

УДК (УДК) 681.5.017

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ПРОЦЕССОВ ПОВОРОТА КОЛЕСНЫХ
ДОРОЖНО-СТРОИТЕЛЬНЫХ МАШИНMATHEMATICAL MODELS OF WHEEL TURNING PROCESSES
ROAD CONSTRUCTION VEHICLESСухарев Р.Ю.
Sukharev R. Yu.Сибирский государственный автомобильно-дорожный университет (Омск, Россия)
Siberian State Automobile and Highway University (Omsk, Russian Federation)

Аннотация. Строительство автомобильных дорог – это сложный, многоэтапный процесс. Большинство работ при строительстве выполняются по проектам сооружений и к качеству выполнения предъявляются достаточно высокие требования. Выполнение данных требований сопряжено с большими трудностями в виду ограниченной точности самой дорожно-строительной машины, отсутствия бортовых систем контроля и ограниченных возможностей человека-оператора, который не в состоянии «на глаз» определить требуемые точностные параметры возводимого сооружения. Для обеспечения предъявляемых требований используются трехмерные системы управления, которые позволяют определить три координаты рабочего органа машины – вертикальную координату и расположение машины на строительной площадке. При этом основой должен выступать цифровой проект возводимого сооружения. Система определяет текущее положение и сравнивает его с проектом. На основании этой информации формируется управляющее воздействие на рабочий орган машины. Курс движения и скорость машины при использовании подобных систем определяются оператором машины. Дальнейшим развитием данных систем должны стать четырехмерные системы – в которых на систему управления возлагаются все управляющие воздействия, начиная от расчета траектории движения машины, выбора скорости, определения необходимого числа проходов и заканчивая управлением положением рабочего органа машины в каждый момент времени. Для функционирования данных систем необходимы адекватные математические модели процессов поворота дорожно-строительных машин с различными вариантами рулевого управления.

Ключевые слова: дорожно-строительная машина, автогрейдер, система управления, математическая модель, поворот, рулевое управление, траектория.

Дата принятия к публикации: 27.08.2021
Дата публикации: 25.09.2021

Сведения об авторе:

Сухарев Роман Юрьевич – кандидат техниче-



Abstract. The construction of highways is a complex, multi-stage process. Most of the construction works are carried out according to the projects of structures and quite high requirements are imposed on the quality of execution. The fulfillment of these requirements is associated with great difficulties in view of the limited accuracy of the road construction machine itself, the lack of on-board control systems and the limited capabilities of the human operator, who is unable to determine the required exact parameters of the structure being built "by eye". To meet the requirements, three-dimensional control systems are used, which allow determining 3 coordinates of the working order of the machine – the vertical coordinate and the location of the machine on the construction site. At the same time, the digital project of the constructed structure should be the setter in such a system. The system determines the current position and compares it with the project. On the basis of this information, a control effect on the operating organ of the machine is formed. The course of movement and the speed of the machine when using such systems are determined by the machine operator. Further development of these systems should be four-dimensional systems – in which all control actions are assigned to the control system, starting from calculating the trajectory of the machine, choosing the speed, determining the required number of passes and ending with controlling the position of the working body of the machine at each moment of time. For the functioning of these systems, adequate mathematical models of the turning processes of road construction machines with different steering options are necessary.

Keywords: road construction machine, grader, control system, mathematical model, turning, steering, trajectory.

Date of acceptance for publication: 27.08.2021
Date of publication: 25.09.2021

Author's information:

Roman Yu. Sukharev – Candidate of Technical

ских наук, доцент, доцент кафедры «Автоматизация производственных процессов и электротехника» ФГБОУ ВО «Сибирский государственный автомобильно-дорожный университет (СибАДИ)», e-mail: suharev_ry@mail.ru

ORCID: 0000-0002-2627-8110

† Sciences, Associate Professor, Associate Professor of Department «Automation of Production Processes and Electrical Engineering» at Siberian State Automobile and Highway University (SibADI), e-mail: suharev_ry@mail.ru

† ORCID: 0000-0002-2627-8110

1. Введение

Для создания беспилотных, роботизированных дорожно-строительных машин необходимо располагать уравнениями кинематики и динамики криволинейного движения. В научной литературе многими авторами с различными допущениями приводятся уравнения поворота и криволинейного движения колесных дорожно-строительных машин [1, 4, 5, 7, 10].

Все известные колесные дорожно-строительные машины можно разбить на 3 типа рулевого управления: с поворотными колесами (передними или задними), с шарнирно-сочлененной рамой и с шарнирно-сочлененной рамой и поворотными колесами [1, 3, 6, 8, 9].

В данной работе представлено математическое описание процесса поворота колесных дорожно-строительных машин с передними управляемыми колесами, шарнирно-сочлененной рамой, шарнирно-сочлененной рамой и передними управляемыми колесами. Представлены математические модели процесса поворота в обозначениях MATLAB Simulink, приведены некоторые примеры расчетов по математическим моделям, в частности движение машины по кругу. Проанализированы уравнения разницы радиусов поворота передней и задней осей дорожно-строительных машин, которая существенно влияет на ширину габаритного коридора, даны соотношения параметров, позволяющие обеспечить движение передних и задних колес по одной колее.

При составлении математических моделей были приняты допущения: буксование колес не учитывается, люфты в шарнирах отсутствуют, рассматриваются траектории движения средних точек передней и задней осей, балансирные тележки отсутствуют.

2. Дорожно-строительная машина с передними поворотными колесами

Траектория движения – это линия в пространстве (в данном случае на плоскости), по которой движется тело. Траектория движения дорожно-строительной машины в правой прямоугольной системе координат с передними поворотными колесами определяется одним конструктивным параметром (длина базы машины L), одним технологическим параметром (угол поворота передних управляемых колес α_K) и тремя начальными условиями движения (γ_0, x_0, z_0) – начальными условиями интегрирования.

На рис. 1 представлена плоская расчетная схема поворота дорожно-строительной машины с передними поворотными колесами. Поворот рассмотрен в плоскости Oxz . Радиусы поворота R_1, R_3 перпендикулярны плоскостям вращения колес, соответственно передним и задним, и пересекаются в точке O_1 (центр поворота). Угол между R_1 и R_3 равен углу поворота передних колес α_K . Вектор скорости центральной точки заднего моста \bar{V} направлен вдоль продольной оси машины.

При повороте дорожно-строительной машины с передними поворотными колесами (рис. 1) элементарное перемещение dS центральной точки заднего моста O_3 можно определить по формуле:

$$dS = R_3 d\gamma, \quad (1)$$

где R_3 – радиус поворота центральной точки заднего моста; γ – угол поворота продольной оси дорожно-строительной машины относительно оси Ox , откуда

$$|\bar{V}| dt = R_3 d\gamma; \quad (2)$$

$$\dot{\gamma} = \frac{d\gamma}{dt} = \frac{|\bar{V}|}{R_3}; \quad (3)$$

$$\gamma = \int_0^t \dot{\gamma} dt + \gamma_0. \quad (4)$$

Следовательно, угловая скорость поворота рамы дорожно-строительной машины прямо пропорциональна скорости и обратно

пропорциональна радиусу поворота заднего моста.

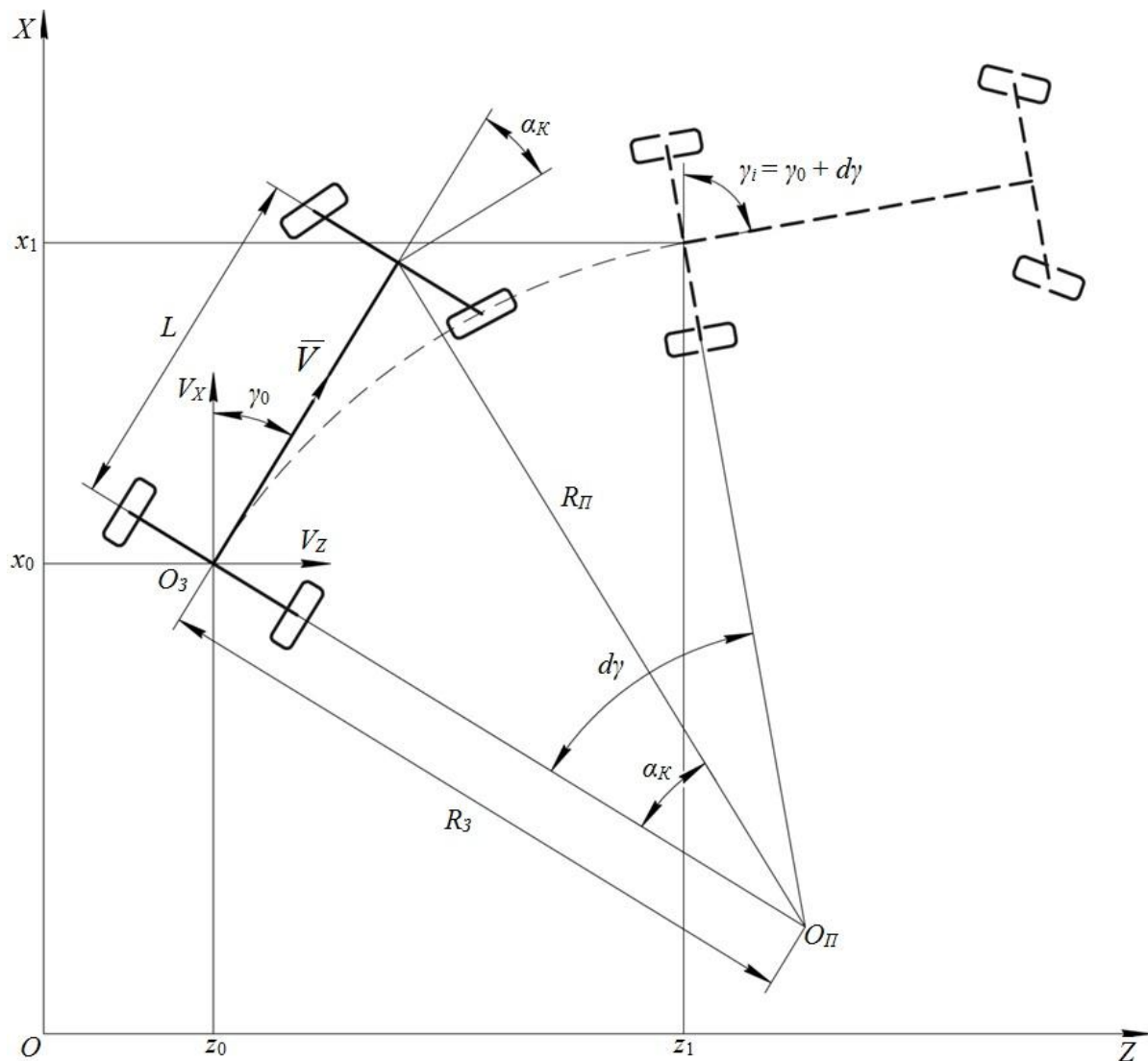


Рис. 1. Плоская расчетная схема поворота дорожно-строительной машины с передними поворотными колесами

Радиусы поворота дорожно-строительной машины с передними поворотными колесами можно определить по формулам [1, 4, 5, 10]:

$$R_3 = \frac{L}{\operatorname{tg} \alpha_K}; \quad (5)$$

$$R_{II} = \frac{L}{\sin \alpha_K}, \quad (6)$$

где R_{II} – радиус поворота центра передней оси дорожно-строительной машины.

Необходимо отметить, что радиусы поворота дорожно-строительной машины не за-

висят от скорости движения машины V и пропорциональны длине базы L . С увеличением α_K радиусы поворота уменьшаются [2].

Передняя ось машины движется по большему радиусу $R_{II} > R_3$. Это увеличивает габаритный коридор при криволинейном движении машины. Отношение радиусов поворота [10]

$$\frac{R_{II}}{R_3} = \frac{1}{\cos \alpha_K} \geq 1. \quad (7)$$

С увеличением α_K отношение радиусов поворота увеличивается. При $\alpha_K = 0$ (прямолинейное движение) передние и задние ко-

леса идут по одной колее. Необходимо отметить, что отношение радиусов поворота определяется только одним параметром – углом поворота передних колес α_K и не зависит ни от длины базы машины L , ни от скорости движения машины V .

Разность радиусов поворота существенно влияет на ширину габаритного коридора [2, 5, 10]

$$\Delta R = R_{II} - R_3 = L \frac{1 - \cos \alpha_K}{\sin \alpha_K} = L \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha_K}{2}, \quad (8)$$

и определяется двумя параметрами: длиной базы машины L и углом поворота передних колес α_K , как видно из рис. 2.

Подставив формулу (5) в формулу (3) получаем

$$\dot{\gamma} = \frac{d\gamma}{dt} = \frac{|\bar{V}|}{L} \operatorname{tg} \alpha_K; \quad (9)$$

$$\gamma = \int_0^t \dot{\gamma} dt + \gamma_0. \quad (10)$$

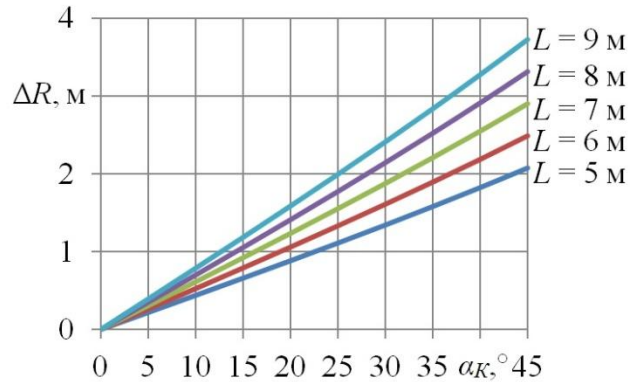


Рис. 2. Зависимость разности радиусов ΔR от угла поворота передних колес α_K для различных длин базы L

Следовательно, угловая скорость поворота рамы дорожно-строительной машины прямо пропорциональна скорости машины, тангенсу угла поворота передних колес и обратно пропорциональна длине базы машины.

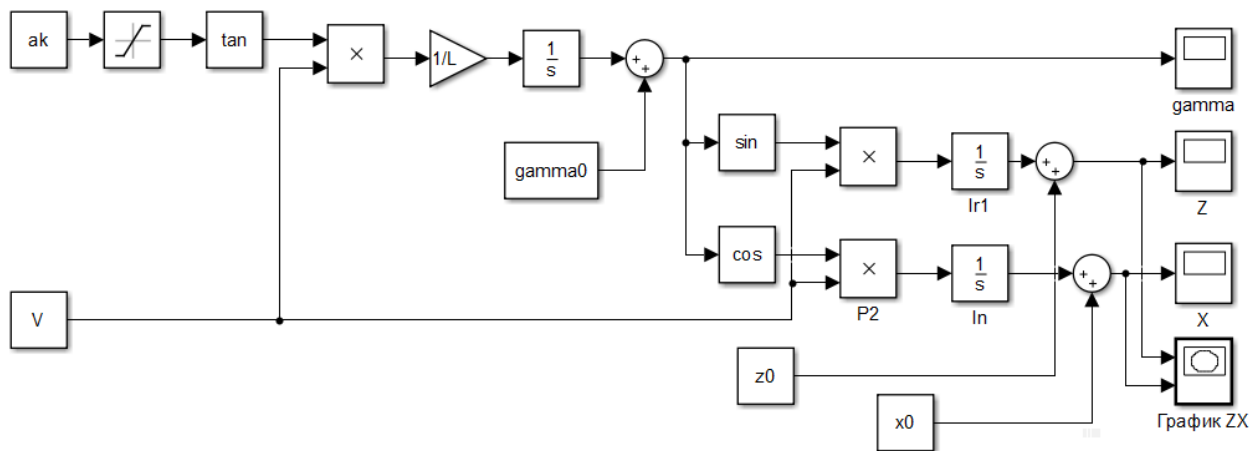


Рис. 3. Структурная схема математической модели поворота дорожно-строительной машины с передними поворотными колесами в обозначениях MATLAB Simulink

Вектор скорости центральной точки заднего моста можно разложить на проекцию скорости по оси Z :

$$V_Z = |\bar{V}| \sin \gamma. \quad (11)$$

или

$$\dot{z} = \frac{dz}{dt} = |\bar{V}| \sin \gamma; \quad (12)$$

$$z = \int_0^t \dot{z} dt + z_0. \quad (13)$$

и по оси X :

$$V_X = |\bar{V}| \cos \gamma. \quad (14)$$

или

$$\dot{x} = \frac{dx}{dt} = |\bar{V}| \cos \gamma; \quad (15)$$

$$x = \int_0^t \dot{x} dt + x_0. \quad (16)$$

Совокупность формул (9) – (16) можно представить в виде структурной схемы ма-

тематической модели движения дорожно-строительной машины с передними поворотными колесами (рис. 3).

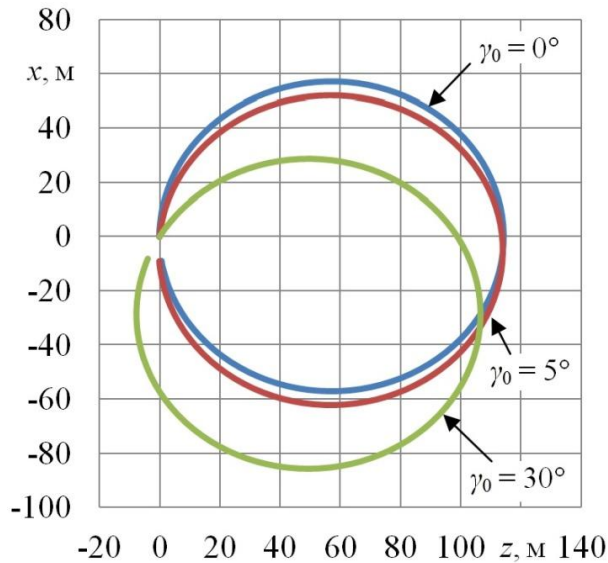


Рис. 4. Примеры расчетов по математической модели дорожно-строительной машины с передними поворотными колесами при начальных значениях $z_0 = 0$; $x_0 = 0$; $\gamma_0 = 0^\circ, 5^\circ, 30^\circ$

На рис. 4 приведены примеры расчетов по математической модели (рис. 3) для условий: $L = 5$ м, $V = 5$ м/с, $\alpha_K = 5^\circ$. Время моделирования – 70 с. Графики траекторий соответствуют разным углам начальной ориентации дорожно-строительной машины γ_0 ($0^\circ, 5^\circ, 30^\circ$).

3. Дорожно-строительная машина с шарнирно-сочлененной рамой

На рис. 5 представлена плоская расчетная схема поворота дорожно-строительной машины с шарнирно-сочлененной рамой. При рассмотрении поворота дорожно-строитель-

ной машины с шарнирно-сочлененной рамой будут справедливы формулы (1) – (3).

Радиусы поворота центров осей дорожно-строительной машины с шарнирно-сочлененной рамой можно определить по формулам [1, 4, 5]:

$$R_3 = \frac{L_2 \cdot \cos \alpha_P + L_1}{\sin \alpha_P}; \quad (17)$$

$$R_{II} = \frac{L_1 \cdot \cos \alpha_P + L_2}{\sin \alpha_P}, \quad (18)$$

где L_1 – длина передней полурамы; L_2 – длина задней полурамы; α_P – угол складывания полурам.

Разность радиусов поворота дорожно-строительной машины с шарнирно-сочлененной рамой может быть найдена по формуле [2, 5]

$$\Delta R = R_{II} - R_3 = (L_2 - L_1) \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha_P}{2} \quad (19)$$

и определяется тремя параметрами: разницей длин полурам машины и углом складывания полурам α_P .

Подставив формулу (17) в формулу (3) получим

$$\dot{\gamma} = \frac{d\gamma}{dt} = \frac{|\vec{V}| \cdot \sin \alpha_P}{L_2 \cdot \cos \alpha_P + L_1}; \quad (20)$$

$$\gamma = \int_0^t \dot{\gamma} dt + \gamma_0. \quad (21)$$

Вектор скорости центральной точки заднего моста можно разложить на проекции скорости по осям Z и X по формулам (11) – (16).

Совокупность формул (20) – (21), (11) – (16) можно представить в виде структурной схемы математической модели движения дорожно-строительной машины с шарнирно-сочлененной рамой (рис. 6).

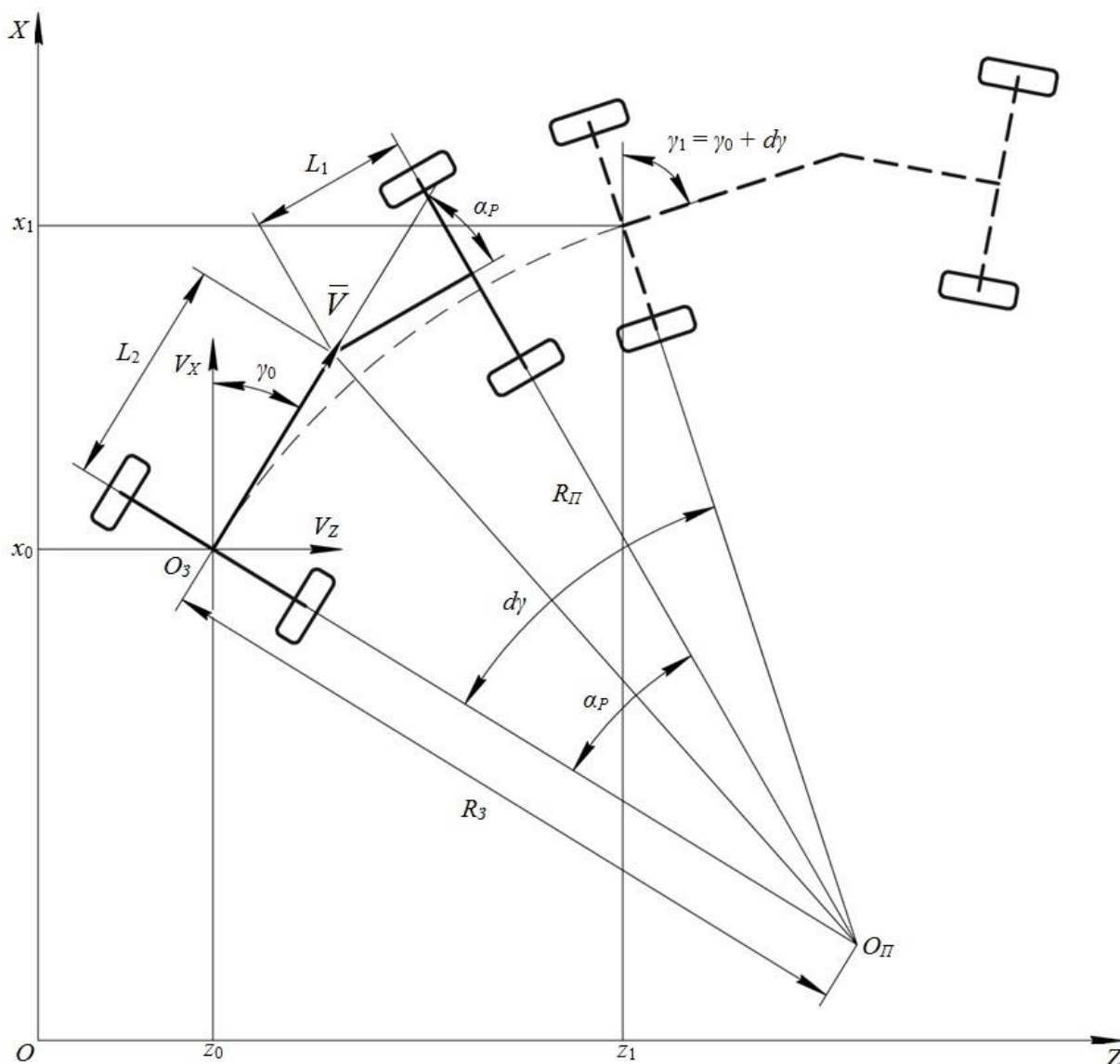


Рис. 5. Плоская расчетная схема поворота дорожно-строительной машины с шарнирно-сочлененной рамой

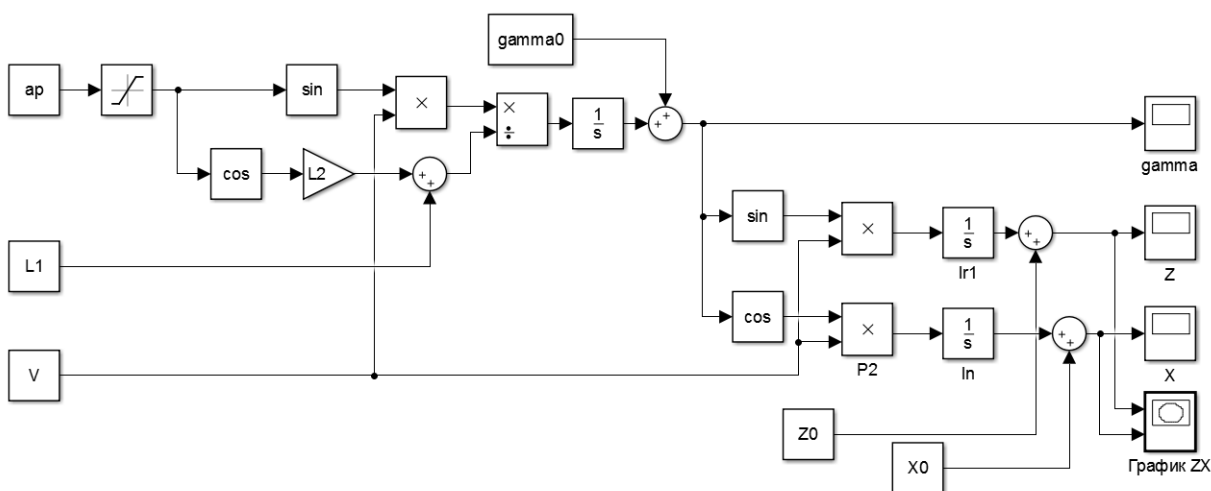


Рис. 6. Структурная схема математической модели поворота дорожно-строительной машины с шарнирно-сочлененной рамой в обозначениях MATLAB Simulink

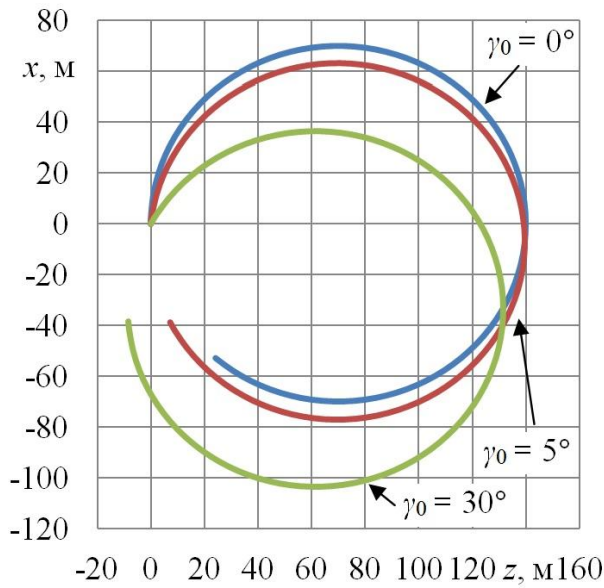


Рис. 7. Примеры расчетов по математической модели дорожно-строительной машины с шарнирно-сочлененной рамой при начальных значениях $z_0 = 0$; $x_0 = 0$; $\gamma_0 = 0^\circ, 5^\circ, 30^\circ$

На рис. 7 приведены пример расчета по математической модели (рис. 6) для условий: $L_1 = 5$ м, $L_2 = 2$ м, $V = 5$ м/с, $\alpha_P = 5^\circ$. Время моделирования – 80 с. Графики траекторий соответствуют разным углам начальной ориентации дорожно-строительной машины γ_0 ($0^\circ, 5^\circ, 30^\circ$).

4. Дорожно-строительная машина с шарнирно-сочлененной рамой и передними поворотными колесами

На рис. 8 представлена плоская расчетная схема дорожно-строительной машины с шарнирно-сочлененной рамой и передними поворотными колесами. При рассмотрении поворота дорожно-строительной машины с шарнирно-сочлененной рамой и передними поворотными колесами будут справедливы формулы (1) – (3).

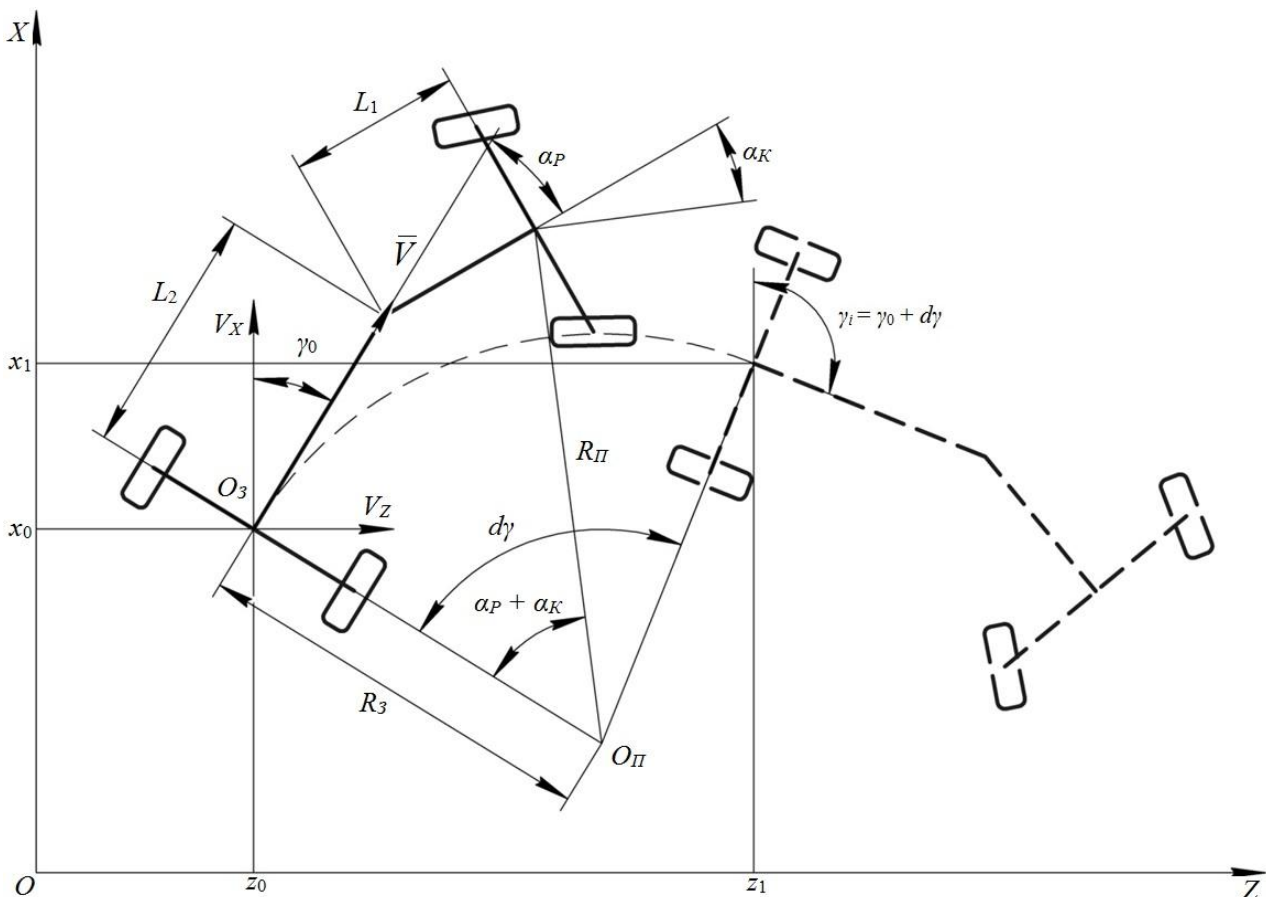


Рис. 8. Плоская расчетная схема поворота дорожно-строительной машины с шарнирно-сочлененной рамой и передними поворотными колесами

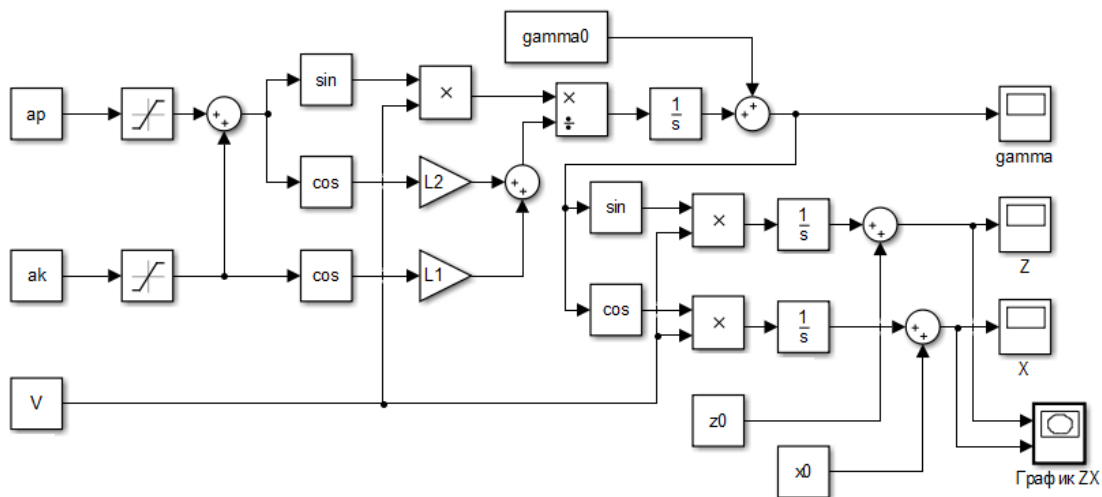


Рис. 9. Структурная схема математической модели поворота дорожно-строительной машины с шарнирно-сочлененной рамой и передними поворотными колесами в обозначениях MATLAB Simulink

Радиусы поворота центров осей дорожно-строительной машины с шарнирно-сочлененной рамой и передними поворотными колесами можно определить по формулам [1, 4, 5, 10]:

$$R_3 = \frac{L_2 \cdot \cos(\alpha_P + \alpha_K) + L_1 \cdot \cos \alpha_K}{\sin(\alpha_P + \alpha_K)}; \quad (22)$$

$$R_{II} = \frac{L_2 + L_1 \cdot \cos \alpha_P}{\sin(\alpha_P + \alpha_K)}. \quad (23)$$

Подставив формулу (22) в формулу (3) получим

$$\dot{\gamma} = \frac{d\gamma}{dt} = \frac{|\vec{V}| \cdot \sin(\alpha_P + \alpha_K)}{L_2 \cdot \cos(\alpha_P + \alpha_K) + L_1 \cdot \cos \alpha_K}; \quad (24)$$

$$\gamma = \int_0^t \dot{\gamma} dt + \gamma_0. \quad (25)$$

Вектор скорости центральной точки заднего моста можно разложить на проекции скорости по осям Z и X по формулам (11) – (16).

Совокупность формул (24) – (25), (11) – (16) можно представить в виде структурной схемы математической модели движения дорожно-строительной машины с шарнирно-сочлененной рамой и передними поворотными колесами (рис. 9).

На рис. 10 приведены пример расчета по математической модели (рис. 9) для условий: $L_1=5$ м, $L_2=2$ м, $V=5$ м/с, $\alpha_P=5^\circ$, $\alpha_K=10^\circ$. Время моделирования – 30 с. Графики траекторий соответствуют разным углам началь-

ной ориентации дорожно-строительной машины γ_0 ($0^\circ, 5^\circ, 30^\circ$).

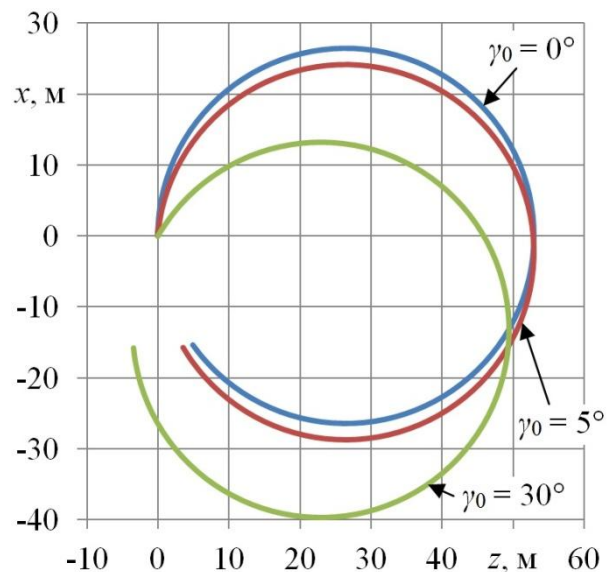


Рис. 10. Примеры расчетов по математической модели дорожно-строительной машины с шарнирно-сочлененной рамой и передними поворотными колесами при начальных значениях $z_0=0$; $x_0=0$; $\gamma_0=0^\circ, 5^\circ, 30^\circ$

Формулы (22) и (23) являются универсальными для дорожно-строительной машины с любым типом рулевого управления. Для получения формул (17) и (18) достаточно принять угол поворота колес α_K равным нулю, а для получения формул (5) и (6) к ну-

лю необходимо приравнять α_P и вместо L_1 и L_2 подставить их сумму L .

5. Движение осей дорожно-строительной машины по одной траектории

При повороте колесной дорожно-строительной машины часто возникает необходимость движения передней и задней оси по одной траектории, это значит, что радиусы поворота центров передней и задней осей должны быть равны [1, 10]. В случае дорожно-строительной машины с передними управляемыми колесами это возможно только в одном случае:

$$\frac{L}{\sin \alpha_K} = \frac{L}{\operatorname{tg} \alpha_K}; \quad (26)$$

$$\cos \alpha_K = 1; \quad (27)$$

$$\alpha_K = 0, \quad (28)$$

т.е. при прямолинейном движении.

В случае дорожно-строительной машины с шарнирно-сочлененной рамой это достигается в двух случаях:

$$\frac{L_1 \cdot \cos \alpha_P + L_2}{\sin \alpha_P} = \frac{L_2 \cdot \cos \alpha_P + L_1}{\sin \alpha_P}; \quad (29)$$

$$L_1 \cdot \cos \alpha_P - L_1 = L_2 \cdot \cos \alpha_P - L_2; \quad (30)$$

$$(L_1 - L_2)(\cos \alpha_P - 1) = 0, \quad (31)$$

либо при равенстве длин полурам $L_1 = L_2$, либо при прямолинейном движении $\alpha_P = 0$.

Для обеспечения движения колес по одной траектории дорожно-строительной машины с шарнирно-сочлененной рамой и передними управляемыми колесами необходимо обеспечить равенство формул (16) и (17):

$$\begin{aligned} \frac{L_2 + L_1 \cdot \cos \alpha_P}{\sin(\alpha_P + \alpha_K)} &= \\ &= \frac{L_2 \cdot \cos(\alpha_P + \alpha_K) + L_1 \cdot \cos \alpha_K}{\sin(\alpha_P + \alpha_K)}. \end{aligned} \quad (32)$$

Учитывая, что длина базы машины $L = L_1 + L_2$, и введя понятие коэффициента базы $K_\delta = L_1/L$, получим:

$$2 \cdot K_\delta - 1 = \frac{\operatorname{tg} \alpha_K / 2}{\operatorname{tg} \alpha_P / 2} \quad (33)$$

или выразив из этой формулы α_K , получим

$$\alpha_K = 2 \cdot \arctg((2 \cdot K_\delta - 1) \operatorname{tg} \alpha_P / 2). \quad (34)$$

Проварьировав значения K_δ от 0 до 1, а значения α_P от 0° до 30° , получаем график рис. 11.

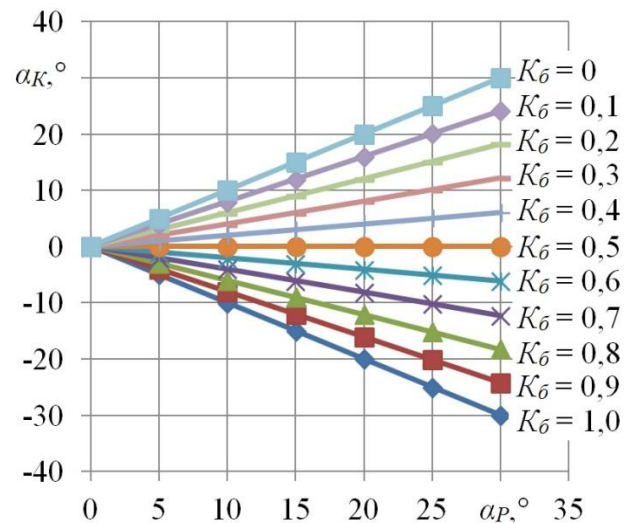


Рис. 11. Зависимость угла поворота передних колес от угла складывания полурам при разных значениях коэффициента базы для случая движения обеих осей по одной траектории

На графике (рис. 11) положительное значение α_K соответствует повороту передних колес налево, а отрицательное — направо.

Таким образом, при коэффициентах базы от 0,5 до 1, для движения передней и задней осей по одной траектории, передние колеса необходимо доворачивать в ту же сторону, что и раму дорожно-строительной машины, а при коэффициентах базы от 0 до 0,5 — в противоположную.

Зависимости, представленные на рис. 10, можно аппроксимировать с высокой точностью ($R^2 = 0,99$) формулой:

$$\alpha_K = (2 \cdot K_\delta - 1) \alpha_P. \quad (35)$$

Формула (35) отражает зависимость угла поворота передних колес от угла складывания полурам и коэффициента базы дорожно-строительной машины для случая движения передней и задней оси по одной траектории.

Выводы

В результате проведенных исследований получены математические модели процессов поворота колесных дорожно-строительных

машин с различными типами рулевого управления, которые позволят проводить теоретические исследования алгоритмов управления дорожно-строительных машин.

Выведена формула, отражающая зависимость угла поворота передних колес от угла складывания полурам для движения осей до-

рожно-строительной машины с шарнирно-сочлененной рамой и передними поворотными колесами по одной траектории.

Получены формулы вычисления габаритного коридора для дорожно-строительных машин с различными типами рулевого управления.

Список литературы

1. Щербakov В.С., Портнова А.А., Сухарев Р.Ю. Совершенствование рулевого управления автогрейдера с шарнирно-сочлененной рамой. Омск: СибАДИ, 2016.

2. Портнова А.А. Задача минимизации радиуса поворота автогрейдера с шарнирно-сочлененной рамой // Инновации, качество и сервис в технике и технологиях. Курск: Закрытое акционерное общество "Университетская книга", 2014. С. 97-99.

3. Сухарев Р.Ю., Щербakov В.С., Ионова Ю.Е. Совершенствование гидравлического рулевого механизма автогрейдера с шарнирно-сочлененной рамой. Омск: СибАДИ, 2020.

4. Портнова А.А., Коткин С.В. Вывод аналитической зависимости радиуса поворота от угла поворота передних управляемых колес автогрейдера // Архитектурно-строительный и дорожно-транспортный комплексы: проблемы, перспективы, новации. Омск: СибАДИ, 2016. С. 472-476.

5. Шардакова Ю.А., Вахрушев С.И. Исследование гидравлического рулевого управления автогрейдера с шарнирно-сочлененной рамой // Современные технологии в строительстве. Теория и практика. 2020. Т. 2. С. 399-404.

6. Щербakov В.С., Ионова Ю.Е. Совершенствование гидропривода рулевого управления автогрейдера // Вестник Сибирского государственного автомобильно-дорожного университета. 2017. № 4-5 (56-57). С. 8-13.

7. Дерюшев В.В., Косенко Е.Е., Косенко В.В. Оценка параметров безопасности автогрейдера при маневрировании в улично-дорожной сети // Безопасность техногенных и природных систем. 2020. № 3. С. 33-38. DOI 10.23947/2541-9129-2020-3-33-38.

8. Система рулевого управления авто-

References

1. Shcherbakov V.S., Portnova A.A., Sukharev R.Yu. *Sovershenstvovanie rulevogo upravleniya avtogreydera s sharnirno-sochlenennoy ramoy* [Improving the steering control of an auto grader with an articulated frame]. Omsk, SibADI, 2016. (In Russian)

2. Portnova A.A. *Zadacha minimizatsii radiusa povorota avtogreydera s sharnirno-sochlenennoy ramoy. Innovacii, kachestvo i servis v tekhnike i tekhnologiyakh*. Kursk, Zakrytoe aktsionernoe obshchestvo "Universitetskaya kniga", 2014, pp. 97-99. (In Russian)

3. Sukharev R.Yu., Shcherbakov V.S., Ionova Yu.E. *Sovershenstvovanie gidravlicheskogo rulevogo mekhanizma avtogreydera s sharnirno-sochlenennoy ramoy* [Improvement of the hydraulic steering mechanism of a grader with an articulated frame]. Omsk, SibADI, 2020. (In Russian)

4. Portnova A.A., Kotkin S.V. *Vyvod analiticheskoy zavisimosti radiusa povorota ot ugla povorota perednykh upravlyаемых колес avtogreydera*. In: *Arhitekturno-stroitelnyj i dorozhno-transportnyj komplekсы: problemy, perspektivy, novacii*. Omsk, SibADI, 2016, pp. 472-476. (In Russian)

5. Shardakova Yu.A., Vahrushev S.I. *Issledovanie gidravlicheskogo rulevogo upravleniya avtogreydera s sharnirno-sochlenennoy ramoy. Sovremennye tekhnologii v stroitelstve. Teoriya i praktika*, 2020, Vol. 2, pp. 399-404. (In Russian)

6. Shcherbakov V.S., Ionova Yu.E. *Sovershenstvovanie gidroprivoda rulevogo upravleniya avtogreydera. Vestnik Sibirskogo gosudarstvennogo avtomobilno-dorozhnogo universiteta*, 2017, No.4-5 (56-57), pp. 8-13. (In Russian)

7. Deryushev V.V., Kosenko E.E., Kosenko V.V. *Otsenka parametrov*

грейдером: пат. Рос. Федерация № 174238 /
Ионова Ю.Е., Щербаков В.С.; заявл.
29.05.2017; опубл. 09.10.2017. Бюл. № 28. 4 с.

9. Автогрейдер: пат. Рос. Федерация №
149803 / Щербаков В.С., Портнова А.А.;
заявл. 20.05.2014; опубл. 20.01.2015. Бюл.
№ 2. 4 с.

10. Воскресенский Г.Г., Вербицкий Г.М.
Моделирование движения автогрейдера по
кривой // Ученые заметки ТОГУ. 2018. Т. 9.
№ 2. С. 690-698.

‡ bezopasnosti avtogreydera pri manevrirovanii
‡ v ulichno-dorozhnoy seti. *Bezopasnost*
‡ *tekhnogennykh i prirodnykh sistem*, 2020, No.
‡ 3, pp. 33-38. DOI 10.23947/2541-9129-2020-
‡ 3-33-38. (In Russian)

‡ 8. Patent RU 174238 *Sistema rulevogo*
‡ *upravleniya avtogrejderom* [Grader steering
‡ system]. Ionova Yu.E., Shcherbakov V.S. De-
‡ clared 29.05.2017. Published 09.10.2017. (In
‡ Russian)

‡ 9. Patent RU 149803 *Avtogrejder* [Motor
‡ Grader]. Shcherbakov V.S., Portnova A.A.
‡ Declared 20.05.2014. Published 20.01.2015.
‡ (In Russian)

‡ 10. Voskresenskij G.G., Verbickij G.M.
‡ Modelirovanie dvizheniya avtogreydera po
‡ kryvoy. *Uchenye zametki TOGU*, 2018, Vol. 9,
‡ No. 2, pp. 690-698. (In Russian)