mg}{A}.$$

Касательные напряжения, возникающие в результате преодоления сил трения  $F_{\text{тр}}$  (4), и, как было замечено выше, адгезионных и когезионных сил на этой же поверхности  $A$ , можно определить по зависимости:

$$\tau = \frac{F_{\text{тр}}}{A} = \frac{gfyLhl}{A}.$$

Для оценки между нормальными и касательными составляющими напряжений при

взаимодействии грунта с поверхностью рабочего органа, определим соотношение между нормальными и касательными напряжениями:

$$\frac{\tau}{\sigma} = \frac{F_{\text{тр}} A}{Amg} = \frac{f\gamma Lhl}{m} = f,$$

где  $f \in [0,02; 0,45]$ .

Таким образом, отношение между нормальными и касательными напряжениями можно оценить по выше приведенной зависимости. Анализ вышеприведенной зависимости показывает, что для снижения касательной составляющей копания грунта необходимо снижать коэффициент трения, что в настоящее время достигается использованием покрытий поверхностей рабочего органа, конструктивными решениями, например, заменой трения скольжения трением качения, подогревом поверхности рабочего органа и т.п. [4].

Другие способы достижения этого показателя достигаются за счет снижения объемной массы грунта, что можно получить за счет его предварительного рыхления. В этом случае применимо опережающее рыхление грунта, достигаемое за счет установки, например, фрез, перед поверхностью рабочего органа землеройных машин. Кроме этого резание грунта в этом случае будет осуществляться короткими стружками, что также будет способствовать снижению усилий копания.

Остальные способы, вытекающие из этой зависимости, решаются копанием грунта срединным ножом или несколькими выдвигающимися ножами, т.е. за счет уменьшения длины режущей части рабочего органа и достижения условий свободного резания грунта.

А.Н. Зелениным в [16] было установлено, что резание грунта необходимо для снижения усилий копания проводить тонкими длинными стружками, т.е. за счет снижения глубины резания.

Границы отрезка для коэффициента трения  $f \in [0,02; 0,45]$  показывают, на какую величину для отрыва грунта от поверхности рабочего органа должна отличаться тангенциальная и вертикальная составляющие при копании в зависимости от физико-механических свойств. Использование данных ус-

ловий позволяет разработать технические предложения по модернизации или усовершенствованию рабочих органов, позволяющих снизить как налипаемость грунта на поверхность рабочих органов землеройных машин, так и их изнашиваемость.

При установке поверхности рабочего органа с углом резания  $\alpha$  вышеприведенное соотношение напряженно-деформированного состояния грунта при его разрушении можно представить в виде:

$$\frac{\tau}{\sigma} = f \cos \alpha. \quad (12)$$

При проведении анализа полученного соотношения было установлено, что оно позволяет оценить соотношение нормальных и касательных напряжений с учетом адгезионно-когезионных свойств грунта при взаимодействии его с поверхностью рабочих органов землеройных машин. Таким образом, полученная зависимость позволяет раскрыть физическую сущность формулы Кулона (10) и оценить изменение усилий отрыва грунта от поверхности рабочего органа от действия нормальных напряжений с учетом ее касательной составляющей, представляющей собой напряжения, возникающие в результате действия адгезионно-когезионных сил.

Полученные зависимости не противоречат основным классическим теоретическим положениям авторов [11, 15, 16].

Графическая интерпретация соотношения нормальных и касательных напряжений представлена на рис. 2. Она получена численными методами в зависимости от пошагового изменения коэффициента трения  $f$ , изменяющегося в пределах установленного отрезка величин и удельного сопротивления копанию  $K_k$  для грунта первой категории трудности разработки ковшем экскаватора драглайна, при этом касательная составляющая составляет  $\tau = 0,46K_k$ .

На рис. 2 видно, что при снижении коэффициента трения увеличивается сопротивление грунта отрыву, причем увеличение коэффициента сопротивления грунта разработке ведет к увеличению диапазона изменения нормальных напряжений при копании грунта. Рациональным условием для работы конструкции является величина коэффициента

$f \leq 0,11$  при котором нормальное напряжение, как наименее энергозатратное, по сравнению с касательным достигает максимальных значений [16]. Другими словами, будет происходить «отрыв» грунта от поверхности рабочего органа непосредственно в процессе его копания.

Анализ полученной зависимости позволяет разработать технические предложения по модернизации или усовершенствованию рабочих органов, позволяющих снизить как налипаемость грунта на поверхность рабо-

чих органов землеройных машин, так и их изнашиваемость.

Для подтверждения рациональности предлагаемых решений по изменению коэффициента трения грунта о рабочие поверхности других видов землеройных машин необходимо проведение лабораторных экспериментальных исследований по определению нормальных усилий, которые необходимы для препятствия налипания грунта в зависимости от их геометрических параметров.

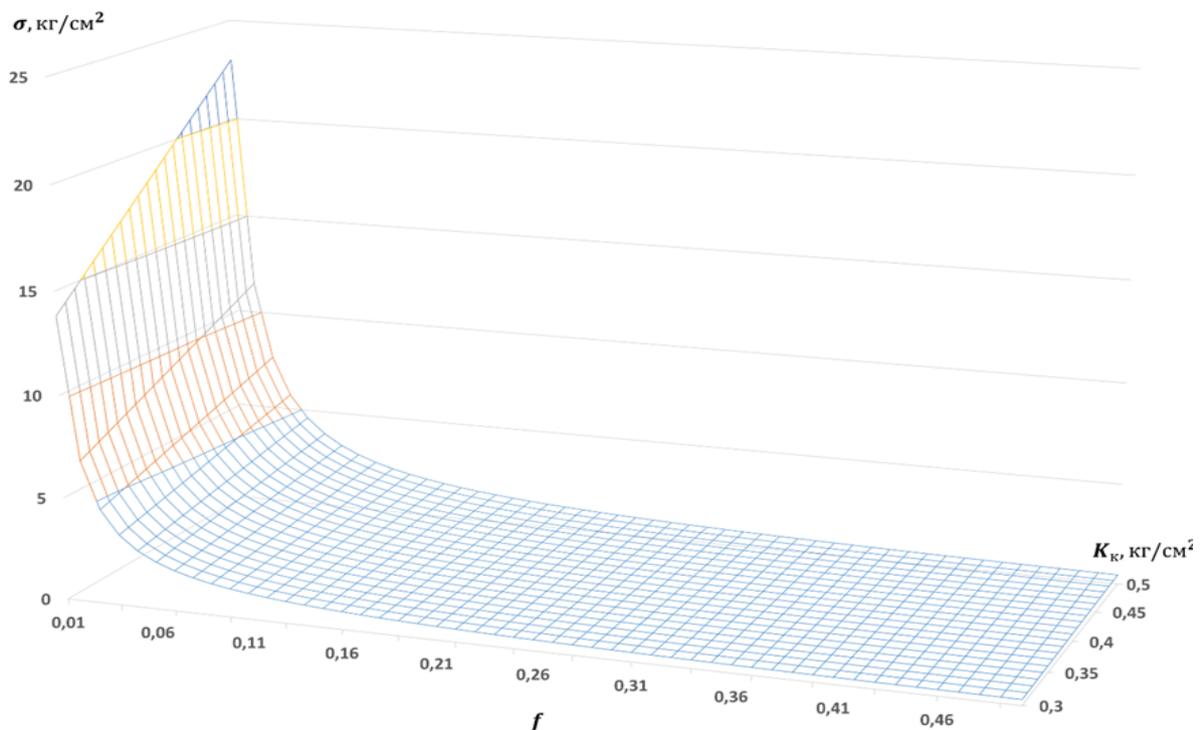


Рис.2. Изменение нормального и касательного напряжений при копании грунта 1-й категории трудности разработкой ковшом экскаватора-драглайна

#### 4. Заключение

В процессе исследований было установлено, что усилие трения на поверхности рабочего органа не является постоянной величиной, а зависит от адгезионно-когезионных сил, определяемых как соотношение нормальной и тангенциальной составляющих копания грунта. Проведенный анализ полученного соотношения позволяет провести планирование экспериментальных исследований в данном направлении и подтвердил достоверность теоретических выводов. К то-

му же полученная зависимость дает наиболее полное представление о природе адгезионно-когезионных сил.

На примере экскаватора-драглайна приведена графическая интерпретация соотношения касательных и нормальных напряжений при копании, что позволит при построении данных зависимостей для других видов рабочих органов определить оптимальные значения коэффициентов трения  $f$  в зависимости от удельного усилия копания.

## Список литературы

1. Ren L., Cong Q., Tong J., Chen B. Reducing adhesion of soil against loading shovel using bionic electro-osmosis method // *Journal of Terramechanics*. 2001. Vol. 38. № 4. P. 211-219.
2. Yang X., Xia R., Zhou H., Guo L., Zhang L. Bionic surface design of cemented carbide drill bit // *Science China Technological Sciences*. 2016. Vol. 59. P. 175-182.
3. Tagar A.A., Ji C., Ding Q., Adamowski J.F., Chandio F.A., Mari I.A. Soil failure patterns and draft as influenced by consistency limits: An evaluation of the remolded soil cutting test // *Soil and Tillage Research*. 2014. Vol. 137. P. 58-66.
4. Сладкова Л.А., Григорьев П.А. Анализ способов борьбы с налипанием грунта на поверхность рабочих органов машин по трудам зарубежных и отечественных учёных // *Строительные и дорожные машины*. 2021. № 12. С. 3-9.
5. Заднепровский Р.П., Трохимчук В.В. Моделирование адгезионного взаимодействия частиц дисперсных материалов // *Вестник ВОЛГГАСУ. Сер. Строительство и архитектура*. 2008. № 9(28). С. 105-109.
6. Зеньков С.А., Балахонов Н.А., Игнатъев К.А. Перспективы применения пьезокерамических излучателей на ковшах экскаваторов для борьбы с налипанием грунтов // *Известия Самарского научного центра Российской академии наук*. 2015. № 2-4. С. 770-774.
7. Завьялов А.А., Черняк С.С. Оптимизация методами вариационного исчисления процесса заглабления рабочего органа бульдозера в грунт // *Научный вестник НГТУ*. 2009. № 2(35). С. 193-199.
8. Матвеева С.В., Руппель А.А. Моделирование процесса резания грунта скрепером // *Научный вестник НГТУ*. 2009. № 3(36). С. 155-158.
9. Сладкова Л.А., Григорьев П.А. Физико-математическая модель налипания грунта на поверхность рабочих органов землеройно-транспортных машин // *Научно-технический вестник Брянского государственного университета*. 2021. №4. С. 381-388. DOI: 10.22281/2413-9920-2021-

## References

1. Ren L., Cong Q., Tong J., Chen B. Reducing adhesion of soil against loading shovel using bionic electro-osmosis method. *Journal of Terramechanics*, 2001, Vol. 38, No. 4, pp. 211-219.
2. Yang X., Xia R., Zhou H., Guo L., Zhang L. Bionic surface design of cemented carbide drill bit. *Science China Technological Sciences*, 2016, Vol. 59, pp. 175-182.
3. Tagar A.A., Ji C., Ding Q., Adamowski J.F., Chandio F.A., Mari I.A. Soil failure patterns and draft as influenced by consistency limits: An evaluation of the remolded soil cutting test. *Soil & Tillage Research*, 2014, Vol. 137, pp. 58-66.
4. Sladkova L.A., Grigorev P.A. Analysis of ways to combat the sticking of soil on the surface of the implements of machines according to the works of foreign and domestic scientists. *Stroitelnye i dorozhnye mashiny*, 2021, No.12, pp. 3-9. (In Russian)
5. Zadneprovskij R.P., Trohimchuk V.V. Modeling of adhesive interaction of particles of dispersed materials. *Vestnik VOLGGASU. Ser.: Stroitelstvo i arkhitektura*, 2008, No. 9(28), pp. 105-109. (In Russian)
6. Zenkov S.A., Balahonov N.A., Ignatiev K.A. Prospects of using the of piezoceramic radiators on excavator shovel buckets for fight against soil sticking. *Izvestiya Samarskogo nauchnogo tsentra Rossiyskoy akademii nauk*, 2015, No. 2-4, pp. 770-774. (In Russian)
7. Zaviyalov A.A., Chernyak S.S. Steam shovel cutter embedding process optimization by calculus of variations methods. *Nauchnyy vestnik NGTU*, 2009, No. 2(35), pp. 193-199. (In Russian)
8. Matveeva S.V., Ruppel Modelling of process of cutting the ground by a scraper. *Nauchnyy vestnik NGTU*, 2009, No. 3(36), pp. 155-158. (In Russian)
9. Sladkova L.A., Grigorev P.A. Physical-mathematical model of ground adhesion on the surface of the excavating parts of earth-moving machines. *Nauchno-tekhnicheskii vestnik Bryanskogo gosudarstvennogo universiteta*, 2021, No.4, pp. 381-388. DOI: 10.22281/2413-9920-2021-07-04-381-388 (In

07-04-381-388

10. Савельев И.В. Курс общей физики. Т. 1: Механика. Молекулярная физика. М.: Мир, 1970. 456 с.

11. Алексеева Т.В., Артемьев К.А., Бромберг А.А., Войцеховский Р.И., Ульянов Н.А. Дорожные машины. Машины для земляных работ (теория и расчёт). М.: Машиностроение, 1972. 504 с.

12. Крагельский И.В., Алисин В.В. Трение, изнашивание и смазка: справочник. Кн. 1. М.: Машиностроение, 1978. 400 с.

13. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики. М.: Высш. шк., 1986. 416 с.

14. ГОСТ 5180-2015 Грунты. Методы лабораторного определения физических характеристик. М.: Стандартинформ, 2016.

15. Баловнев В. И. Физическое моделирование резания грунтов. М.: Машиностроение, 1969. 159 с.

16. Зеленин А.Н., Баловнев В.И., Керов И.П. Машины для земляных работ. М.: Машиностроение, 1975. 422 с.

‡ Russian)

‡ 10. Saveliev I.V. *Kurs obshchej fiziki. T. 1: Mekhanika. Molekulyarnaya fizika* [General physics course. Vol. 1: Mechanics. Molecular physics]. Moscow, Mir, 1970. 456 p. (In Russian)

‡ 11. Alekseeva T.V., Artemiev K.A., Bromberg A.A., Vojcekhovskij R.I., Uliyanov N.A. *Dorozhnye mashiny. Mashiny dlya zemlyanyh rabot (teoriya i raschyot)* [Road cars. Machines for earthworks (theory and calculation)]. Moscow, Mashinostroenie, 1972. 504 p. (In Russian)

‡ 12. Kragelskij I.V., Alisin V.V. *Trenie, iznashivanie i smazka: spravochnik. Kn. 1* [Friction, wear and lubrication: Handbook. Book 1]. Moscow, Mashinostroenie, 1978. 400 p. (In Russian)

‡ 13. Targ S.M. *Kratkij kurs teoreticheskoj mekhaniki* [A short course in theoretical mechanics]. Moscow, Vysshaya shkola, 1986. 416 p. (In Russian)

‡ 14. GOST 5180-2015 *Grunty. Metody laboratornogo opredeleniya fizicheskikh harakteristik* [Soils. Methods of laboratory determination of physical characteristics]. Moscow, Standartinform, 2016. (In Russian)

‡ 15. Balovnev V.I. *Fizicheskoe modelirovanie rezaniya gruntov* [Physical modeling of soil cutting]. Moscow, Mashinostroenie, 1969. 159 p. (In Russian)

‡ 16. Zelenin A.N., Balovnev V.I., Kerov I.P. *Mashiny dlya zemlyanykh rabot* [Machines for moving the earth]. Moscow, Mashinostroenie, 1975. 422 p. (In Russian)

‡