

УДК 621.9

## РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ КАЧЕСТВА ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ ЛЮНЕТОВ

Ерохин В.В.

Брянский государственный университет имени академика И.Г. Петровского, Брянск, Россия

В статье рассматривается методология расчета проектных параметров функциональных поверхностей люнетов, определяющих точность и производительность обработки поверхностей заготовок. Представлена математическая модель расчета параметров качества функциональных поверхностей неподвижных люнетов. Модель построена на основе метода гарантируемого результата и предполагает, что внутренние и наружные цилиндрические поверхности самоцентрирующихся роликов люнета имеют формы эллипсов и несоосность осей; контакт роликов с заготовкой является упругим; ролики предварительно поджаты к эллиптической поверхности заготовки с усилиями, обеспечивающими постоянный контакт между роликами и заготовкой; ролики вращаются с постоянной угловой скоростью.

**Ключевые слова:** люнет, качество обработки, токарная обработка, технологическое оборудование.

**DOI:** 10.22281/2413-9920-2017-03-03-235-240

Функциональными поверхностями люнетов являются поджимаемые к поверхностям заготовки вращающиеся ролики или неподвижные опоры. Если при пониженной жесткости системы станок-приспособление-инструмент-заготовка по сравнению с жесткостью системы станок-приспособление-инструмент и длине заготовки, превосходящей ее диаметр в пять и более раз, возникают колебания, участвующие в формообразовании цилиндрической поверхности, с амплитудой более одной трети допуска выполняемого размера, тогда одним из вариантов повышения точности обработки является применение люнетов [3, 4].

По степени подвижности люнетов подразделяются на две группы: первая – подвижные, вторая – неподвижные. Люнетов первой группы не могут использоваться на чистовых операциях точения и шлифования по следующим причинам:

1) непараллельности направляющих станка и оси вращения заготовки, что приводит к дополнительным деформациям заготовки при движении люнета;

2) отсутствия влияния на жесткость технологической системы в направлении нормальной (радиальной) составляющей силы, которая оказывает наибольшее воздействие на формирование формы обрабатываемой поверхности;

3) дополнительного возбуждения процесса автоколебаний вследствие передачи колебаний неровностей обработанной (базовой)

поверхности заготовки (по которой движется люнет) суппорту станка.

Люнетов второй группы существенно повышают жесткость технологической системы и особенно в радиальном направлении, что обеспечивает повышение точности обработки нежестких валов [1, 2].

На основе системного подхода к изучению проблемы формообразования макроотклонений обрабатываемой цилиндрической поверхности (с использованием неподвижных люнетов, рис. 1) разработана математическая модель ее формирования. Эта модель построена на основе метода гарантируемого результата и предполагает [3]:

1) внутренние и наружные цилиндрические поверхности самоцентрирующихся роликов люнета имеют формы эллипсов и несоосность осей (рис. 2);

2) контакт роликов с заготовкой упругий;

3) ролики предварительно поджаты к эллиптической поверхности заготовки с усилиями, обеспечивающими постоянный контакт между роликами и заготовкой;

4) ролики вращаются с постоянной угловой скоростью.

Для определения влияния погрешности формы посадочного отверстия ролика люнета на его радиальные перемещения представим форму посадочного отверстия в виде эллипса. Эллиптическая форма посадочного отверстия задана, исходя из анализа форм посадочных поверхностей роликов, а также из того, что такая форма является наихудшей с точки зрения колебательных перемещений

оси ролика. Сопрягаемая поверхность отверстия ролика обкатывается по поверхности посадочного вала (рис. 3). Посадочная поверхность вала люнета представлена в виде

окружности, так как в данном случае контакт происходит по постоянной дуге (или точке), вал неподвижен, а значит, форма поверхности посадочного вала не имеет значения.

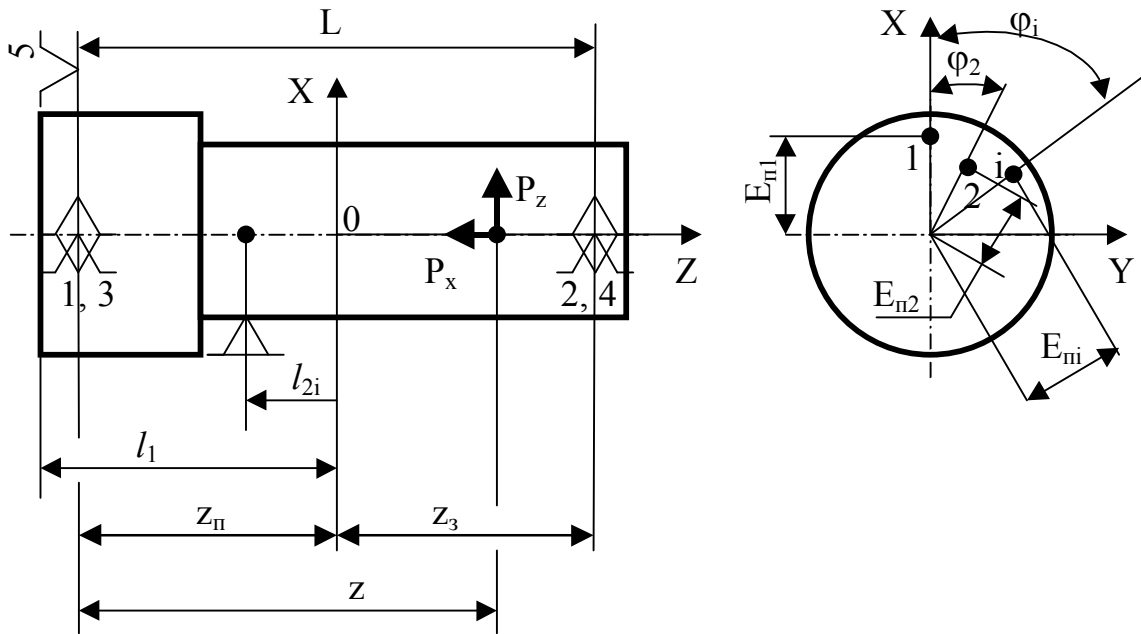


Рис. 1. Схема обработки вала

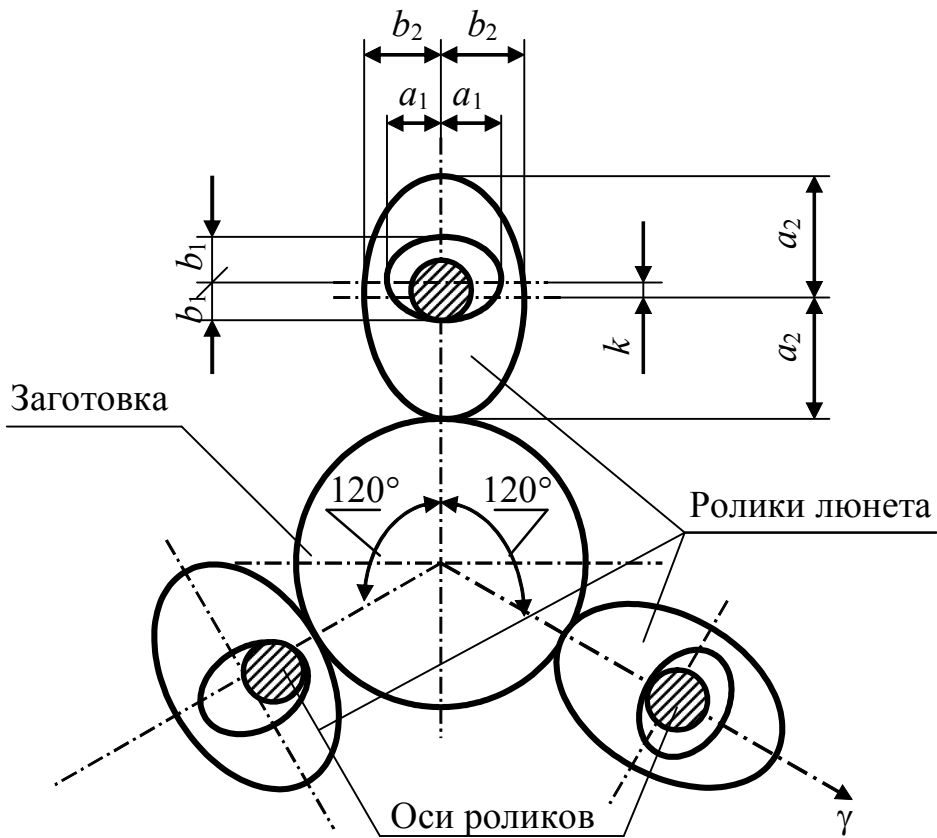


Рис. 2. Схема взаимодействия роликов люнета с заготовкой

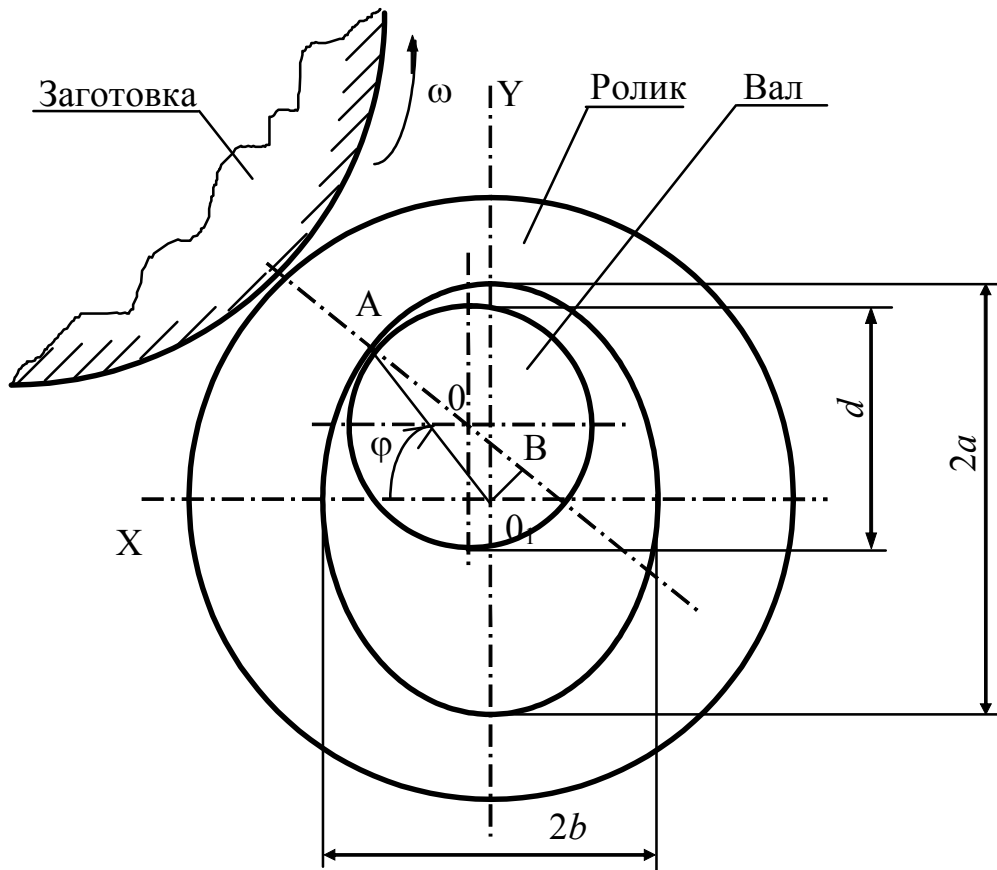


Рис. 3. Схема качения ролика по валу

Колебание оси  $\Delta_p$  ролика  $O_1$  в направлении оси АВ определяется проекцией точки  $O_1$  на ось АВ (точка В). То есть задачей исследования является нахождение величины АВ. Этапы определения величины  $\Delta_p$ :

- 1) определяем уравнение прямой  $AO_1$ ;
- 2) находим уравнение касательной к эллипсу в точке А;
- 3) вычисляем угол между прямыми  $AO_1$  и АВ;
- 4) проецируем отрезок  $AO_1$  на ось АВ и определяем величину колебаний  $\Delta_p$ .

Уравнение прямой  $AO_1$ , проходящей через точки  $A(x_2; y_2)$  и  $O_1(0; 0)$ :

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} \Rightarrow yx_2 = xy_2 \Rightarrow x_2 = b \cdot \cos\varphi;$$

$$y_2 = a \cdot \sin\varphi \Rightarrow y \cdot b \cdot \cos\varphi - x \cdot a \cdot \sin\varphi = 0,$$

где  $a$  – большая полуось эллипса;  $b$  – малая полуось эллипса.

Уравнение касательной к эллипсу в точке А определяем из общего уравнения

$$y - y_2 = f'(x_2)(x - x_2)$$

с учетом того, что

$$y_2 = a \cdot \sin\varphi, \quad x_2 = b \cdot \cos\varphi,$$

то есть имеем

$$y + \frac{a}{b}x \cdot \operatorname{ctg}\varphi = a(\sin\varphi + \operatorname{ctg}\varphi \cdot \cos\varphi). \quad (1)$$

Угол  $\gamma$  между прямыми  $AO_1$  и АВ находится как  $(90^\circ - \beta)$ , где угол  $\beta$  – угол между касательной к эллипсу в точке А и прямой  $AO_1$ :

$$\cos\beta = \frac{(b^2 - a^2)\cos\varphi}{\sqrt{a^2 \operatorname{ctg}^2\varphi + b^2} \sqrt{b^2 \cos^2\varphi + a^2 \sin^2\varphi}}. \quad (2)$$

Исходя из того, что

$$AO_1 = \sqrt{b^2 \cos^2\varphi + a^2 \sin^2\varphi} \quad \text{и} \quad \sin\gamma = \cos\beta,$$

определим величину отрезка АВ:

$$AB = AO_1 \cos\gamma = AO_1 \sqrt{1 - \sin^2\gamma} =$$

$$= a \sqrt{(1 - \varepsilon^2 \cos^2\varphi) + \frac{\sqrt{1 - \varepsilon^2 \cos^2\varphi} \cdot \varepsilon \sin\varphi \cos\varphi}{\sqrt{1 - \varepsilon^2 \sin^2\varphi}}}, \quad (3)$$

где  $\varepsilon$  – эксцентриситет эллипса ( $\varepsilon = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}$ ), причем  $\varepsilon^2 = 1,0 \cdot 10^{-3} \dots 0,6 \cdot 10^{-3}$ .

В связи с тем, что величины  $\varepsilon^2 \cos^2\varphi$  и  $\varepsilon^2 \sin^2\varphi$  намного меньше единицы, то для исключения иррациональности рассматриваемого выражения применим метод прибли-

женного вычисления с использованием дифференцирования:

$$\begin{aligned} \sqrt{1-\varepsilon^2 \cos^2 \varphi} &= 1-0,5\varepsilon^2 \cos^2 \varphi; \\ \sqrt{1-\varepsilon^2 \sin^2 \varphi} &= 1-0,5\varepsilon^2 \sin^2 \varphi. \end{aligned} \quad (4)$$

Подставляя выражения (4) в формулу (3), получим следующее выражение:

$$AB = a \sqrt{1-\varepsilon^2 \cos^2 \varphi + \frac{(1-0,5\varepsilon^2 \cos^2 \varphi) \cdot \varepsilon \sin \varphi \cos \varphi}{1-0,5\varepsilon^2 \sin^2 \varphi}}. \quad (5)$$

Используя дифференциальный метод исключения иррациональности из выражения (5) и правила тригонометрических преобразований, имеем:

$$AB = a \left( 1 + 0,25 \frac{\varepsilon^2 (\sin 2\varphi - 1 - \cos 2\varphi)}{1 - 0,5\varepsilon^2 \sin^2 \varphi} \right). \quad (6)$$

Коэффициент корреляции формулы (6) относительно формулы (3) составляет  $R^2 = 0,9999999$  при  $\varepsilon < 0,2$ .

Учитывая, что в выражении (6) знаменатель  $1 - 0,5\varepsilon^2 \sin^2 \varphi \approx 1$ , формула (6) примет окончательный вид:

$$AB = a[1 + 0,25 \cdot \varepsilon^2 \cdot (\sin 2\varphi - 1 - \cos 2\varphi)]. \quad (7)$$

Коэффициент корреляции формулы (7) относительно формулы (3) составляет  $R^2 = 0,9999998$  при  $\varepsilon < 0,2$ .

Колебание оси ролика  $\Delta_p$  в направлении оси АВ составит

$$\Delta_p = 0,25 \cdot a \cdot \varepsilon^2 \cdot (\sin 2\varphi - 1 - \cos 2\varphi). \quad (8)$$

В данной модели рассмотрено формирование отклонений формы цилиндрической поверхности «у» (рис. 1), которое имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} y = & \frac{Ge \{ 4A\omega^2 - c_{44} + c_{24}l_1 - (z-l_1)[c_{42} - l_1(c_{22} - 4M\omega^2)] \}}{16AM\omega^4 - 4\omega^2(Ac_{22} + Mc_{44}) + c_{22}c_{44} - c_{42}c_{24}} \times \left( \sin 2\omega t \sum_i \frac{\sin \varphi_i}{2E_{ni}} - \cos 2\omega t \sum_i \frac{\cos \varphi_i}{2E_{ni}} \right) + \\ & + \frac{P_z d \{ c_{44} - c_{24}l_1 - A\omega^2 + (z-l_1)[c_{42} + l_1(M\omega^2 - c_{22})] \}}{AM\omega^4 - \omega^2(Ac_{22} + Mc_{44}) + c_{22}c_{44} - c_{42}c_{24}} \sum_i \frac{\sin(\omega t + \varphi_i)}{2E_{ni}} + \\ & + \frac{0,5A_1A_2(f + 2\cos 30^\circ) \left[ c_{44} + c_{24} \sum_i l_{2i} - 4A\omega_2^2 + (z-l_1) \left( c_{42} + (c_{22} - 4M\omega_2^2) \sum_i l_{2i} \right) \right]}{16AM\omega_2^4 - 4\omega_2^2(Ac_{22} + Mc_{44}) + c_{22}c_{44} - c_{42}c_{24}} \times \\ & \times \cos(2\omega_2 t) + \frac{A_1A_3 \left[ c_{44} + c_{24} \sum_i l_{2i} - A\omega_2^2 + (z-l_1) \left( c_{42} + (c_{22} - M\omega_2^2) \sum_i l_{2i} \right) \right]}{AM\omega_2^4 - \omega_2^2(Ac_{22} + Mc_{44}) + c_{22}c_{44} - c_{42}c_{24}} \times \\ & \times [(\cos 30^\circ + f \sin 30^\circ) \sin \omega_2 t - (\cos 30^\circ + f - f \sin 30^\circ) \cos \omega_2 t] + \\ & + \frac{M\omega^2 e [c_{44} - A\omega^2 + c_{42}(z-l_1)]}{AM\omega^4 - \omega^2(Ac_{22} + Mc_{44}) + c_{22}c_{44} - c_{42}c_{24}} \sin \omega t + \left[ -\Delta_2 + \frac{\Delta_2 - \Delta_1}{L} (L-z) \right] |\sin \omega t|, \end{aligned} \quad (9)$$

где

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{n}{2(b_2 - b_1)} \cdot \frac{j_\gamma 3LEJ}{j_\gamma (L-z)^2 z^2 + 3LEJ}; \\ A_2 &= a_1^2 \varepsilon_1^2 - a_2^2 \varepsilon_2^2 - 2b_2 u_1 + 2b_1 u_2; \\ A_3 &= 2k(a_2 - b_1); \quad c_{22} = j_{ny} + j_{zy} + \sum_i j_{lyi}; \\ c_{24} &= c_{42} = - \left( j_{ny} z_n + j_{zy} z_z + \sum_i j_{lyi} l_{2i} \right); \\ c_{44} &= j_{ny} z_n^2 + j_{zy} z_z^2 + \sum_i j_{lyi} l_{2i}^2; \end{aligned}$$

$G$  – вес заготовки, Н;  $e$  – эксцентриситет положения центра масс заготовки относительно оси вращения заготовки, м;  $A$  – момент инерции заготовки относительно оси перпендикулярной оси вращения заготовки,

кг·м<sup>2</sup>;  $\omega$  – угловая скорость вращения заготовки, рад/с;  $M$  – масса заготовки, кг;  $\varphi_i$  –  $i$ -й угол в плоскости перпендикулярной оси вращения заготовки (рис. 1) расположения  $i$ -й точки контакта поводкового устройства с поверхностью заготовки относительно первой точки контакта при передаче заготовке крутящего момента ( $\varphi_1 = 0$ ), рад.;  $E_{ni}$  – величина  $i$ -го плеча силы (рис. 1), передающей крутящий момент заготовке, м;  $P_z$  – тангенциальная (касательная) составляющая силы резания, Н;  $d$  – диаметр обработки, м;  $l_1$  – расстояние от центра масс заготовки до точек контакта поводка с заготовкой (рис. 1), м;  $z$  – расстояние от точки действия силы резания до точки (средней) базирования заготовки на передний центр (рис. 1), м;  $f$  – ко-

коэффициент трения между (контактирующим) роликом люнета и заготовкой;  $\sum_i l_{2i}$  – алгебраическая сумма координат расположения люнетов вдоль оси  $OZ$  (рис. 1) относительно системы координат  $OXYZ$ , совпадающей с центром масс заготовки (рис. 1), м;  $\omega_2$  – угловая скорость вращения роликов люнета ( $\omega_2 = \omega_1 d / d_{p.l}$ , где  $d_{p.l}$  – внешний диаметр роликов люнета), рад/с;  $\Delta_1, \Delta_2$  – амплитуды колебания осей шпинделей соответственно станка и заднего вращающегося центра (если задний центр неподвижный, то  $\Delta_2$  – отклонение от круглости поверхности конуса, на который базируется заготовка), м;  $L$  – расстояние между средними точками базирования заготовки на передний и задний центры (рис. 1), м;  $n$  – число люнетов, участвующих в процессе формообразования заготовки;  $j_\gamma$  – жесткость ролика люнета в направлении, нормальном к его площади контакта с вращающейся заготовкой (рис. 2), Н/м;  $E$  – модуль упругости первого рода материала заготовки, Па;  $J$  – момент инерции приведенного сечения заготовки, м<sup>4</sup>;  $b_2, b_1$  – малые полуоси соответственно внешнего и внутреннего диаметров ролика (рис. 2), м;  $a_2, a_1$  – боль-

шие полуоси соответственно внешнего и внутреннего диаметров ролика (рис. 2), м;  $\varepsilon_2, \varepsilon_1$  – эксцентриситеты эллипсов соответственно внешнего и внутреннего диаметров ролика;  $u_2, u_1$  – отклонения от круглости соответственно внешнего и внутреннего диаметров ролика, м;  $k$  – несоосность (неконцентричность) осей внешнего и внутреннего диаметров ролика (рис. 2), м;  $j_{ny}, j_{zy}$  – динамические жесткости в направлении радиальной (нормальной) составляющей силы резания на уровне базирования заготовки соответственно на передний и задний центры, Н/м;  $\sum_i j_{lyi}$  – суммарная жесткость системы люнета-заготовка в направлении действия радиальной составляющей силы резания, Н/м;  $z_n, z_3$  – координаты точек базирования заготовки соответственно на передний и задний центры вдоль оси  $OZ$  (рис. 1), м.

Теоретические расчеты степени влияния конструктивных параметров люнета на величину отклонения от круглости ЕФК обрабатываемой цилиндрической поверхности заготовки с использованием данной модели представлены в таблице.

Таблица

Параметры качества роликов люнетов в зависимости от требуемого отклонения от круглости ЕФК обрабатываемой цилиндрической поверхности заготовки

$d$ , мм	$D$ , мм	ТФК( $d$ ), мкм	ТФК( $D$ ), мкм	ТРС, мкм	Степень точности формы ролика	ЕФК, мкм
Св. 30 до 50	Св. 18 до 30	2	1,6	4	3	3,1
» 30 » 50	» 18 » 30	3	2,5	6	4	3,8
» 30 » 50	» 18 » 30	5	4	10	5	5,2

Примечания: 1.  $d, D$  – диаметры соответственно наружной и внутренней поверхностей роликов люнета.

2. ТФК( $d$ ), ТФК( $D$ ) – допуски отклонений от круглости соответственно диаметров наружной и внутренней поверхностей роликов люнета.

3. ТРС – неконцентричность осей внутренней и наружной цилиндрической поверхностей роликов люнета.

Анализируя данные, приведенные в таблице, можно сделать вывод, что при токарной обработке длинных валов на станках любой степени точности отклонения формы цилиндрической поверхности (величина ЕФК) не могут быть ниже приведенных значений. При этом следует учитывать не только влияния конструктивных параметров лю-

нета, но и состояние технологической системы, режимы резания, геометрические характеристики обрабатываемой заготовки и т.д.

### Список литературы

1. Ерохин, В.В. Инженерия поверхностей деталей станочных приспособлений / В.В. Ерохин // Научно-технический вестник

Брянского государственного университета. – 2015. – №2 – С. 9-14.

2. Ерохин, В.В. Поводковая оснастка и ее технологические возможности / В.В. Ерохин // Научно-технический вестник Брянского государственного университета. – 2016. – №2 – С. 8-19.

3. Ерохин В.В. Обеспечение качества станочных приспособлений. Дис. ... докт. техн. наук. – Брянск. 2007. – 412 с.

4. Машиностроение. Энциклопедия. Т.IV-3. Надежность машин / ред. совет: К.В.

Фролов (пред.), В.В. Клюев, А.П. Гусенков, К.С. Колесников. – М.: Машиностроение, 1998. – 592 с.

#### Сведения об авторе

Ерохин Виктор Викторович - доктор технических наук, доцент, профессор кафедры «Автоматизированные информационные системы и технологии» ФГБОУ ВО «Брянский государственный университет имени академика И.Г. Петровского», [erohinvv@mail.ru](mailto:erohinvv@mail.ru).

## CALCULATION OF QUALITY PARAMETERS OF THE FUNCTIONAL SURFACES OF STEADY-RESTS

Erokhin V.V.

Academician I.G. Petrovskii Bryansk State University, Bryansk, Russian Federation

The article considers the methodology for calculating the design parameters of the functional surfaces of the steady-rests, which determine the accuracy and productivity of surface treatment of blanks. A mathematical model for calculating the quality parameters of the functional surfaces of fixed steady-rests is presented. This model is built on the basis of the guaranteed result method and assumes: the inner and outer cylindrical surfaces of self-centering lunette rollers are elliptical and misaligned axes; Contact of the rollers with the workpiece is elastic; The rollers are pre-pressed to the elliptical surface of the workpiece with forces ensuring constant contact between the rollers and the workpiece; The rollers rotate at a constant angular velocity.

**Keywords:** steady-rests, machining quality, turning, process equipment.

**DOI:** 10.22281/2413-9920-2017-03-03-235-240

#### References

1. Erokhin V.V. Engineering of surfaces of details of machine tool adaptations. *Nauchno-tehnicheskiy vestnik Bryanskogo gosudarstvennogo universiteta*, 2015, No.2, pp. 9-14. (In Russian)

2. Erokhin V.V. Driver machine-tool adaptations and its technological capabilities. *Nauchno-tehnicheskiy vestnik Bryanskogo gosudarstvennogo universiteta*, 2016, No.2, pp. 8-19. (In Russian)

3. Erokhin V.V. Ensuring the quality machine tool adaptations. *Doct. Diss. (Engineering)*. Bryansk, 2007. 412 p. (In Russian)

4. Mechanical Engineering. Encyclopedia. Vol. IV-3. Reliability of machines. Moscow, Mashinostroenie, 1998. 592 p. (In Russian)

#### Author' information

Viktor V. Erokhin - Doctor of Technical Sciences, Professor at Academician I.G. Petrovskii Bryansk State University, [erohinvv@mail.ru](mailto:erohinvv@mail.ru).

Дата публикации  
(Date of publication):  
25.09.2017

