

УДК (UDC) 621.833

УСОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ ОБОРУДОВАНИЯ МЕХАНИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ  
ЗА СЧЕТ СИНТЕЗА ИСХОДНЫХ КОНТУРОВ ВНЕПОЛЮСНЫХ ЗУБЧАТЫХ  
ПЕРЕДАЧIMPROVEMENT OF MECHANICAL PROCESSING EQUIPMENT DUE TO SYNTHESIS  
OF INITIAL CIRCUITS OF OUTPOLE GEARSРябичев В.Д., Муховатый А.А.,  
Ryabichev V.D., Muhovatiy A.A.Луганский государственный университет имени Владимира Даля (г. Луганск, Луганская Народная Республика)  
Lugansk Vladimir Dahl State University (Lugansk, Luhansk People's Republic)

**Аннотация.** Представлен синтез исходных контуров зубьев внеполюсных передач на параллельных осях по критерию контактной прочности рабочих поверхностей, определены геометрические параметры исходных контуров зубьев передач с высокой контактной прочностью рабочих поверхностей. Проведена оценка по таким критериям работоспособности: потери мощности в зацеплении, толщины масляного слоя, удельной работы сил трения, заедания. Установлено, что критерий контактной прочности зубьев в 1,26...1,74 раза больше, чем критерий контактной прочности эвольвентной передачи.

**Ключевые слова:** зубчатая передача, исходный контур, прочность, внеполюсное зацепление.

**Дата принятия к публикации:** 20.05.2021  
**Дата публикации:** 25.06.2021

**Сведения об авторах:**

**Рябичев Виктор Дронович** – доктор технических наук, профессор, ректор ГОУ ВО ЛНР «Луганский государственный университет имени Владимира Даля», e-mail: dahl.univer@yandex.ru.

**Муховатый Александр Анатольевич**, к.т.н., доцент, доцент кафедры «Машиноведение» ГОУ ВО ЛНР «Луганский государственный университет имени Владимира Даля», Луганская Народная Республика, г. Луганск, e-mail: mukhovatiy@mail.ru.

**Abstract.** The synthesis of the initial contours of the teeth of out-of-pole gears on parallel axes according to the criterion of the contact strength of the working surfaces is presented, the geometric parameters of the original contours of the gear teeth with high contact strength of the working surfaces are determined. An assessment was carried out according to the following performance criteria: power loss in the engagement, the thickness of the oil layer, the specific work of friction forces, galling.

**Keywords:** gear transmission, initial contour, strength, out-of-pole engagement.

**Date of acceptance for publication:** 20.05.2021  
**Date of publication:** 25.06.2021

**Authors' information:**

**Viktor D. Ryabichev** - Doctor of Technical Sciences, Professor, Rector at Lugansk Vladimir Dahl State University, e-mail: dahl.univer@yandex.ru

**Alexander A. Muhovatiy** - Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of the Department "Machine Science Engineering" at Lugansk Vladimir Dahl State University, e-mail: mukhovatiy@mail.ru

**1. Введение**

Одной из задач, решаемых в производстве, является усовершенствование технических характеристик оборудования механической обработки. Со временем изменяются технологические особенности производства и, в том числе, это относится к внеполюсным передачам с параллельными осями.

Передачи с параллельными осями являются наиболее распространенными механизмами в конструкциях оборудования механической обработки. Они оказывают существенное влияние на работоспособность приводов, их надежность, долговечность, габариты и металлоемкость. Синтез внеполюсных зубчатых передач с параллельными осями является актуальной задачей при со-

вершенствовании оборудования механической обработки.

Контактная прочность рабочих поверхностей зубьев зубчатых передач является одним из важных критериев работоспособности зацепления. Поэтому в последние годы проводятся интенсивные исследования по созданию эвольвентных и неэвольвентных зубчатых передач с высокой нагрузочной способностью [1-7]. Однако исследования по синтезу исходных контуров внеполюсных передач с использованием значений критерия контактной прочности до настоящего времени не проводились.

Целью данной работы является разработка математической модели синтеза исходного контура по критерию контактной прочности зубьев внеполюсных передач, а также определение параметров исходных контуров зубьев внеполюсных передач с параллельными осями с высокой контактной прочностью.

## 2. Математическая модель

Критерий контактной прочности зубчатой цилиндрической прямозубой передачи, зубья которой спрофилированы с использованием исходного контура и профиль которого очерчен кривой общего вида (рис. 1), определяется зависимостью [8]:

$$\theta = \frac{\cos \alpha}{\chi}, \quad (1)$$

где  $\alpha$  - текущий угол профиля исходного контура (рис. 1);  $\chi$  - приведенная кривизна рабочих поверхностей зацепляющихся зубьев.

Приведенная кривизна согласно [8] выражается соотношением

$$\chi = \frac{(R_1 + R_2)(\zeta - f_1 \zeta')^2}{\zeta^3 \tau_1 \cdot \tau_2}, \quad (2)$$

где  $R_1, R_2$  - радиусы начальных окружностей зацепляющихся колес;  $\zeta = \sin \alpha$ ;  $\zeta'$  - производная функции  $\zeta$  по  $f_1$ ;  $f_1$  - переменная величина, от которой зависит функция  $f_2$  (рис. 1);  $f_2$  - функция, определяющая профиль исходного контура в системе координат  $f_1 O f_2$ ;  $\tau_1, \tau_2$  - параметры, выражаемые соотношениями:

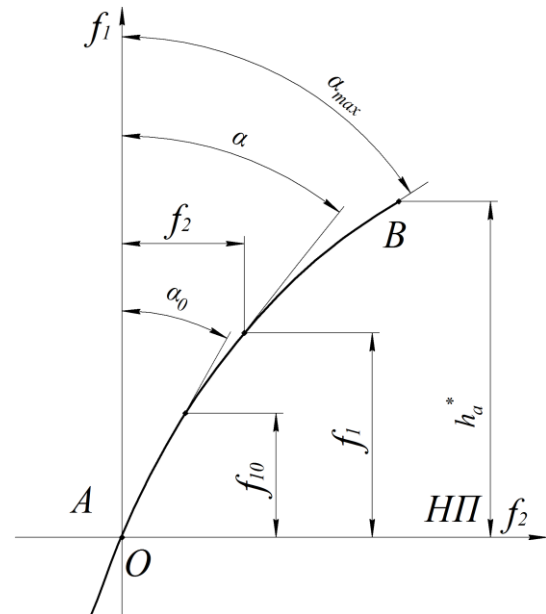


Рис. 1. Профиль АВ исходного контура (НП – начальная прямая)

$$\begin{aligned} \tau_1 &= R_1 + \frac{f_1(\zeta - f_1 \zeta')}{\zeta^3}, \\ \tau_2 &= R_2 - \frac{f_1(\zeta - f_1 \zeta')}{\zeta^3}. \end{aligned} \quad (3)$$

Равенство (1) является дифференциальным уравнением для определения функции  $\zeta$  при заданных значениях  $\theta$  и  $R_1$  и  $R_2$ . Решение этого уравнения зависит от радиусов  $R_1$  и  $R_2$ , т.е. для каждой зацепляющейся пары зубчатых колес будет свое решение и, следовательно, свой исходный контур, что является нерациональным. Получить решение, не зависящее от  $R_1$  и  $R_2$ , можно с использованием следующих допущений:

- зубчатая передача имеет большие значения  $R_1$  и  $R_2$ , существенно превышающие вторые слагаемые в зависимостях (3), и поэтому  $\tau_1$  и  $\tau_2$  приблизительно равны:

$$\begin{aligned} \tau_1 &\cong R_1, \\ \tau_2 &\cong R_2; \end{aligned}$$

- для эвольвентной зубчатой передачи в этом случае критерий контактной прочности с учетом зависимостей (1) - (3) принимает вид:

$$\theta_s = \cos \alpha_s \sin \alpha_s, \quad (4)$$

где  $\alpha_s$  - профильный угол прямого начального контура.

С использованием зависимостей (1) - (4) получаем значение относительного критерия контактной прочности

$$\bar{\theta} = \frac{\zeta^3 \sqrt{1-\zeta^2}}{(\zeta - f_1 \zeta')^2 \cos \alpha_3 \sin \alpha_3}. \quad (5)$$

Из равенства (5) следует

$$\zeta' = \frac{\zeta \left[ 1 - \sqrt{\frac{\zeta}{\theta_0}} \cdot (1-\zeta^2)^{0,25} \right]}{f_1}, \quad (6)$$

где  $\theta_0 = \bar{\theta} \sin \alpha_3 \cos \alpha_3$ .

В качестве исходных данных примем значения  $f_1$  в пределах

$$0 \leq f_1 \leq h_a^*, \quad \alpha_0 \leq \alpha \leq \alpha_{max},$$

где  $\alpha_0 = 10^0 \dots 20^0$  - угол профиля исходного контура на начальной прямой (рис.1);  $\alpha_{max} = 25^0 \dots 34^0$  - максимальный угол профиля исходного контура при  $f_{1max} = h_a^*$ .

Для упрощения решения уравнения (6) можно положить, что  $1 - \zeta^2 = \cos \alpha_1 = const$ . Тогда

$$\zeta' = \frac{\zeta(1 - c_o \sqrt{\zeta})}{f_1}, \quad (7)$$

где  $c_o = \frac{(\cos \alpha_1)^{0,25}}{\sqrt{\theta_0}}$ .

Если  $c_o$  - это постоянная величина в пределах поля зацепления, то решение уравнения (7) имеет вид

$$cf_1 = \frac{\zeta}{(1 - c_o \sqrt{\zeta})^2}, \quad (8)$$

где  $c$  - постоянная интегрирования.

Для определения постоянной интегрирования  $c$  зададим  $\alpha_0$  при  $f_1 = f_{10}$ ;  $f_{10} = 0,1$ . В этом случае

$$c = \frac{\zeta_o}{f_{10} (1 - c_o \sqrt{\zeta_o})^2}, \quad (9)$$

где  $\zeta_o = \sin \alpha_o$ .

Тогда

$$c_o = \frac{0,9542}{\sqrt{\theta_0}}. \quad (10)$$

Из равенства (8) следует, что

$$\zeta = \frac{cf_1}{(1 + c_o \sqrt{cf_1})^2}. \quad (11)$$

Используя равенства (8) и (9) при  $f_1 = f_{1max}$  и  $\zeta_{max} = \sin \alpha_{max}$ , получаем

$$\bar{\theta} = \frac{1,82 (\sqrt{\zeta_o} - \sqrt{k \zeta_{max}})^2}{(1 - \sqrt{k})^2 \sin 2\alpha_3}, \quad (12)$$

где  $k = \frac{f_{1max} \zeta_o}{f_{10} \zeta_{max}}$ .

Из соотношения (12) следует, что критерий контактной прочности зубьев зависит от геометрических параметров  $f_{10}$ ,  $f_{1max}$ ,  $\zeta_o$  и  $\zeta_{max}$  исходного контура. На рис. 2 представлены графики зависимости  $\bar{\theta}$  от этих параметров при  $\alpha_3 = 20^0$ .

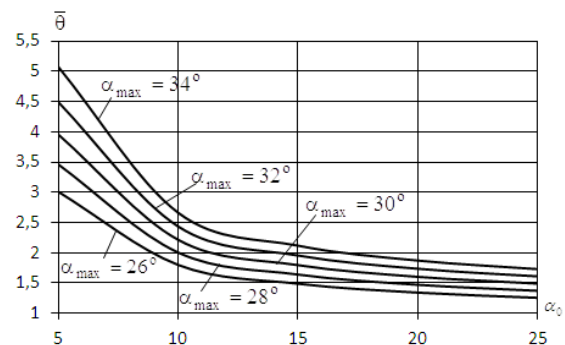


Рис. 2. Графики зависимости  $\bar{\theta}$  от параметров исходного контура при  $f_{1max} = 2$ ;  $f_{10} = 0,1$

Определим геометрические параметры исходного контура зубьев вневольвентной зубчатой передачи при следующих исходных данных:  $f_{10} = 0,1$ ,  $f_{1max} = 2$ ,  $\alpha_o = 20^0, 15^0, 10^0$ ,  $\alpha_{max} = 32^0$ . По графику на рис. 2 определяем  $\bar{\theta} = 1,74$  при  $\alpha_o = 20^0$ ,  $\bar{\theta} = 1,95$  -  $\alpha_o = 15^0$ ,  $\bar{\theta} = 2,44$  -  $\alpha_o = 10^0$  с использованием формулы (12).

Используя результаты, приведенные в [9, 10], получим уравнения кривой, которой очерчен исходный контур в промежутке  $0 \leq f_1 \leq 2$  (размеры в долях модуля) и первых двух производных этой функции по  $f_1$ :

- при  $\alpha_o = 20^0$

$$f_2 = -0,118 f_1^{0,4573} + 0,5526 f_1; \quad (13)$$

$$f'_2 = -0,054 f_1^{-0,543} + 0,5526;$$

$$f''_2 = 0,0294 f_1^{-1,543};$$

- при  $\alpha_o = 15^\circ$

$$f_2 = -0,238 f_1^{0,6753} + 0,6075 f_1; \quad (14)$$

$$f'_2 = -0,161 f_1^{-0,325} + 0,6075;$$

$$f''_2 = 0,0522 f_1^{-1,325};$$

- при  $\alpha_o = 10^\circ$

$$f_2 = -2,458 f_1^{0,961} + 2,759 f_1; \quad (15)$$

$$f'_2 = -2,363 f_1^{-0,039} + 2,759;$$

$$f''_2 = 0,0911 f_1^{-1,039}.$$

На рис. 3 изображен общий вид синтезированного исходного контура, а в табл. 1 даны его геометрические параметры.

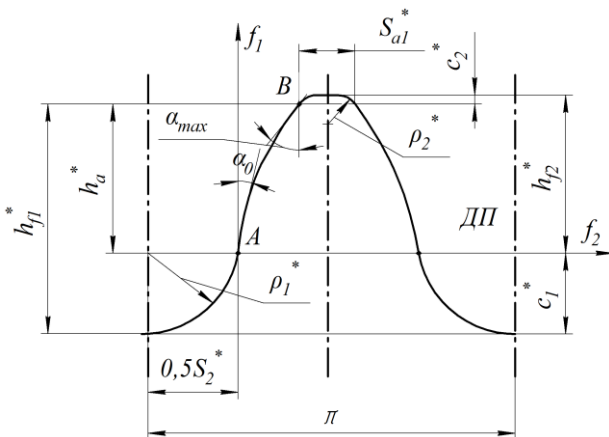


Рис. 3. Общая схема исходного контура (ДП – делительная прямая)

Таблица 1.

Геометрические параметры синтезированных исходных контуров (размеры в долях модуля)

$\alpha_o$	$h_a^*$	$h_{f1}^*$	$h_{f2}^*$	$S_{a1}^*$	$S_{a2}^*$
20	2,0	2,228	2,168	0,6047	0,6497
15	2,0	2,29	2,197	0,7128	0,7578
10	2,0	2,361	2,226	0,816	0,861
$\alpha_o$	$\rho_1^*$	$\rho_2^*$	$c_1^*$	$c_2^*$	
20	0,3457	0,3564	0,228	0,168	
15	0,3922	0,4202	0,29	0,197	
10	0,4371	0,481	0,361	0,226	

### 3. Сравнительный анализ по критериям работоспособности

В качестве примера рассмотрим зубчатую передачу с параметрами:

- число зубьев шестерни -  $z_1 = 20$ ;
- число зубьев колеса -  $z_2 = 80$ ;
- модуль зацепления -  $m = 1$  мм;
- радиус начальной окружности шестерни -  $R_1 = 10$  мм;
- радиус начальной окружности колеса -  $R_2 = 40$  мм;
- исходные контуры синтезированной передач – табл. 1;
- профильный угол эвольвентной передачи -  $\alpha_s = 20^\circ$ .

Результаты расчетов по критериям работоспособности для синтезируемых исходных контуров представлен на рис. 4-6.

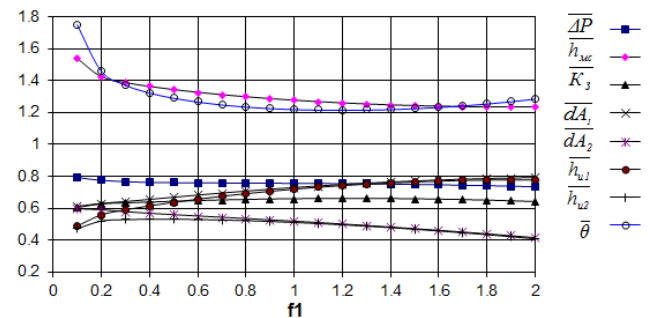


Рис. 4. Графики изменения критериев нагрузочной способности внеполусной зубчатой передачи при  $\alpha_o = 20^\circ$

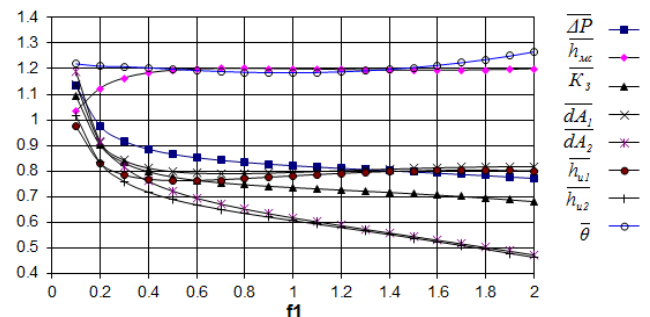


Рис. 5. Графики изменения критериев нагрузочной способности внеполусной зубчатой передачи при  $\alpha_o = 15^\circ$

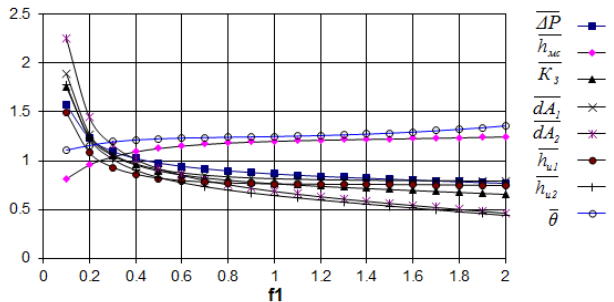


Рис. 6. Графики изменения критериев нагрузочной способности внеполусной зубчатой передачи при  $\alpha_0 = 10^\circ$

Из анализа данных графиков на рис. 4-6 следует, что по всему полю зацепления  $0 \leq f_1 \leq 2$  значения критериев работоспособности зубчатой передачи с зубьями, спрофилированными с применением синтезированных исходных контуров, значительно выше в сравнении с эвольвентной зубчатой передачей. Согласно данным рис. 4-6 эти критерии имеют значения:

- критерий потерь мощности в зацеплении  $\overline{\Delta P}$  составляет 0,73...0,79 от критерия потерь в эвольвентном зацеплении;
- критерий толщины масляного слоя  $\overline{h_{мс}}$  между рабочими поверхностями в 1,23...1,54 раза больше, чем в эвольвентном зацеплении;
- критерий заедания  $\overline{K_3}$  составляет 0,6...0,9 от критерия заедания эвольвентной передачи;

#### Список литературы

1. Авиационные зубчатые передачи и редукторы: Справочник / Под ред. Э.Б. Вулгакова. М.: Машиностроение, 1981. 374 с.
2. Башански М., Токоли П., Ваня Ф., Кожух И. Возможность использования неэвольвентного зацепления в коробках передач сельскохозяйственных машин // Вісник НТУ «ХП». 2011. № 29. С. 21-30.
3. Аникин Ю.В. Синусоидальное зацепление. Воронеж: Изд-во ВГУ, 1975. 56 с.
4. Шабанов И.Р. О зубчатой передаче с конхoidalной линией зацепления // Труды НИИинформтяжмаш «Надежность и качество зубчатых передач». 1967. Вып. 18-67-106. С.1-8.
5. Шабанов И.И. Зубчатая передача, со-

- критерий удельной работы сил трения  $\overline{dA}$  составляет 0,41...0,79 от удельных работ сил трения эвольвентной передачи;
- критерий износа зубьев  $\overline{h_u}$  составляет 0,41...0,79 от критерия зубьев эвольвентной передачи;
- критерий контактной прочности  $\overline{\theta}$  зубьев в 1,26...1,74 раза больше, чем критерий контактной прочности эвольвентной передачи.

#### 4. Заключение

Разработан метод синтеза исходного контура зубьев внеполусных зубчатых передач с параллельными осями с использованием разработанной математической модели по определению критериев работоспособности.

Разработана геометрия исходных контуров зубьев внеполусной передачи синтезом с использованием постоянного значения критерия контактной прочности по полю зацепления.

Проведен сравнительный анализ критериев работоспособности синтезированных и эвольвентной передач.

Дальнейшее использование полученных результатов связано с определением рациональных параметров синтезированного исходного контура и проведением экспериментальных исследований.

#### References

1. *Aviacionnye zubchatye peredachi i reduktory*. Ed. Je.B. Vulgakov. Moscow, Mashinostroenie, 1981. 374 p. (In Russian)
2. Bashanski M., Tokoli P., Vanja F., Kozhuh I. *Vozmozhnost ispolzovaniya neevolventnogo zatsepleniya v korobkakh peredach selskokhozyaystvennykh mashin*. *Visnik NTU «HPI»*, 2011, No. 29, pp. 21-30. (In Russian)
3. Anikin Yu.V. *Sinusoidalnoe zatseplenie* [Sinusoidal gearing]. Voronezh, VNU, 1975, p. 56. (In Russian)
4. Shabanov I.R. *O zubchatoy peredache s konkhoidalnoy liniey zatsepleniya*. In: *Proceeding of NIinformtyazhmash "Nadezhnost i kachestvo zubchatykh peredach"*, Iss. 18-67-

стоящая из цилиндрических зубчатых колес с конхoidalной линией зацепления и ее элементы // Труды УСХИ. 1966, Т. XII, Вып.1. С.20-28.

6. Шишов В.П., Носко П.Л., Филь П.В. Теоретические основы синтеза передач зацеплением. Луганськ: Вид-во СНУ ім. В. Даля, 2006. 408 с.

7. Павлов А.И. Современная теория зубчатых зацеплений. Харьков: ХНАДУ, 2005. 100 с.

8. Шишов В.П., Панкратов Д.А., Муховатый А.А. Критерии оценки работоспособности передач зацеплением // Вісник національного технічного університету «ХПІ». 2001. № 12. С. 33-40.

9. Шишов В.П., Бурко В.В., Ревякина О.А., Муховатый А.А. Синтез зубчатых передач с пониженной энергоемкостью // Вісник Східноукраїнського національного університету імені В. Даля. 2012. № 13 (184). Ч.1. С. 117-123.

10. Муховатый А.А. Неэвольвентные зубчатые передачи с высокой контактной прочностью зубьев // Вісник Східноукраїнського національного університету імені В. Даля. 2013. № 5 (194). Ч. 2. С. 199-203.

106, 1967, pp. 1-8. (In Russian)

5. Shabanov I.I. Zubchataya peredacha, sostoyashchaya iz tsilindricheskikh zubchatykh koles s konkhoidalnoy liniey zatsepleniya i eye elementy. In: *Proceeding of USHI*, 1966, Vol. XII, Iss. 1b, pp. 20-28. (In Russian)

6. Shishov V.P., Nosko P.L., Fily P.V. *Teoreticheskie osnovy sinteza peredach zatsepleniem* [Theoretical foundations of the synthesis of gears by gearing]. Lugansk, SNU im. V. Dalja, 2006. 408 p. (In Russian)

7. Pavlov A.I. *Sovremennaya teoriya zubchatykh zatsepleni* [Modern gear theory]. Harykov, HNADU, 2005. 100 p. (In Russian)

8. Shishov V.P., Pankratov D.A., Muhovaty A.A. Kriteriy otsenki rabotosposobnosti peredach zatsepleniem. *Visnik natsionalnogo tekhnichnogo universiteta «HPI»*, 2001, No. 12, pp. 33-40. (In Russian)

9. Shishov V.P., Burko V.V., Revyakina O.A., Muhovaty A.A. Sintez zubchatykh peredach s ponizhennoy energoyemkostyu. *Visnik Shidnoukraynsykogo natsionalynogo universitetu imeni V. Dalya*, 2012, No. 13 (184), Ch.1, pp. 117-123. (In Russian)

10. Muhovaty A.A. Neevolventnye zubchatye peredachi s vysokoy kontaktnoy prochnosti u zubev. *Visnik Shidnoukraynsykogo natsionalynogo universitetu imeni V. Dalya*, 2013, No. 5 (194), Ch. 2, pp. 199-203. (In Russian)