

УДК (UDC) 62-752.2

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СТЕЛЛАЖНОГО КРАНА-ШТАБЕЛЕРА
С ПОВОРОТНОЙ СТРЕЛОЙ

MATHEMATICAL MODEL OF A STACKER CRANE WITH A SLEWING BOOM

Корытов М.С., Безродина А.Е.
Korytov M.S., Bezrodina A.E.Сибирский государственный автомобильно-дорожный университет (Омск, Россия)
Siberian State Automobile and Highway University (Omsk, Russian Federation)

Аннотация. Широкое использование стеллажных кранов-штабелеров обусловлено распространением автоматизированных складов. Снижение затрат энергии при использовании кранов-штабелеров является одним из основных направлений их совершенствования. Разработка математических имитационных моделей кранов-штабелеров позволяет определять затраты энергии на перемещение грузов на этапе проектирования и проведения научных исследований. Для новой конструкции стеллажного крана-штабелера, имеющего поворотную стрелу с перемещающейся по ней в радиальном направлении грузовой кареткой, была разработана математическая модель в виде системы дифференциальных уравнений Лагранжа второго порядка. Система дифференциальных уравнений учитывала потери энергии по модели вязкого трения в подвижных звеньях стрелы и грузовой каретки крана. Для этого при выводе дифференциальных уравнений использовалась функция Релея, а также аналитические выражения потенциальной и кинетической энергии подвижных звеньев крана, которые были продифференцированы. При помощи типовых блоков системы имитационного моделирования SimInTech, полученная система дифференциальных уравнений была реализована в виде блочной диаграммы. Использование блоков пропорционально-интегрально-дифференцирующих регуляторов в имитационной модели позволило реализовать принцип отработки заданной траектории перемещения звеньев крана, а численное интегрирование текущих мощностей приводов стрелы и каретки, позволило определить накопленный суммарный расход энергии приводов на заданном перемещении. Текущие значения мощностей приводов определялись как произведения моментов и сил приводов на скорости соответствующих звеньев стрелы и каретки. В качестве примера, при запуске имитационной модели получены временные зависимости координат стрелы и грузовой каретки крана, а также моментов и сил приводов, мощностей и работ при перемещении из точки с нулевыми координатами в точку с заданными координатами и обратно. Разработанная имитационная математическая модель предназначена для определения затрат энергии в приводах крана новой конструкции с поворотной стрелой при заданных перемещениях звеньев, а также, в перспективе, для проверки алгоритмов управления.

Abstract. The widespread use of racking stacker cranes is due to the spread of automated warehouses. Reduction of energy costs when using stacker cranes is one of the main directions of their improvement. The development of mathematical simulation models of stacker cranes allows to determine the energy costs of cargo movement at the stage of design and research. For a new design of the racking crane-stacker, having a rotary boom with a cargo carriage moving along it in the radial direction, a mathematical model in the form of a system of Lagrange differential equations of the second order has been developed. The system of differential equations took into account the energy losses according to the model of viscous friction in the moving links of the boom and the load carriage of the crane. For this purpose, when deriving the differential equations, the Rayleigh function was used, as well as analytical expressions of the potential and kinetic energies of the moving links of the crane, which were differentiated. With the help of typical blocks of the Russian simulation modeling system SimInTech, the obtained system of differential equations was realized in the form of a block diagram. The use of blocks of proportional-integral-differentiating regulators in the simulation model allowed to realize the principle of working out the given trajectory of movement of the crane links, and the numerical integration of the current powers of the boom and carriage drives allowed to determine the accumulated total energy consumption of the drives at a given displacement. The current values of drive powers were determined as products of moments and forces of drives on the speeds of the corresponding links of the boom and carriage. As an example, when running the simulation model, the time dependences of the coordinates of the boom and load carriage of the crane, as well as the moments and forces of the drives, power and work during the movement from a point with zero coordinates to a point with specified coordinates and back. The developed simulation mathematical model is intended to determine the energy costs in the drives of a new design crane with a rotating boom at given displacements of links, as well as, in the future, to verify the control algorithms.

Ключевые слова: кран-штабелер, поворотная стрела, стеллажный, энергия, диссипация.

Keywords: stacker crane, rotary boom, racking, energy, dissipation.

Дата получения статьи: 12.08.2023

Date of manuscript reception: 12.08.2023

Дата принятия к публикации: 19.09.2023

Date of acceptance for publication: 19.09.2023

Дата публикации: 25.12.2023

Date of publication: 25.12.2023

Сведения об авторах:

Корытов Михаил Сергеевич – доктор технических наук, доцент, профессор кафедры «Автомобильный транспорт» ФГБОУ ВО «Сибирский государственный автомобильно-дорожный университет», *e-mail: kms142@mail.ru*.

ORCID: 0000-0002-5104-7568

Безродина Анжела Евгеньевна – аспирант кафедры «Автомобильный транспорт» ФГБОУ ВО «Сибирский государственный автомобильно-дорожный университет», *e-mail: likasedova@list.ru*.

ORCID: 0000-0001-6362-8557

Authors' information:

Mikhail S. Korytov – Doctor of Technical Sciences, Associate Professor, Professor of Department of Automobile transport at Siberian State-Impact Automobile and Road University, *e-mail: kms142@mail.ru*.

ORCID: 0000-0002-5104-7568

Angela E. Bezrodina – postgraduate student at Department of Automobile Transport at Siberian State-Impact Automobile and Road University, *e-mail: likasedova@list.ru*.

ORCID: 0000-0001-6362-8557

1. Введение

Современное складское хозяйство предполагает использование автоматизированных средств погрузки и выгрузки объектов складирования [1, 2].

Основным видом используемых при этом средств производства являются стеллажные краны-штабелеры [3, 4]. Тенденции развития кранов-штабелеров заключаются в повышении их производительности, скоростей перемещения звеньев, повышении точности позиционирования, снижении затрат энергии на перемещения, применении автоматизации рабочих движений [5-7]. Авторами была выдвинута гипотеза, что изменение конструкции стеллажного крана-штабелера одновременно с формой сооружения склада, который он обслуживает, способно существенно сократить затраты энергии на перемещение звеньев крана и груза. Была предложена конструкция стеллажного крана-штабелера со стрелой [8], обладающая новизной, которая, согласно проведенным предварительным расчетам, способна обеспечить существенно меньший расход энергии при работе в складах сравнительно малой вместимости [9].

Для уточненного определения характеристик машин, в том числе затрат энергии в динамическом режиме работы, на этапе проектирования и выполнения научно исследовательских работ, широко используются математические модели объектов [10].

Необходимо разработать математическую модель крана-штабелера с поворотной стрелой, позволяющую определять затраты энергии в приводах крана при заданных рабочих перемещениях звеньев.

2. Постановка задачи

Необходимо вывести систему обыкновенных дифференциальных уравнений, решение которой позволяет моделировать движения механической системы крана-штабелера с поворотной стрелой (рис. 1). На основе выведенной системы обыкновенных дифференциальных уравнений должна быть создана программная реализация математической модели крана-штабелера с поворотной стрелой, использование которой позволит определять затраты энергии в приводах крана для заданных перемещений подвижных звеньев и груза.

На затраты энергии при перемещениях влияют не только начало и окончание движения звеньев крана с ускорением, но и потери на диссипацию энергии в приводах и шарнирах, которые также должны учитываться в математической модели и ее программной реализации.

В расчетной схеме (рис. 1) и модели приняты следующие обозначения: φ – угол отклонения стрелы от вертикали; R – радиальная координата центра масс каретки с грузом относительно оси вращения стрелы; m_s – масса стрелы с противовесом; m_p – мас-

са каретки с грузом; l_{gs} – длина от оси стрелы до ее центра масс, с учетом противовеса; I_s – момент инерции стелы с противовесом относительно оси вращения; b_w – коэффициент

сопротивления повороту стрелы; b_r – коэффициент сопротивления радиальному перемещению каретки с грузом.

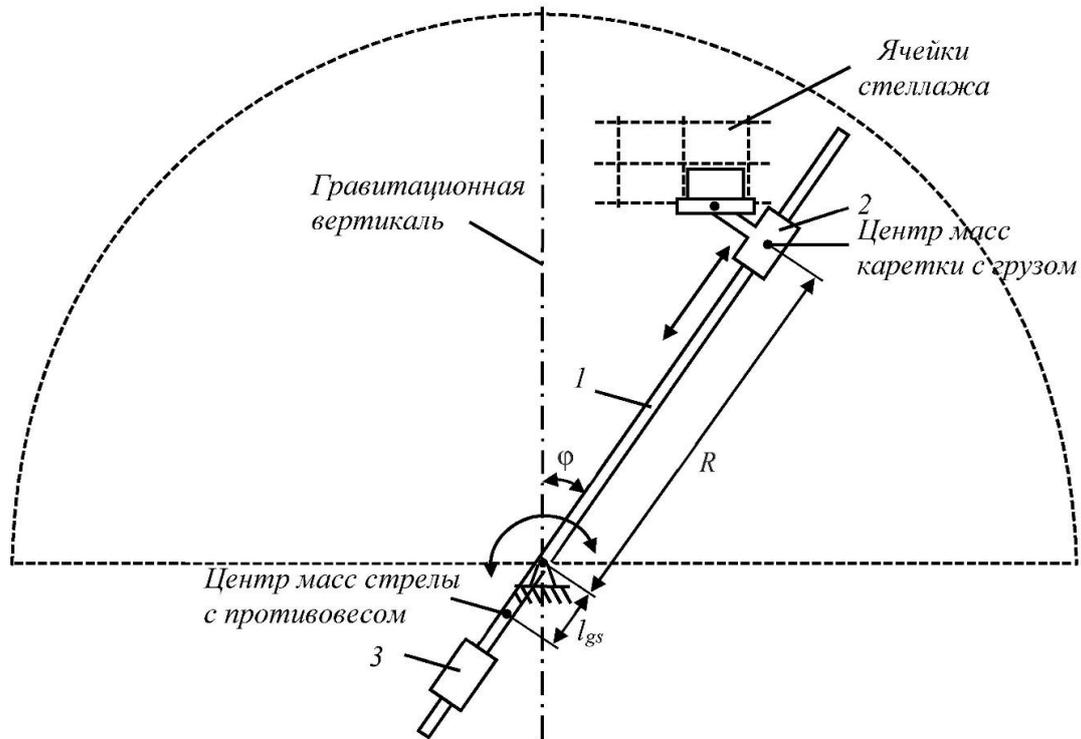


Рис. 1. Расчетная схема стеллажного крана-штабелера с поворотной стрелой

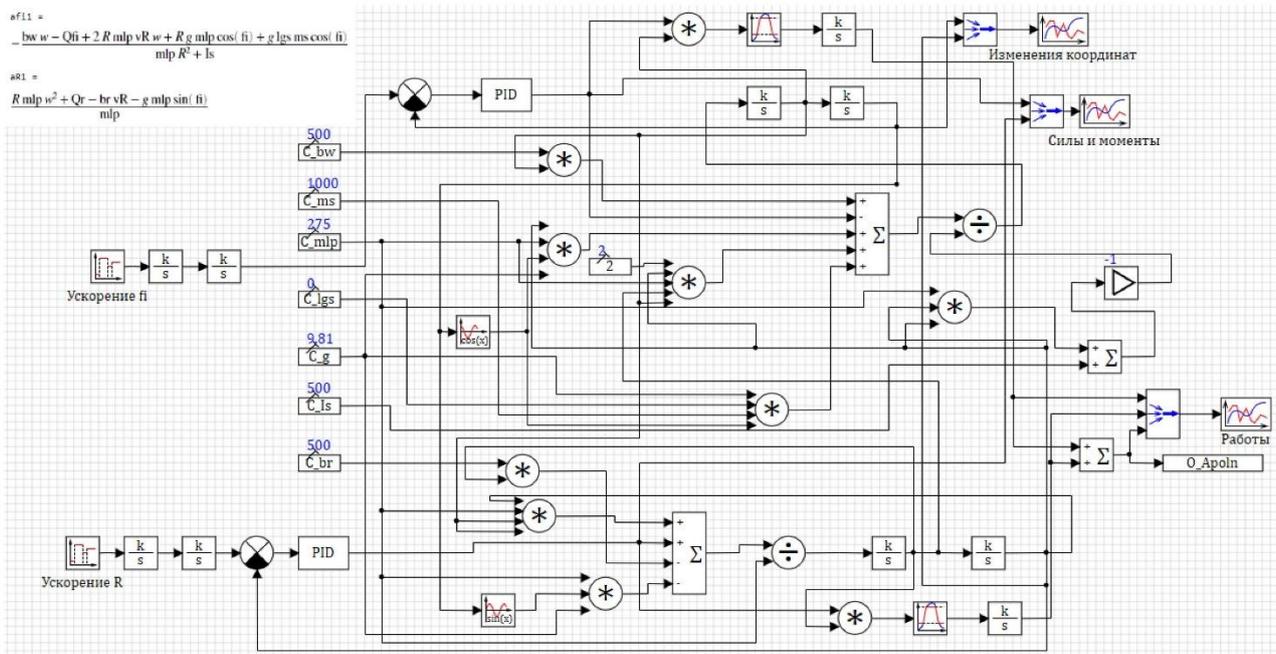


Рис. 2. Имитационная математическая модель крана-штабелера с поворотной стрелой в обозначениях SimInTech

№	Имя	Название	Тип данных	Формула	Значение	Способ расчёта
1	bw	Козф-т сопрот. повороту стрелы	Вещественное		500	Переменная
2	ms	Масса стрелы	Вещественное		1000	Переменная
3	mlp	Масса каретки с грузом	Вещественное		275	Переменная
4	lgs	Длина от оси стрелы до ее ц.масс (с учетом противовеса)	Вещественное		0	Переменная
5	g	Ускорение свободного падения	Вещественное		9.81	Переменная
6	ls	Момент инерции стелы с противовесом относительно оси ...	Вещественное		500	Переменная
7	br	Козф-т сопрот. передвижению каретки	Вещественное		500	Переменная

а)

№	Имя	Название	Тип данных	Формула	Значение	Способ расчёта
1	tfl	Вектор временных интервалов ускорений по fl	Массив		[0, 0, ...]	Переменная
2	afl	Вектор значений ускорений по fl	Массив		[0, 0, ...]	Переменная
3	tR	Вектор временных интервалов ускорений по R	Массив		[1, 9, ...]	Переменная
4	aR	Вектор значений ускорений по R	Массив		[0.8, 0, ...]	Переменная
5	fl0	Начальный угол поворота стрелы	Вещественное		3.1415...	Переменная

б)

№	Имя	Название	Тип данных	Формула	Значение	Способ расчёта
1	Aroln	Работа полная	Вещественное		6335.444	Переменная

в)

Рис. 3. Сигналы базы данных SimInTech имитационной модели крана-штабелера с поворотной стрелой: а) конструктивные параметры; б) параметры перемещений; в) работа полная

3. Вывод системы дифференциальных уравнений

Уравнения Лагранжа динамической системы крана-штабелера с поворотной стрелой с учетом сил диссипации будут иметь вид [9, 10]:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} \right) + \frac{\partial F}{\partial \dot{q}_j} - \frac{\partial (T - U)}{\partial q_j} = Q_j, j=1, 2, \quad (1)$$

где $T(\dot{q}_1, \dot{q}_2)$ – кинетическая энергия динамической системы; $U(q_1, q_2)$ – потенциальная энергия системы; $F(\dot{q}_1, \dot{q}_2)$ – диссипативная функция Релея; $Q_j(t)$ – обобщенные силы; t – время.

Механическая система крана-штабелера с поворотной стрелой (рис. 1) обладает двумя степени свободы. Во-первых, это поворот стрелы относительно своей оси вращения на угол φ . Во-вторых, это перемещение центра масс каретки с грузом в радиальном направлении вдоль стрелы на расстояние R от оси стрелы.

Кинетическая энергия динамической системы определялась выражением [14]

$$T = \frac{I_s \dot{\varphi}^2 + m_p (R^2 \dot{\varphi}^2 + \dot{R}^2)}{2}. \quad (2)$$

Потенциальная энергия определялась выражением [14]

$$U = R \cdot g \cdot m_p \cdot \sin(\varphi) + g \cdot l_{gs} \cdot m_s \cdot \sin(\varphi). \quad (3)$$

Функция Релея учитывала диссипацию энергии при изменении одной угловой и одной линейной координат в приводах стрелы и грузовой каретки с грузом соответственно. Использовалась модель вязкого трения. Функция Релея для вывода системы дифференциальных уравнений имела вид:

$$F = \frac{b_r \cdot \dot{R}^2}{2} + \frac{b_w \cdot \dot{\varphi}^2}{2}. \quad (4)$$

Выражения (2)-(4) после соответствующего дифференцирования согласно (1) образовывали следующую систему дифференциальных уравнений второго порядка:

$$\begin{cases} \left(I_s \cdot \ddot{\varphi} + b_w \cdot \dot{\varphi} + R^2 \cdot \ddot{\varphi} \cdot m_{lp} + 2 \cdot R \cdot m_{lp} \cdot \dot{R} \cdot \dot{\varphi} + \right. \\ \left. + R \cdot g \cdot m_{lp} \cdot \cos(\varphi) + g \cdot l_{gs} \cdot m_s \cdot \cos(\varphi) = Q_\varphi \right); \\ \left(-R \cdot m_{lp} \cdot \ddot{\varphi} + \ddot{R} \cdot m_{lp} + b_r \cdot \dot{R} + \right) \\ \left. + g \cdot m_{lp} \cdot \sin(\varphi) = Q_R \right). \end{cases} \quad (5)$$

Система (5) при преобразовании в форму Коши будет иметь вид:

$$\begin{cases} \ddot{\varphi} = - \frac{\left(b_w \cdot \dot{\varphi} - Q_\varphi + 2 \cdot R \cdot m_{lp} \cdot \dot{R} \cdot \dot{\varphi} + \right. \\ \left. R g m_{lp} \cos(\varphi) + g l_{gs} m_s \cos(\varphi) \right)}{m_{lp} \cdot R^2 + I_s}; \\ \ddot{R} = \frac{R \cdot m_{lp} \cdot \dot{\varphi}^2 + Q_R - b_r \cdot \dot{R} - g \cdot m_{lp} \cdot \sin(\varphi)}{m_{lp}}. \end{cases} \quad (6)$$

Она может быть решена известными численными методами решения систем дифференциальных уравнений. Система (6) описывает динамику крана-штабелера с поворотной стрелой, совершающего рабочие движения.

4. Реализация модели в программной среде SimInTech

Для практической реализации полученной системы дифференциальных уравнений (6) была использована российская среда динамического моделирования и программирования SimInTech (рис. 2) [15]. Она может рассматриваться как аналог зарубежных систем имитационного моделирования MATLAB/Simulink, SCILAB/Xcos и др.

В имитационной модели, представленной на рис. 2, использованы основные алгебраические блоки SimInTech: *Константа*, *Сумматор*, *Перемножитель*, *Делитель*, *Сравнивающее устройство*. Для моделирования

дифференциальных уравнений использовался блок *Интегратор*. Блок *Кусочно-постоянная* использовался для формирования заданных кусочно-постоянных значений ускорений двух управляемых координат крана: угла поворота стрелы и радиального смещения центра масс каретки с грузом относительно оси вращения стрелы. Блок *Временной график* использовался для визуализации зависимостей выходных параметров модели: координат, сил, моментов и работ в приводах. В качестве вспомогательных использовались блок *Мультиплексор*, соединяющий несколько скалярных сигналов в один векторный, и блок *Запись в список сигналов*, передающий значения из имитационной модели в базу данных. Блок *ПИД-регулятор* использовался для преобразования рассогласования между заданным и фактическим значениями координат звеньев в текущее значение момента или силы привода управляемой координаты, минимизирующего рассогласование.

На рис. 3 представлены окна базы данных разработанной имитационной модели в среде SimInTech. Все сигналы модели в единой общей категории *Данные*, были разделены на три группы по выполняемым функциям. Это группа конструктивных параметров *C*, группа параметров для задания требуемых перемещений подвижных звеньев *P*, и группа *O*, включающая выходной параметр – сумму работ приводов крана на рассматриваемом перемещении (рис. 3).

Методика определения временных интервалов при равноускоренном движении [16] использовалась для определения зависимостей заданных координат звеньев крана от времени. При этом ускорение подвижного звена крана (стрелы, каретки с грузом) принимало три дискретных значения $[-a_{\max}; 0; a_{\max}]$, а значение скорости изменялось непрерывно, но ограничивалось интервалом предельных значений $[-v_{\max}; v_{\max}]$. По заданным перемещениям в методике определялись временные интервалы движения с положительным, нулевым и отрицательным ускорениями. Реализация заданных перемещений звеньев с ограничениями по скоростям осуществлялась при помощи блоков *Кусочно-постоянная* (на выходе двух данных блоков формировались значения ускорений стрелы

и каретки), и 4 блоков *Интегратор*, соединенных попарно последовательно, и преобразующих ускорения в скорости, а затем в требуемые перемещения $\varphi_{treb}(t)$, $R_{treb}(t)$ подвижных звеньев стрелы и каретки.

Для этого величины $d\varphi = \varphi_{treb}(t) - \varphi(t)$, $dR = R_{treb}(t) - R(t)$, представляющие собой разности фактических и требуемых (заданных) в данный момент времени координат стрелы и каретки, подаются на входы блоков *ПИД-регулятор*. Указанные блоки формируют на выходе обобщенные момент M_φ и сила Q_R , которые и осуществляют движение подвижных звеньев по заданной траектории, минимизируя величины $d\varphi$ и dR .

Умножение момента M_φ и силы Q_R на соответствующие скорости изменения обобщенных координат позволяет получить временные зависимости мощностей:

$$N_\varphi(t) = M_\varphi(t) \cdot \dot{\varphi}(t); N_R(t) = Q_R(t) \cdot \dot{R}(t). \quad (7)$$

Далее численное интегрирование текущих значений мощностей приводов N_φ и N_R при помощи блоков *Интегратор* позволило определить затраты энергии приводов стрелы и каретки, т.е. работы приводов:

$$A_\varphi(t) = \int N_\varphi(t) dt; A_R(t) = \int N_R(t) dt. \quad (8)$$

При суммировании накапливаемых значений двух работ A_φ и A_R , в конечный момент времени переходного процесса выдается полная работа приводов крана A_Σ :

$$A_\Sigma = \int_{t=0}^{T_{kon}} N_\varphi(t) dt + \int_{t=0}^{T_{kon}} N_R(t) dt. \quad (9)$$

Поскольку при составлении модели было принято допущение о том, что при торможении подвижных звеньев энергия не расходуется и не накапливается, минимальные текущие значения мощностей приводов N_φ и N_R ограничивались нулевыми значениями. Для этого в модели использовались блоки *Ограничитель*.

Поскольку основу математической модели крана составляют дифференциальные уравнения второго порядка (6), наиболее важными в модели являются блоки *Интегратор*, в количестве 4-х штук, соединенные попарно последовательно, и находящиеся в центре модели.

Они интегрируют ускорения $\ddot{\varphi}$ и \ddot{R} стрелы и каретки соответственно. Данные

ускорения формировались в модели с использованием переменных и их первых производных по уравнениям (6).

5. Результаты экспериментов

На рис. 4, 5 приведены временные зависимости параметров координат стрелы и каретки, погрешностей их реализации (разностей), обобщенных моментов и сил приводов, а также работ, полученных при заданных перемещениях на 1,25 рад стрелы и на 7 м каретки. Перемещение каретки с грузом в целевую точку с координатами, указанными выше, плавная остановка и последующий возврат выполнялись из начальной точки с нулевыми координатами.

Требуемые и фактические координаты крана φ и R (рис. 4, а) визуально совпадают. При помощи двух блоков *ПИД-регулятор* формируются временные зависимости разностей требуемых и фактических координат $d\varphi$ и dR (рис. 4, б). Минимизацию $d\varphi$ и dR обеспечивают момент M_φ и сила Q_R . Последние реализуются приводами стрелы и каретки соответственно (рис. 5, а). На рис. 5, б, приведены временные зависимости работ приводов стрелы и каретки A_φ и A_R , и суммарной работы A_Σ на рассматриваемой в качестве примера траектории перемещений.

6. Обсуждение результатов

На графиках, на которых приведены временные зависимости работ A_φ , A_R и A_Σ , горизонтальность некоторых участков соответствует перемещениям подвижных звеньев в режиме управляемого торможения, когда, согласно сделанным допущениям, энергия приводами не расходуется.

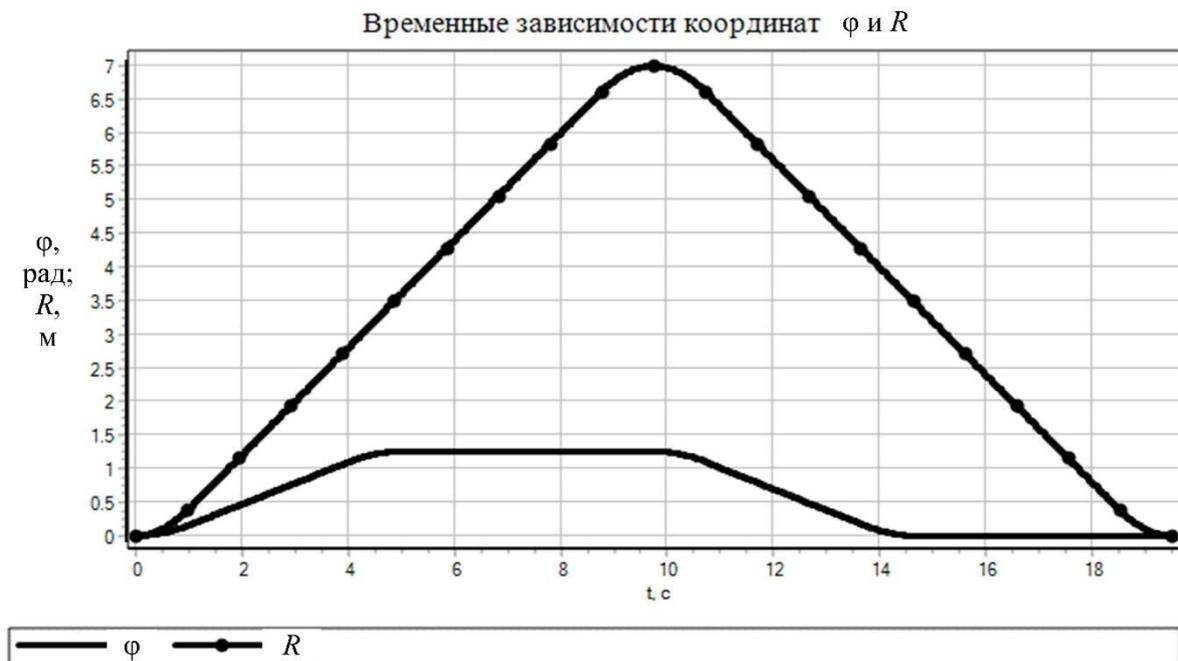
Сумма работ приводов A_Σ соответствует полным затратам энергии при перемещении. В конечный момент времени рассматриваемого в качестве примера процесса суммарная работа составила 22156 Дж.

7. Заключение

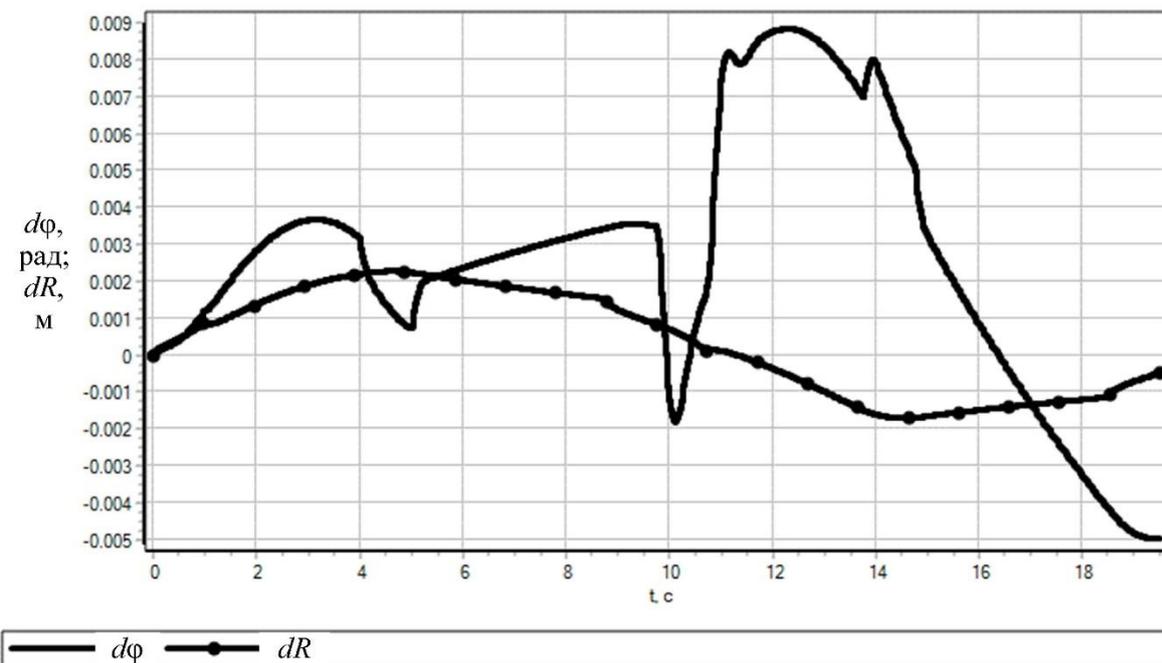
Представлена имитационная математическая модель стеллажного крана-штабелера с поворотной стрелой, которая позволяет ис-

следовать большие пространственные перемещения звеньев крана, повороты стрелы на 180 градусов. В модели, которая составлена из типовых блоков системы математического

моделирования SimInTech, учитываются потери энергии в приводах подвижных звеньев по модели вязкого трения.



а)



б)

Рис. 4. Пример временных зависимостей: а - координаты стрелы и каретки; б - соответствующие им разности требуемых и фактических значений координат крана

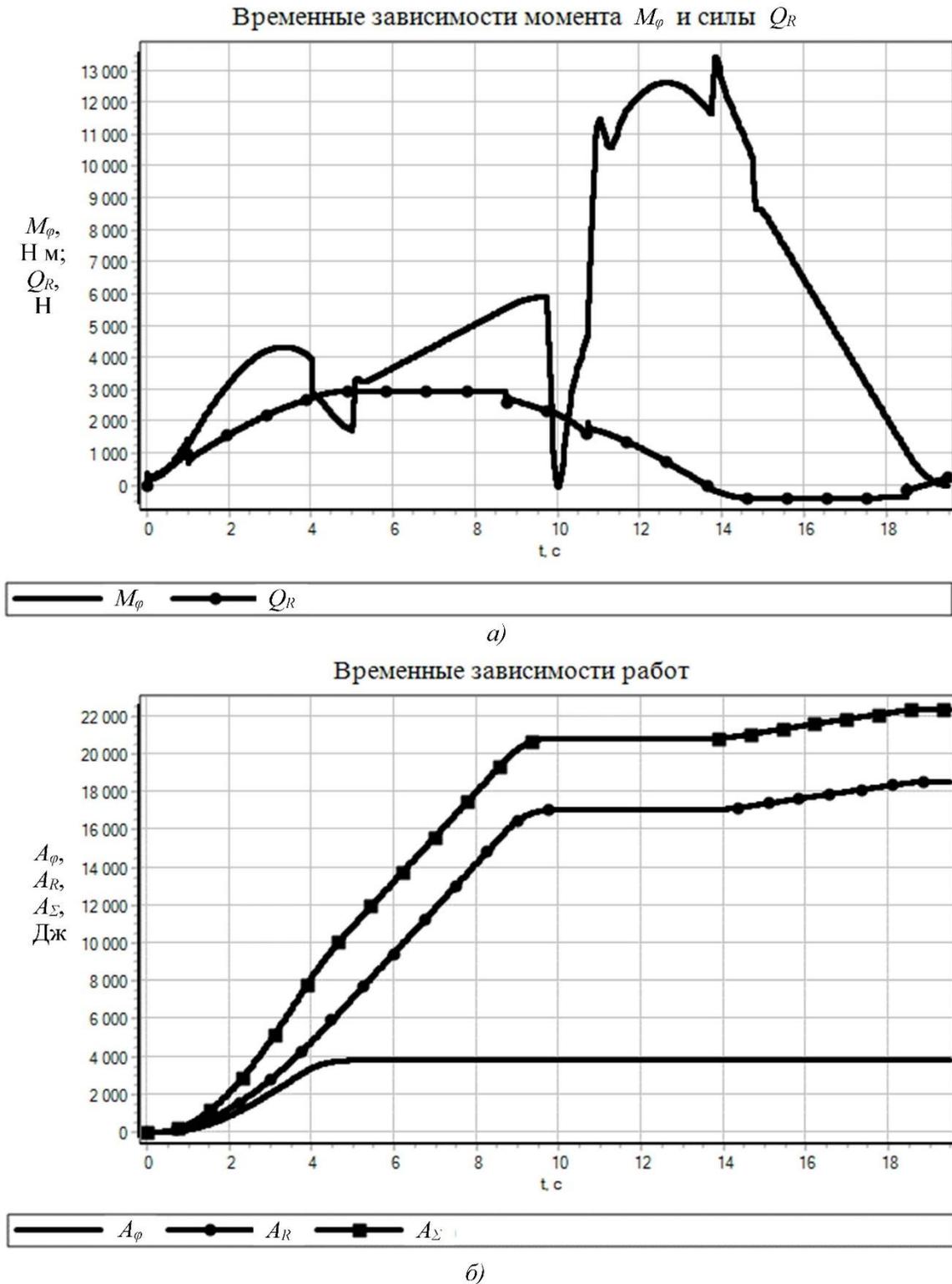


Рис. 5. Пример временных зависимостей: а – силы приводов; б - соответствующие им работы приводов крана

В основу модели положена система из двух дифференциальных уравнений Лагранжа второго порядка. Для вывода дифференциальных уравнений модели использовались аналитические выражения диссипативной

функции Релея и частных производных потенциальной и кинетической энергии динамической системы крана.

Разработанная математическая модель предназначена для определения затрат энер-

гии, а также, при необходимости, мощностей, моментов и сил в приводах крана, соответствующих заданным перемещениям подвижных звеньев.

Модель вязкого трения использовалась для описания диссипации энергии, возникающей при вращении стрелы крана и поступательном движении каретки по стреле. Силовые воздействия на подвижные звенья, обеспечивающие движение по траекториям, близким к заданным, формировались при помощи двух ПИД-регуляторов. Для этого использовались соответствующие блоки системы SimInTech.

Список литературы

1. Zaerpour N., Gharehgozli A., De Koster R. Vertical expansion: a solution for future container terminals // *Transportation Science*. 2019. Vol. 53. No. 5. Pp. 1235-1251. doi: 10.1287/trsc.2018.0884

2. Geyer E., Arndt T., Mehling U. Construction of a new logistics center in Flieden // *Beton- und Stahlbetonbau*. 2021. Vol. 116. Pp. 88-90. doi: 10.1002/best.202100003

3. Srisurin P., Pimpanit P., Jarumaneeroj P. Evaluating the long-term operational performance of a large-scale inland terminal: A discrete event simulation-based modeling approach // *PLOS ONE*. 2022. Vol. 17. Pp. e0278649. doi: 10.1371/journal.pone.0278649

4. Diwold J., Kolar B., Schöberl M. Flatness analysis for the sampled-data model of a single mast stacker crane // *IFAC-PapersOnLine*. 2023. Vol. 56. No. 1. Pp. 222-227. doi: 10.1016/j.ifacol.2023.02.038

5. Huang Q., Ye Y., Zhu Z., Lu T. Route-optimization based storage allocation algorithm in intelligent high-bay warehouses // *2021 4th International conference on intelligent autonomous systems (ICOIAS 2021)*. 2021. pp. 240-245. doi: 10.1109/ICoIAS53694.2021.00050

6. Rucker A., Rief J., Fottner J. An investigation of mean energy demand, performance and reference cycles for stacker cranes // *FME Transactions*. 2020. Vol. 48. No. 2. pp. 307-312. doi: 10.5937/fme2002307R

7. Rucker A., Rief J., Fottner J. Development of a method for the energy efficiency de-

Model allows to determine energetic costs, depending on displacements, when performing working cycles of crane of proposed construction with rotating jib. Also, comparison of different given trajectories of displacement of loads according to energetic and time costs.

Prospective direction of using developed mathematical model can be computational verification of numerical and analytical algorithms of crane control of new construction.

References

1. Zaerpour N., Gharehgozli A., De Koster R. Vertical expansion: a solution for future container terminals. *Transportation Science*, 2019, Vol. 53, No. 5, pp. 1235-1251. doi: 10.1287/trsc.2018.0884

2. Geyer E., Arndt T., Mehling U. Construction of a new logistics center in Flieden. *Beton- und Stahlbetonbau*, 2021, Vol. 116, pp. 88-90. doi: 10.1002/best.202100003

3. Srisurin P., Pimpanit P., Jarumaneeroj P. Evaluating the long-term operational performance of a large-scale inland terminal: A discrete event simulation-based modeling approach. *PLOS ONE*, 2022, Vol. 17, pp. e0278649. doi: 10.1371/journal.pone.0278649

4. Diwold J., Kolar B., Schöberl M. Flatness analysis for the sampled-data model of a single mast stacker crane. *IFAC-PapersOnLine*, 2023, Vol. 56, No. 1, pp. 222-227. doi: 10.1016/j.ifacol.2023.02.038

5. Huang Q., Ye Y., Zhu Z., Lu T. Route-optimization based storage allocation algorithm in intelligent high-bay warehouses. *2021 4th International conference on intelligent autonomous systems (ICOIAS 2021)*, 2021, pp. 240-245. doi: 10.1109/ICoIAS53694.2021.00050

6. Rucker A., Rief J., Fottner J. An investigation of mean energy demand, performance and reference cycles for stacker cranes. *FME Transactions*, 2020, Vol. 48, No. 2, pp. 307-312. doi: 10.5937/fme2002307R

7. Rucker A., Rief J., Fottner J. Development of a method for the energy efficiency de-

termination of stacker cranes in automated high-bay warehouses // *FME Transactions*. 2020. Vol. 48. No. 4. pp. 753-760. doi: 10.5937/fme2004753R

8. Кобытов М.С., Безродина А.Е. Стеллажный кран-штабелер с поворотной стрелой // *Вестник СибАДИ*. 2022. Т.19. № 4(86). С. 474-483. doi: 10.26518/2071-7296-2022-19-3-474-483

9. Кобытов М.С., Безродина А.Е. Сравнительный анализ затрат энергии при работе кранов-штабелеров // *Подъемно-транспортное дело*. 2021. № 4-6. С. 5-10.

10. Лагереv А.В., Лагереv И.А. Общий подход к созданию цифровых двойников мобильных канатных дорог на основе мобильных транспортно-перегрузочных канатных комплексов // *Научно-технический вестник Брянского государственного университета*. 2022. № 1. С. 38-60. doi: 10.22281/2413-9920-2022-08-01-38-60

11. Sun B., Zhang X., Qiao H., Li G., Chen Y. Multi-type resources collaborative scheduling in automated warehouse with fuzzy processing time // *Journal of intelligent & fuzzy systems*. 2020. Vol. 39. No. 1. Pp. 899-910. doi: 10.3233/JIFS-191827

12. Беленький И.М. Введение в аналитическую механику. М.: Высш. школа, 1964. 324 с.

13. Зотеев В.Е. Параметрическая идентификация диссипативных механических систем на основе разностных уравнений / Под ред. В.П. Радченко. М.: Машиностроение, 2009. 344 с.

14. Omar F., Karray F., Basir O., Yu L. Autonomous overhead crane system using a fuzzy logic controller // *Journal of vibration and control*. 2004. Vol. 10, Issue 9. Pp. 22-28.

15. Božek P., Nikitin Y. The Development of an Optimally-Tuned PID Control for the Actuator of a Transport Robot // *Actuators*. 2021. Vol. 10 No. 8. Pp. 195. doi: 10.3390/act10080195

16. Кобытов М.С., Безродина А.Е. Разработка математической модели стеллажного крана-штабелера с учетом диссипации энергии // *Научно-технический вестник Брянского государственного университета*. 2023. № 2. С. 134-144. doi: 10.22281/2413-9920-2023-09-02-134-144

termination of stacker cranes in automated high-bay warehouses. *FME Transactions*, 2020, Vol. 48, No. 4, pp. 753-760. doi: 10.5937/fme2004753R

8. Korytov M.S., Bezrodina A.E. Stellazhnyy kran-shtabeler s povorotnoy streloy [Stacker crane with slewing boom]. *Vestnik SibADI*, 2022, Vol. 19, No. 4(86), pp. 474-483. doi: 10.26518/2071-7296-2022-19-3-474-483 (In Russian)

9. Korytov M.S., Bezrodina A.E. Sravniteljniy analiz zatrat energii pri rabote kranov-shtabelerov [Comparative analysis of energy costs in stacker crane operation]. *Podemno-transportnoe delo*, 2021, No. 4-6, pp. 5-10. (In Russian)

10. Lagerev A.V., Lagerev I.A. Obshchiy podkhod k sozdaniyu tsifrovyykh dvoynikov mobilnykh kanatnykh dorog na osnove mobilnykh transportno-peregruzochnykh kanatnykh kompleksov [A general approach to the creation of digital twins of mobile ropeways on the basis of mobile ropeway transport and transfer complexes]. *Nauchno-tekhnicheskiiy vestnik Bryanskogo gosudarstvennogo universiteta*, 2022, No. 1, pp. 38-60. doi: 10.22281/2413-9920-2022-08-01-38-60 (In Russian)

11. Sun B., Zhang X., Qiao H., Li G., Chen Y. Multi-type resources collaborative scheduling in automated warehouse with fuzzy processing time. *Journal of intelligent & fuzzy systems*, 2020, Vol. 39, No. 1, pp. 899-910. doi: 10.3233/JIFS-191827

12. Belenjkiiy I.M. *Vvedenie v analiticheskuyu mekhaniku* [Introduction to Analytical Mechanics]. Moscow, High School, 1964. 324 p. (In Russian)

13. Zoteev V.E. *Parametricheskaya identifikatsiya dissipativnykh mekhanicheskikh si-stem na osnove raznostnykh uravneniy* [Parametric identification of dissipative mechanical systems based on difference equations]. Edited by V.P. Radchenko. Moscow, Machinostroenie, 2009. 344 p. (In Russian)

14. Omar F., Karray F., Basir O., Yu L. Autonomous overhead crane system using a fuzzy logic controller. *Journal of vibration and control*, 2004, Vol. 10, No.9, pp. 22-28.

15. Božek P., Nikitin Y. The Development of an Optimally-Tuned PID Control for the

- ‡ Actuator of a Transport Robot. *Actuators*,
‡ 2021, Vol. 10, No. 8, pp. 195.
‡ doi: 10.3390/act10080195
‡
‡ 16. Korytov M.S., Bezrodina A.E.
‡ Razrabotka matematicheskoy modeli
‡ stellazhnogo krana-shtabelera s uchetom
‡ dissipatsii energii [Development of a mathe-
‡ matical model of a stacker crane taking
‡ into account energy dissipation]. *Nauchno-*
‡ *tekhnicheskij vestnik Bryanskogo*
‡ *gosudarstvennogo universiteta*, 2023, No. 2,
‡ pp. 134-144. doi: 10.22281/2413-9920-2023-
‡ 09-02-134-144 (In Russian)