

УДК (UDC) 624.074.5

## МЕТОДИКА РАСЧЕТА НЕСУЩЕЙ РАМЫ ГРАВИТАЦИОННОГО РОЛИКОВОГО СТЕЛЛАЖА ДЛЯ КОРОБОВ

## CALCULATION METHOD OF THE LOAD-BEARING FRAME OF A GRAVITY ROLLER RACK FOR BOXES

Сафронов Е.В., Носко А.Л., Гуськова А.С.  
Safronov E.V., Nosko A.L., Guskova A.S.Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана (Москва, Россия)  
Bauman Moscow State Technical University (Moscow, Russian Federation)

**Аннотация.** Предлагается методика расчета рамы гравитационного роликового стеллажа для коробов, основанная на раскрытии статической неопределенности системы с помощью уравнений трех моментов. Определяются неизвестные реакции от промежуточных опор, которые обеспечивают общую жесткость конструкции. Находятся максимальные изгибающие моменты по длине всей роликовой планки, рассчитываются статически определимые системы промежуточных опор, передней и задней траверс, боковых профилей. Предлагается метод подбора сечений профилей и рассчитываются их максимальные нормальные напряжения от изгиба, которые сравниваются с допускаемыми.

**Ключевые слова:** роликовый стеллаж, грузопотоки, грузоподъемность, комплектация, гравитационные полки.

**Дата принятия к публикации:** 08.09.2021  
**Дата публикации:** 25.09.2021

**Сведения об авторах:**

**Сафронов Евгений Викторович** – кандидат технических наук, доцент кафедры «Подъемно-транспортные системы», ФГБОУ ВО «Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)» (МГТУ им. Н.Э. Баумана),  
*e-mail: gen-s@mail.ru*

ORCID: 0000-0002-4250-7147

**Носко Андрей Леонидович** – доктор технических наук, доцент, профессор кафедры «Подъемно-транспортные системы», ФГБОУ ВО «Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)» (МГТУ им. Н.Э. Баумана),  
*e-mail: dr.nosko@mail.ru*

ORCID: 0000-0003-1382-4095

**Гуськова Анна Сергеевна** – студент кафедры «Подъемно-транспортные системы», ФГБОУ ВО «Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)» (МГТУ им. Н.Э. Баумана),  
*e-mail: guskovaa17@mail.ru*

**Abstract.** A method for calculating the frame of a gravity roller rack for boxes based on the disclosure of the static indeterminacy of the system using the equations of three moments is proposed. Unknown reactions from the intermediate supports that provide the overall rigidity of the structure are determined. The maximum bending moments along the length of the entire roller bar are found, and statically definable systems of intermediate supports, front and rear crossbars, and side profiles are calculated. A method for selecting cross-sections of profiles is proposed and their maximum normal bending stresses are calculated, which are compared with the permissible ones.

**Keywords:** gravity-flow rack, flow of cargo, capacity, order picking, gravity shelf.

**Date of acceptance for publication:** 08.09.2021  
**Date of publication:** 25.09.2021

**Authors' information:**

**Evgeniy V. Safronov** – Candidate Technical Sciences, Assistant Professor of the Department “Lifting and Transport Systems” at Bauman Moscow State Technical University, *e-mail: gen-s@mail.ru*  
ORCID: 0000-0002-4250-7147

**Andrey L. Nosko** – Doctor Technical Sciences, Professor of the Department “Lifting and Transport Systems” at Bauman Moscow State Technical University  
*e-mail: dr.nosko@mail.ru*  
ORCID: 0000-0003-1382-4095

**Anna S. Guskova** – student, Department “Lifting and Transport Systems” at Bauman Moscow State Technical University, *e-mail: guskovaa17@mail.ru*

## 1. Введение

Процесс комплектации заказов является одним из самых важных и затратных при функционировании складов. Согласно [1-4] количество трудозатрат на процесс отбора заказов составляет 55...70% от всех трудозатрат на складе. При этом как показывают исследования, около 50% временных затрат при комплектации заказов в типовом распределительном центре занимает перемещение оператора между местами хранения различных наименований продукции. Поэтому в большинстве случаев именно минимизация времени перемещения является основным критерием оценки процесса комплектации [5].

Одной из систем комплектации заказов на складах штучных грузов является отбор из гравитационных стеллажей для коробов. Преимуществами такого способа отбора в сравнении с полочными стеллажами является более высокая производительность, большой запас грузов для комплектации и, соответственно, меньшая частота их пополнения, соблюдение принципа FIFO («первый поступил – первый выдан»), разделение грузопотоков пополнения грузов и отбора. При этом недостатками являются высокая стоимость гравитационных стеллажей, трудоёмкость и стоимость обслуживания [6].

Гравитационный роликовый стеллаж для коробов (рис. 1) состоит из стоек, соединенных между собой несущими полками 1, на которых устанавливаются на зацепах роликовые планки, образующие роликовое полотно. Каждая полка состоит из боковых профилей 2, передней и задней траверс 3 и поперечных по отношению к движению груза промежуточных опор 4, которые устанавливаются (как правило, привариваются) для повышения прочности и жесткости несущей полки. Роликовое полотно, состоящее из роликовых планок 5, расположено под углом 6% к горизонту, что обеспечивает скатывание по нему коробов 6 с грузом под действием силы тяжести.

Одним из основных элементов гравитационного стеллажа для коробов является несущая полка, глубина  $L$  которой может достигать 5...6 м, а ширина  $B$  – 3,5...4 м. С це-

лью снижения металлоёмкости и трудоёмкости изготовления несущих полок необходимо разработать методику расчета несущей полки и её основных элементов – роликовой планки, промежуточных опор, боковых профилей, передней и задней траверс.

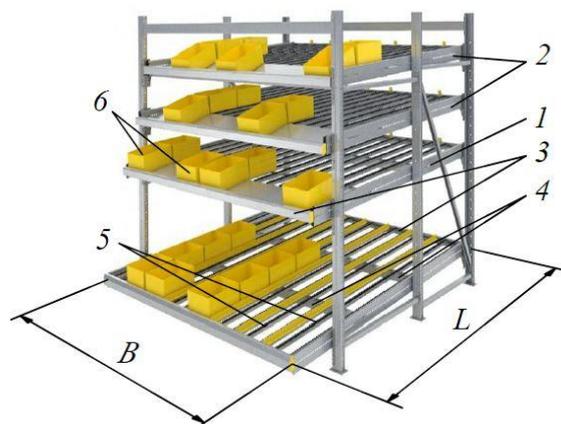


Рис.1. Общий вид гравитационного роликового стеллажа для коробов

Современное стеллажное оборудование предлагает различные конструктивные исполнения несущих профилей и крепежных элементов, отвечающих особенностям поставленных задач и функций перед складским комплексом. Как правило, стеллажные полки должны быть достаточно мобильны, чтобы обеспечить возможность трансформации мест складирования при различных формах и габаритных размерах обслуживаемого груза. Данное требование достигается изменением уровней расположения гравитационных полок относительно перфорированных стоек с использованием уникальных крепежных элементов, позволяющих варьировать высоту крепления в малых диапазонах, а также изменением положений роликовых планок и разделителей гравитационных потоков относительно друг друга. Поэтому геометрия изготавливаемых профилей должна выполняться таким образом, чтобы все составляющие элементы стеллажа легко соединялись, были компактны для условий транспортировки на место монтажа оборудования и отвечать требованиям прочности и технологичности. Как правило, сложная форма профилей с большим количеством изгибов обеспечивает повышенную прочность и устойчивость элементов конструкции и по-

зволяет использовать металл небольшой толщины [7-8].

Чтобы получить высокое качество изготавливаемой продукции при минимальных затратах человеческого труда и повысить объемы продаж с увеличением эффективности работы компании используют автоматизированные процессы расчета и проектирования стеллажного оборудования [9]. В данной работе предлагается методика расчета несущей рамы гравитационного стеллажа для коробов, учитывающая количество и габариты грузопотоков, предъявляемых в качестве технического задания и нацеленная во внедрение в программный модуль, который будет использоваться с целью сокращения времени на этапе подготовки коммерческого предложения.

Целью данной работы является разработка универсальной методики расчета несущей полки гравитационного стеллажа для коробов.

## 2. Расчет рамы гравитационного стеллажа

Расчетная схема гравитационного роликового стеллажа для коробов приведена на рис. 2, где 1 – роликовые планки, 2 – промежуточные опоры, 3 – передняя траверса, 4 – задняя траверса, 5 – боковой профиль.

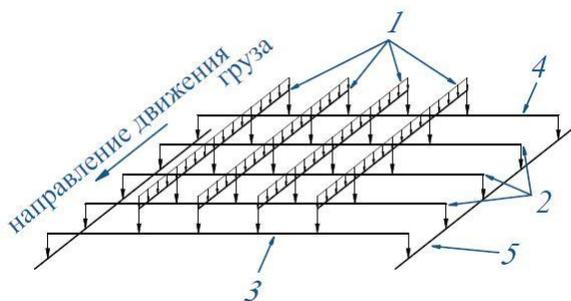


Рис. 2. Расчетная схема гравитационного роликового стеллажа для коробов

Расчет несущей рамы гравитационного стеллажа для коробов проводится поэтапно. На первом этапе проводится расчет роликовой планки для определения нагрузки, которую планка передает на промежуточную опору. На втором этапе, раскрыв статическую неопределенность роликовой планки, осуществляется расчет несущей рамы полки гравитационного стеллажа начиная с проме-

жуточной опоры и траверс, так как нагрузки на них определяются реакциями роликовой планки, и заканчивая расчетом бокового профиля.

### 2.1. Расчет роликовой планки

Исходными данными для расчета роликовой планки являются:  $L$  – глубина роликового полотна, м;  $B$  – ширина роликового полотна, м;  $k_n$  – количество грузовых потоков (рис. 3), шт;  $F_n$  – нагрузка на грузовой поток, Н;  $n$  – количество промежуточных опор, шт.

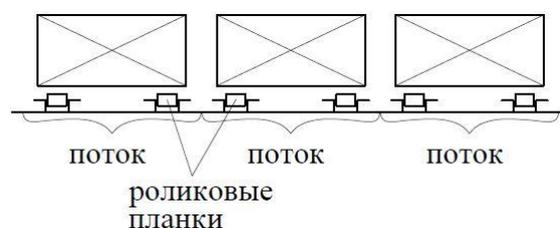


Рис. 3. Расположение грузовых потоков

Рассмотрим расчетную схему роликовой планки, которая представлена в виде балки с распределенной по ней нагрузкой от коробов (рис. 4):

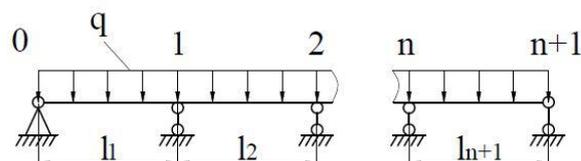


Рис. 4. Схема распределения нагрузки на роликовую планку

Степень статической неопределенности такой системы равна числу промежуточных опор:

$$k = n.$$

Здесь  $q$  – распределенная нагрузка на одну роликовую планку:

$$q = \frac{1}{2} \frac{F_n}{L},$$

где  $L = \sum_{i=1}^{n+1} l_i$ , при  $i = 1, 2, \dots, n, (n+1)$ .

Для выбора основной системы [10] в тело балки введем шарниры над промежуточными опорами. В этом случае неизвестными будут изгибающие моменты на промежуточ-



При решении уравнений равновесия для каждого из пролетов, получаем:

$$R_{n,n} = \frac{ql^2}{2} + M_{n-1} - M_n; \quad (6)$$

$$R_{n,n+1} = \frac{ql^2}{2} - M_n + M_{n+1}. \quad (7)$$

где первый индекс реакции опоры обозначает ее номер, а второй – номер пролета.

Реакции в каждой промежуточной опоре:

$$R_n = R_{n,n} + R_{n,n+1}, [H]. \quad (8)$$

Максимальный изгибающий момент по всей длине балки равен наибольшему из всех найденных экстремумов в каждом из пролетов [10]:

$$M_{\max} = \max\{M_x^1(x_{\max}), M_x^2(x_{\max}), \dots, M_x^{n+1}(x_{\max})\}. \quad (9)$$

Как показали расчеты по формулам (1) - (9), в независимости от количества промежуточных опор, максимальная реакция будет приходиться на первую промежуточную опору, а максимальный изгибающий момент будет всегда на месте правой опоры первого пролета.

В подтверждение этому в табл. 1 приведены значения реакций многопролетной неразрезной роликовой планки от груза, передающего нагрузку  $q = 225$  Н/м по всей ее длине  $L = 2,7$  м.

Как видно из табл. 1, максимальные значения реакций при любом количестве промежуточных опор приходятся на первую опору ( $R_1$ ).

Таблица 1

Реакции в опорах неразрезной многопролетной балки в зависимости от количества промежуточных опор

Реакции в опорах, Н	Количество промежуточных опор, шт.									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$R_0$	42,19	30,00	22,10	17,76	14,78	12,68	11,09	9,86	8,87	8,07
$R_1$	140,63	82,50	64,29	50,92	42,55	36,44	31,89	28,35	25,51	23,19
$R_2$	42,19	82,50	52,23	43,82	36,06	31,01	27,11	24,10	21,69	19,72
$R_3$	-	30,00	64,29	43,82	38,22	32,37	28,41	25,24	22,72	20,65
$R_4$	-	-	22,10	50,92	36,06	32,37	27,98	24,95	22,44	20,40
$R_5$	-	-	-	17,76	42,55	31,01	28,41	24,95	22,53	20,46
$R_6$	-	-	-	-	14,78	36,44	27,11	25,24	22,44	20,46
$R_7$	-	-	-	-	-	12,68	31,89	24,10	22,72	20,40
$R_8$	-	-	-	-	-	-	11,09	28,35	21,69	20,65
$R_9$	-	-	-	-	-	-	-	9,86	25,51	19,72
$R_{10}$	-	-	-	-	-	-	-	-	8,87	23,19
$R_{11}$	-	-	-	-	-	-	-	-	-	8,07

Возникающие изгибающие моменты в роликовой планке представим графически (рис. 6) в виде эпюр моментов для трех случаев – системы нагружения с одной, тремя и пятью промежуточными опорами.

Как видно из графиков (рис.6), максимальное значение моментов приходится на первую промежуточную опору.

Очевидно, что с увеличением количества промежуточных опор максимальный изгибающий момент будет уменьшаться (рис. 7).

Определив максимальный изгибающий момент в роликовой планке, задаем ей поперечное сечение и вычисляем возникающее в ней максимальное напряжение.

Расчетное напряжение изгиба:

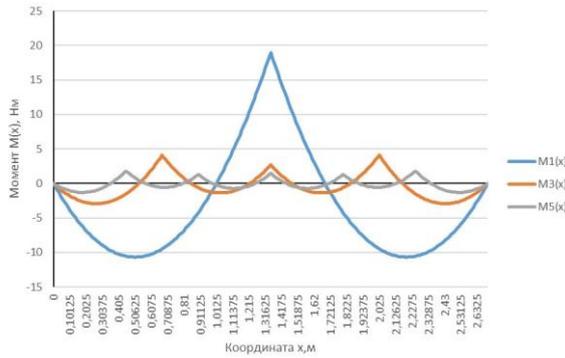


Рис. 6. Эпюры изгибающих моментов в роликовой планке для системы с 1, 3 и 5 промежуточными опорами

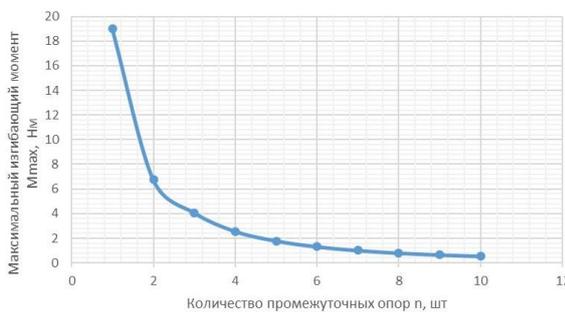


Рис. 7. Зависимость значения максимального изгибающего момента от количества промежуточных опор

$$\sigma = \frac{M_{\max}}{W_x} K, \quad (10)$$

где  $W_x$  – момент сопротивления,  $m^3$ ,  $K$  – коэффициент запаса.

Это значение нужно сравнить с допустимым напряжением для материала, из которого выполнена роликовая планка:

$$\sigma \leq [\sigma]. \quad (11)$$

После подбора поперечного сечения переходим к расчету несущей рамы, состоящей из промежуточных опор, передней и задней траверс и боковых профилей.

## 2.2. Расчет промежуточной опоры

Так как максимальные нагрузки приходятся на первую промежуточную опору, то расчет будем проводить для нее. В таком случае сосредоточенные нагрузки равны

$$F = R_1,$$

где  $R_1$  – реакция роликовой планки от первой промежуточной опоры.

Примем расположение роликовых планок как показано на рис. 8.

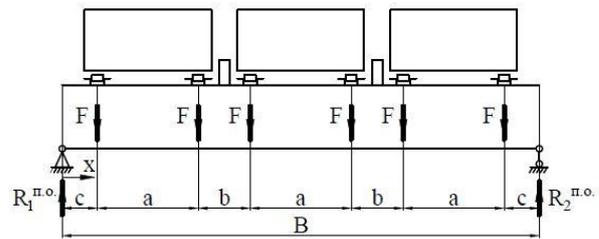


Рис. 8. Расположение роликовых планок на промежуточной опоре

Как видно из рис. 8, ширина полотна (или длина промежуточной опоры)  $B$  равна:

$$B = k_n a + (k_n - 1)b + 2c,$$

где  $a$  – шаг роликовых планок одного грузового потока, м;  $b$  – расстояние между роликовыми планками соседних грузовых потоков, м;  $c$  – отступ роликовой планки от края промежуточной опоры, м.

Реакции  $R$  в местах крепления промежуточной опоры находятся следующим образом:

$$R_1^{n.o.} = R_2^{n.o.} = R = Fk_n. \quad (12)$$

Уравнение моментов для промежуточной опоры составляется относительно левой опоры (рис. 8).

Очевидно, что экстремум функции изгибающего момента будет находиться в середине пролета промежуточной опоры ( $x_{\max} = B/2$ ).

Для случая с одним потоком грузов максимальный момент будет определяться следующим образом:

$$M_1^{\max} = Fc.$$

Для остальных случаев можно вывести зависимости в соответствии с формулой (12):

- если число потоков  $k_n$  является нечетным (при  $i = 3, 5, 7, \dots, k_n$ )

$$M_{k_n}^{\max} = F \left( k_n c + \sum_{i=3}^{k_n} (i-1)a + \sum_{i=3}^{k_n} (i-2)b \right);$$

- если число потоков  $k_n$  является четным (при  $j = 2, 4, 6, \dots, k_n$ )

$$M_{k_n}^{\max} = F \left( k_n c + \sum_{j=2}^{k_n} (j-1)a + \sum_{j=2}^{k_n} (j-2)b \right).$$

Далее необходимо подобрать сечение промежуточной опоры, для ее последующего расчета на прочность.

В качестве промежуточной опоры можно взять сортовой прокат с уже заданными параметрами сечения. Для этой задачи подойдет профиль прямоугольной трубы или швеллера.

Подбор сечения осуществляем по формулам (10) - (11).

### 2.3. Расчет передней и задней траверс

Как видно из рис. 2, передняя и задняя траверсы нагружены точно таким же образом, как и промежуточные опоры. Поэтому расчет изгибающих моментов проводится по уже рассмотренной методике.

Поперечные сечения подбираются из условия удобства крепления на траверсы роликовых планок и с учетом условий прочности, выраженных через формулы (10) – (11) для материала, из которого выполнены траверсы.

### 2.4. Расчет бокового профиля

Так как промежуточные опоры, передняя и задняя траверсы имеют одинаковую расчетную схему нагружения, в данной работе с целью упрощения расчета примем, что сосредоточенные нагрузки на продольный профиль равны между собой и определяются реакциями от первой промежуточной опоры.

Таким образом, сосредоточенные нагрузки на боковые профили:

$$F^{\delta.n.} = R_1^{n.o.} = R, [H],$$

где  $R_1^{n.o.}$  – реакция промежуточной опоры от бокового профиля.

Расчет бокового профиля проведем по схеме, изображенной на рис. 9.

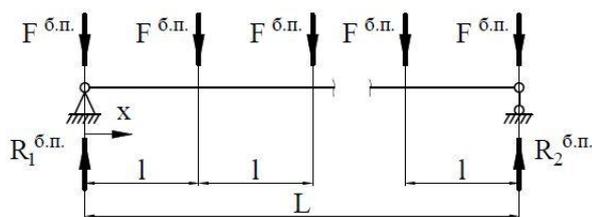


Рис. 9. Расчетная схема бокового профиля

Тогда реакции  $R^{\delta.n.}$  в местах крепления бокового профиля:

$$R_1^{\delta.n.} = R_2^{\delta.n.} = R^{\delta.n.} = \frac{F^{\delta.n.}(n+2)}{2}, \quad (13)$$

где  $n$  – количество промежуточных опор.

С найденными значениями реакций в опорах  $R^{\delta.n.}$  переходим к определению максимального изгибающего момента.

Получение уравнений изгибающего момента для бокового профиля проводится аналогичным способом, рассмотренным для расчета промежуточной опоры.

Экстремум функции находится в середине профиля ( $x_{\max} = L/2$ ).

Максимальный изгибающий момент находится для следующих случаев в соответствии с формулой (13):

- если число промежуточных опор  $n$  является нечетным (при  $i = 1, 3, 5, \dots, n$ )

$$M_n^{\max} = \frac{1}{4} FL + \frac{FL}{n+1} \sum_{i=1}^n \frac{i-1}{2};$$

- если число промежуточных опор  $n$  является четным (при  $i = 2, 4, 6, \dots, n$ )

$$M_n^{\max} = \frac{FL}{n+1} \sum_{i=2}^n \frac{i}{2}.$$

Далее осуществляем подбор сечения по формулам (10) - (11).

### 3. Заключение

На основании проведенных расчетов установлено, что при равномерном нагружении роликовых планок с равными пролетами, максимально нагруженной является первая промежуточная опора, что позволяет подойти к вопросу о рациональности использования всех промежуточных опор с одинаковыми прочностными свойствами. Так как одним из основных параметров при подборе и проектировании стеллажного оборудования является суммарная металлоемкость всех его составляющих, как показателя стоимости выходного изделия, стоит рассмотреть зависимость изменения прочностных характеристик конструкции от определяющих размеров несущих профилей стеллажа.

Расчет бокового профиля в работе произведен упрощенно, так как сосредоточенные нагрузки, приложенные к нему, приняты рав-

ными максимальному возникающему значению, что удобно с точки зрения того, что нет необходимости рассчитывать все промежуточные опоры. Но, с другой стороны, конечный результат приведет к завышенным на-

пряжениям. В таком случае можно сравнить возникающие напряженные состояния в продольном профиле при упрощенных и реальных нагрузках и полученную погрешность привести как коэффициент запаса.

### Список литературы

1. Bartholdi III J.J., Hackman S.T. Warehouse and Distribution Science Release 0.94. Atlanta, GA: The Supply Chain and Logistics Institute, School of Industrial and Systems Engineering, Georgia Institute of Technology, 2011. 300 p.
2. Baumann H. Order Picking Supported by Mobile Computing. PhD Dissertation. University of Bremen, 2013. 190 p.
3. Coyle J., Bardi E., Langley J. The Management of Business Logistics: A Supply Chain Perspective. Mason, OH: South-Western/Thomson Learning, 2003. 707 p.
4. Nave M. Einführung und Grundlagen // Kommissionierung: Effizient Picken und Packen. Handbuch / ed. by M. Pulverich, J. Schietinger. München: Verlag Heinrich Vogel, 2009. P. 16–29. (in German).
5. Коробков Е.В. Процесс комплектования заказов на складе. Обзор // Наука и образование: научное издание МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2015. №3. С. 153-183.
6. Буркацкий М.А. Эффективность комплектования товаров на торговых складах // Логистические системы в глобальной экономике. 2016. №6. С. 412-415.
7. Сергеев М. Производство стеллажей: семь признаков качества. // Логистика. 2012. №11. С. 20-21.
8. ООО «Торговый дом КИФАТО МК» – лидер российского рынка зацепных стеллажных конструкций // Логистика». 2013. №4. С. 16-17.
9. Носко А.Л., Сафронов Е. Автоматизация процессов расчета и проектирования стеллажного оборудования: как повысить эффективность работы компании // Логистика. 2012. №4. С. 48-50.
10. Феодосьев В.И. Сопrotивление материалов. М.: Наука, 1986. 512 с.

### References

1. Bartholdi III J.J., Hackman S.T. Warehouse and Distribution Science Release 0.94. Atlanta, GA: The Supply Chain and Logistics Institute, School of Industrial and Systems Engineering, Georgia Institute of Technology, 2011. 300 p.
2. Baumann H. Order Picking Supported by Mobile Computing. PhD Dissertation. University of Bremen, 2013. 190 p.
3. Coyle J., Bardi E., Langley J. The Management of Business Logistics: A Supply Chain Perspective. Mason, OH: South-Western/Thomson Learning, 2003. 707 p.
4. Nave M. Einführung und Grundlagen. In: *Kommissionierung: Effizient Picken und Packen. Handbuch / ed. by M. Pulverich, J. Schietinger*. München: Verlag Heinrich Vogel, 2009. P. 16–29. (in German).
5. Korobkov E.V. Warehouse order-picking process. Review. *Nauka i obrazovanie*, 2015, No.5, pp. 153-183. (In Russian)
6. Burkatskiy M.A. The effectiveness of bundling products on retail warehouse. *Logisticheskie sistemy v globalnoj ekonomike*. 2016, №6, pp. 412-415. (In Russian)
7. Sergeev M. Proizvodstvo stellazhey: sem priznakov kachestva. *Logistika*, 2012, №11, pp. 20-21. (In Russian)
8. ООО «Торговyy dom KIFATO МК» – lider rossiyskogo rynka zatsepnykh stellazhnykh konstruktsiy. *Logistika*, 2013, №4, pp. 16-17.
9. Nosko A., Safronov E. Avtomatizatsiya protsessov rascheta i proektirovaniya stelzhnogo oborudovaniya: kak povysit efektivnost raboty kompanii. *Logistika*, 2012, №4, pp. 48-50.
10. Feodosev V.I. *Soprotivleniye materialov [Strength of materials]*. Moscow, Nauka, 1986. 512 p. (In Russian)