

УДК (UDC) 621.873.2/.3

ДИНАМИКА РАБОТЫ ГРУЗОПОДЪЕМНОГО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО КРАНА В  
УСЛОВИЯХ НАРУШЕНИЯ ОПОРНОГО КОНТУРАDYNAMICS OF OPERATION OF A LOAD-RAILING CRANE IN CONDITIONS OF  
VIOLATION OF THE SUPPORT CIRCUITПотахов Д.А.  
Potakhov D.A.Петербургский государственный университет путей сообщения Императора Александра I (Санкт-Петербург,  
Россия)

Emperor Alexander I St. Petersburg State Transport University (St. Petersburg, Russian Federation)

**Аннотация.** В статье представлена разработанная аналитическая математическая модель балансирования грузоподъемного железнодорожного крана на выносных опорах в результате просадки грунта под одной выносной опорой, позволяющая определить основные параметры и закономерности работы грузоподъемной машины в условиях нарушения опорного контура. По результатам расчета движения механической системы «грузоподъемный кран – шпальная клеть», составленной на основе уравнения Лагранжа второго рода, определено влияние ударного воздействия выносной опоры грузоподъемного крана на грунтовое опорное основание согласно теории удельных импульсов профессора Н.Я. Хархуты. Это позволило установить закономерности взаимодействия системы «грузоподъемный кран – шпальная клеть – грунтовое основание». В частности, получены зависимости: скорости выносной опоры в процессе удара и массы грузоподъемной машины, задействованной в процессе удара, от величины просадки грунта и угловой скорости движения поворотной платформы; удельного импульса удара и контактных напряжений на поверхности грунта от массы и скорости подвижных частей.

**Ключевые слова:** железнодорожный кран, опорный контур, балансирование, динамическое нагружение.

**Дата принятия к публикации:** 23.03.2020  
**Дата публикации:** 25.09.2020

**Сведения об авторе:**

**Потахов Денис Александрович** – аспирант кафедры «Подъемно-транспортные, путевые и строительные машины», ФГБОУ ВО «Петербургский государственный университет путей сообщения Императора Александра I»,  
e-mail: potakhovd@mail.ru.

ORCID: 0000-0002-3734-6860

**Abstract.** The article presents a developed analytical mathematical model for balancing a railway crane on outriggers as a result of subsidence of the soil under one outrigger, which allows to determine the main parameters and patterns of operation of the hoisting machine in conditions of violation of the support contour. According to the results of calculating the movement of the mechanical system “hoisting crane - sleeper stand”, compiled on the basis of the second-order Lagrange equation, the impact effect of the outrigger of the hoisting crane on the soil support base was determined according to the theory of specific impulses of Professor N. Ya. Kharkhuta. This made it possible to establish patterns of interaction between the system “lifting crane - sleeper stand - soil base”. In particular, the following dependences were obtained: the speed of the outrigger during the impact and the mass of the lifting machine involved in the process of impact on the amount of subsidence and the angular velocity of the turntable; specific impulse of impact and contact stress on the surface of the soil from the mass and speed of the moving parts.

**Keywords:** railway crane, supporting circuit, balancing, dynamic loading.

**Date of acceptance for publication:** 23.03.2020  
**Date of publication:** 25.09.2020

**Author’s information:**

**Denis A. Potakhov** – postgraduate student at the Department of “Lifting and transport, track and construction machinery” at Emperor Alexander I St. Petersburg State Transport University,  
e-mail: potakhovd@mail.ru.  
ORCID: 0000-0002-3734-6860

## 1. Введение

Грузоподъемный кран имеет четырехто-чечный опорный контур, однако чаще всего имеет место трехопорная схема опирания, при которой одно из опорных устройств находится в состоянии отрыва от опорной поверхности [1, 2]. Распределение нагрузки на рабочую площадку в стреловых поворотных кранах носит переменный (циклический) характер [1]. При этом часто нагрузка передается на грунт через инвентарные жесткие элементы (плиты, щиты и пр.), которые устанавливаются перед работой при недостаточной несущей способности основания. Железнодорожные грузоподъемные краны имеют опирание на участок земляного полотна железнодорожного пути через специальный элемент – шпальную выкладку (клеть).

## 2. Постановка задачи исследования

Во время вращения поворотной платформы при строго диагональном положении стрелового оборудования в течение определенного промежутка времени опирание установки осуществляется только на две диагональные опоры [3]. Приращение потенциальной энергии, получаемое в процессе качения крановой установки вокруг оси, проходящей через данные диагональные опоры, преобразуется в кинетическую энергию удара штока гидродомкрата о подпятник [3]. Данная динамическая нагрузка передается на грунт и приводит к внедрению опорной плиты (или шпальной клетки) в грунтовое основание.

При этом ударные и быстродействующие нагрузки приводят к тиксотропным превращениям грунтов, в результате которых снижается предел их прочности и сопротивляемость внешним воздействиям [4].

Таким образом, циклический процесс трансформации схемы опирания крана при вращении поворотной платформы (балансирование грузоподъемного крана), сопровождающийся ударами диагональных выносных опор об опорную плиту (или шпальную клеть), приводит к дополнительной осадке

грунта под выносными опорами, что может привести к потере устойчивости грузоподъемной машины. Опрокидывание крана произойдет при повороте крановой установки вокруг ребра опрокидывания на угол, достаточный для перехода центра масс крана за ребро опрокидывания [1, 5].

Можно выделить два расчетных случая динамики работы крана в условиях нарушения опорного контура грузоподъемной машины:

1) балансирование крана в результате неравномерности опорного основания, вызванной просадкой грунта, разной несущей способности участков рабочей площадки, неравномерным внедрением опорных элементов в грунт и др.;

2) внезапная (мгновенная) просадка грунта под опорой непосредственно в процессе работы грузоподъемного крана, например, под опорой, над которой находится стреловое рабочее оборудование с переносимым грузом.

Целью текущего исследования является разработка аналитической математической модели балансирования грузоподъемного железнодорожного крана на выносных опорах в результате просадки грунта под одной выносной опорой. Расчет проводится на примере железнодорожного крана Сокол 80.01.

## 3. Методика проведения исследования

Динамическая математическая модель балансирования грузоподъемного железнодорожного крана на выносных опорах составляется на основе уравнения Лагранжа второго рода, дающего общий метод составления дифференциальных уравнений движения механической системы с голономными идеальными удерживающими связями в обобщенных координатах [6, 7].

Рассмотрим первый расчетный случай динамики работы крана в условиях нарушения опорного контура грузоподъемной машины.

На первом этапе составляется расчетная схема балансирования грузоподъемного крана, представленная на рис. 1 (система «гру-

зоподъемный крана – шпальная клетка»). В процессе трансформации опорного контура грузоподъемного крана при переходе силы тяжести поворотной платформы с грузом  $F$ , через условную ось диагональных опор (2 и 4) неповоротная платформа приобретает угловую скорость  $\omega_1$ , и выносная опора 3 преодолевает величину  $h$  (вызванную просадкой или неравномерностью опорного основания),

что сопровождается ударом данной выносной опоры об опорную поверхность шпальной клетки; при этом поворотная платформа находится в непрерывном движении, тем самым увеличивая часть массы грузоподъемной машины, задействованной в процессе удара (рис. 1).

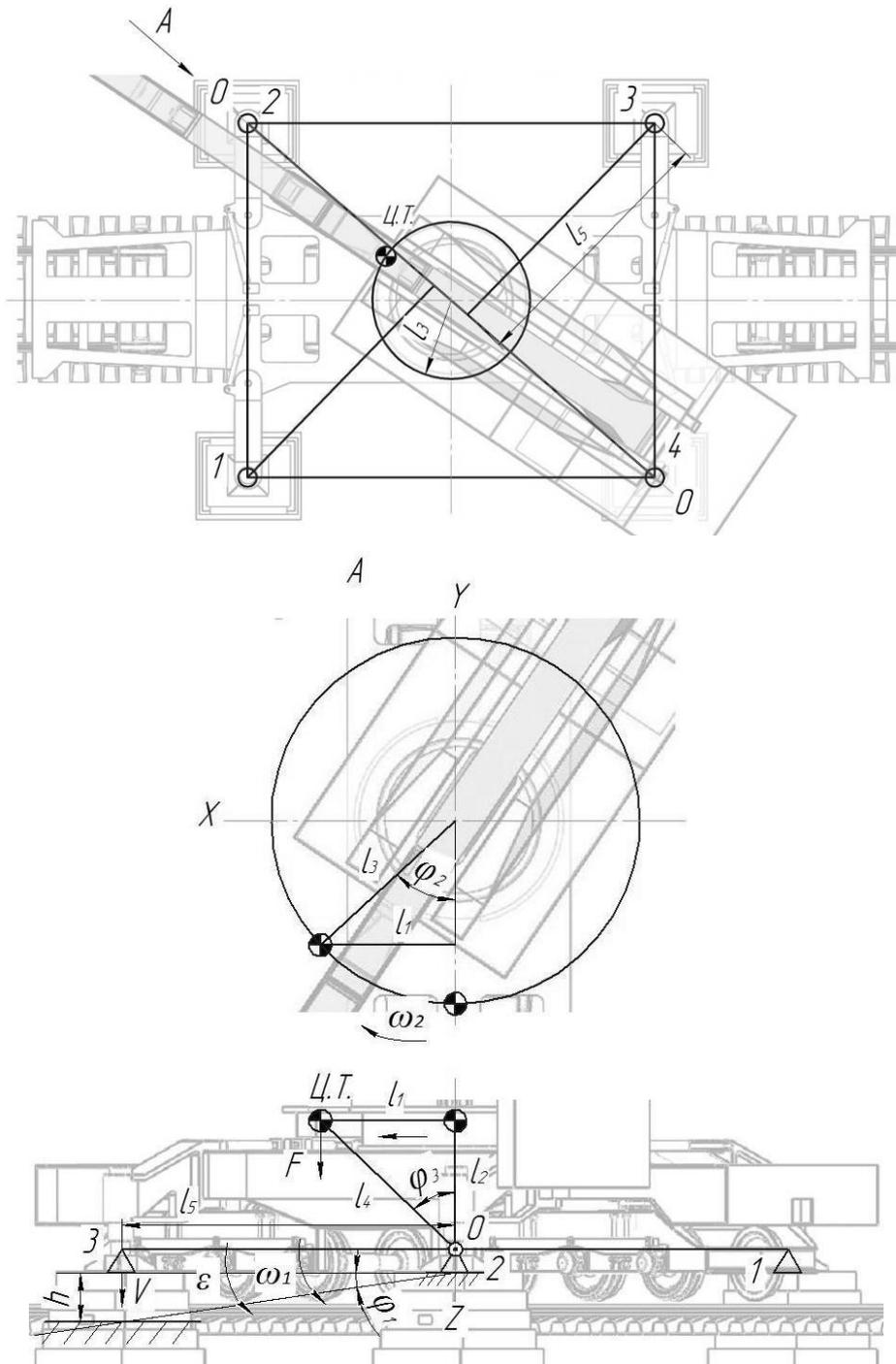


Рис. 1. Расчетная схема балансирования грузоподъемного крана (1 – 4 – выносные опоры; Ц.Т. – центр тяжести поворотной платформы с грузом)

Система движущихся тел состоит из подкрановой платформы и поворотной платформы с грузом и имеет одну степень свободы, следовательно, вводится одна независимая обобщенная координата. В соответствии с числом независимых обобщенных координат данной механической системы имеем для нее одно уравнение Лагранжа второго рода [6]:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} = Q_j, \quad (j = 1), \quad (1)$$

где  $T$  – кинетическая энергия системы;  $Q_j$  – обобщенная сила;  $q_j$  – обобщенная координата системы.

За обобщенную координату системы принимаются угол наклона подкрановой платформы  $\varphi_1$ :

$$\varphi_1 = \arctg \left( \frac{h}{l_5} \right), \quad (2)$$

где  $l_5$  – расстояние от оси  $O-O$  до выносной опоры;  $h$  – величина просадки.

В соответствии с выбранной обобщенной координатой уравнение Лагранжа примет вид:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_1} \right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi_1} = Q, \quad (3)$$

Кинетическая энергия и обобщенная сила системы определяются следующим образом:

$$T = \frac{1}{2} J \dot{\varphi}_1^2, \quad Q_1 = \frac{1}{\dot{\varphi}_1} (M \cdot \omega_1), \quad (4)$$

где  $J$  – момент инерции крана относительно оси  $O-O$  ( $J = J_1 + J_2$ );  $J_1$  – момент инерции подкрановой платформы относительно оси  $O-O$ ;  $J_2$  – момент инерции поворотной платформы с грузом относительно оси  $O-O$ ;  $M$  – момент силы тяжести поворотной платформы с грузом;  $\omega_1$  – угловая скорость подкрановой платформы при балансировании.

Определив производные и подставив их в (3), получим:

$$\ddot{\varphi}_1 \cdot J = \frac{1}{\dot{\varphi}_1} (M \cdot \omega_1). \quad (5)$$

Считая, что балансирование является равнопеременным вращательным движением, а движение поворотной платформы – равномерным вращательным, составляется следующая система выражений:

$$\begin{cases} \varepsilon \cdot J = M = F \cdot l_1 = g \cdot m_2 \cdot l_1 \\ \varphi_1 = \omega_0 \cdot t + \frac{\varepsilon \cdot t^2}{2} = \frac{\varepsilon \cdot t^2}{2} \\ \varphi_2 = \omega_2 \cdot t \end{cases}, \quad (6)$$

где  $F$  – сила тяжести поворотной платформы с грузом;  $l_1$  – проекция на ось  $X$  расстояния от оси вращения поворотной платформы до центра тяжести;  $m_2$  – масса поворотной платформы с грузом;  $g$  – ускорение свободного падения;  $\varepsilon$  – угловое ускорение подкрановой платформы при балансировании;  $\omega_2$  – угловая скорость поворотной платформы;  $t$  – время;  $\varphi_2$  – угол поворота поворотной платформы;  $\omega_0$  – начальная угловая скорость подкрановой платформы при балансировании ( $\omega_0 = 0$ ).

Преобразовав систему (6), получим:

$$\begin{cases} \varepsilon \cdot J = M = F \cdot l_1 = g \cdot m_2 \cdot l_1 \\ \varphi_1 = \omega_0 \cdot t + \frac{\varepsilon \cdot t^2}{2} = \frac{\varepsilon \cdot t^2}{2} \\ \varphi_2 = \omega_2 \cdot t \end{cases}, \quad (7)$$

$$g \cdot m_2 \cdot l_1 = (J_1 + J_2) \cdot \frac{2 \cdot \varphi_1 \cdot \omega_2^2}{\varphi_2^2}, \quad (8)$$

При этом согласно рис. 1:

$$l_1 = l_3 \cdot \sin(\varphi_2), \quad J_2 = m_2 \cdot l_4^2 = m_2 \cdot (l_1^2 + l_2^2), \quad (9)$$

где  $l_3$  – расстояние от оси вращения поворотной платформы до центра тяжести;  $l_4$  – расстояние от оси  $O-O$  до центра тяжести;  $l_2$  – проекция на ось  $Z$  расстояния от оси  $O-O$  до центра тяжести.

Таким образом, уравнения движения механической системы в обобщенных координатах имеет вид:

$$m_2 \cdot g \cdot (l_3 \cdot N) - \left( J_1 + m_2 \cdot [(l_3 \cdot N)^2 + l_2^2] \right) \cdot \frac{2 \cdot \varphi_1 \cdot \omega_2^2}{\varphi_2^2} = 0, \quad (10)$$

где  $N = \sin(\varphi_2)$ .

Решая уравнение (10), определяется  $\varphi_2$  и далее  $t$ ,  $\varepsilon$ ,  $\omega_1$ ,  $v$ :

$$t = \frac{\varphi_2}{\omega_2}, \quad \varepsilon = \frac{2 \cdot \varphi_1}{t^2}, \quad \omega_1 = \varepsilon \cdot t, \quad v = \omega_1 \cdot l_5, \quad (11)$$

где  $v$  – скорость выносной опоры в процессе удара.

Масса грузоподъемной машины, задействованная в процессе удара, определяется согласно закона сохранения энергии:

$$\frac{J \cdot \omega_1^2}{2} = m \cdot g \cdot h, \quad m = \frac{J \cdot \omega_1^2}{2 \cdot g \cdot h}, \quad (12)$$

где  $m$  – масса грузоподъемной машины, задействованная в процессе удара.

Расчет ударного воздействия выносной опоры грузоподъемного крана о шпальную выкладку проводится согласно теории удельных импульсов проф. Н.Я. Хархуты [4, 8].

Явление удара о грунт описывается следующим уравнением:

$$\int_0^{\tau} p dt = M(v_1 - v_2), \quad (13)$$

где  $p$  – развивающееся на поверхности контакта общее давление;  $t$  – время;  $\tau$  – продолжительность удара;  $M$  – масса, задействованная в процессе удара ( $M = m + m_k$ ;  $m$  – масса грузоподъемной машины, задействованная в процессе удара;  $m_k$  – масса шпальной клетки);  $v_1$  и  $v_2$  – скорость задействованной массы в начале и в конце удара [8].

При ударе грунт деформируется и уплотняется за счет энергии падающей массы. Максимальные контактные давления, возникающие на поверхности грунта, зависят от величины удельного импульса и его «остроты». Под удельным импульсом удара понимается импульс, приходящийся на единицу контактной поверхности, который определяется согласно выражению:

$$i = \frac{M \cdot v_1}{F}, \quad (14)$$

где  $i$  – удельный импульс удара;  $F$  – площадь контактной поверхности [4].

В случае наличия шпальных клеток согласно закону сохранения импульса, считая удар абсолютно неупругим, следует, что начальная скорость внедрения клетки при ударе составляет:

$$v_1 = \frac{v \cdot m}{m_k + m}, \quad (15)$$

где  $m_k$  – масса шпальной выкладки;  $v$  – скорость выносной опоры при балансировании крана;  $v_1$  – совместная скорость задействованной

массы крана и шпальной выкладки в начале процесса удара.

Амплитудное значение контактного давления определяется согласно:

$$\sigma_0 = \frac{k \cdot i}{\tau}, \quad (16)$$

где  $k$  – безразмерный коэффициент, определяемый опытным путем, который учитывает несовпадение окончания удара с моментом максимума давления, определяется согласно [4].

Время удара  $\tau$  зависит от развиваемого удельного импульса и относительной плотности грунта.

В случае развития ударной нагрузкой контактных давлений на поверхности, превышающих предел прочности грунта, произойдет разрушение сплошности грунта, а как следствие – чрезмерное погружение шпальной клетки в грунт. В этом случае грунт будет не уплотняться, а выдавливаться в стороны. Проф. Н.Я. Хархута приводит рекомендуемые значения предельных удельных импульсов для грунтов  $i_p$ , полученные опытным путем [8].

Поверхность грунта или слои грунта в непосредственной близости от нее испытывают максимальные напряжения при ударном нагружении, которые в плотных грунтах до глубины активной зоны остаются практически одинаковыми, а за ее пределами – снижаются. Глубина активной зоны, в которой деформации при уплотнении грунта распределяются равномерно (в данной зоне реализуется (80...90)% всей необратимой деформации) определяется согласно выражению:

$$h_0 = a \cdot B_{\min} \frac{W}{W_0} \left( 1 - e^{-\beta \frac{\sigma_0}{\sigma_p}} \right), \quad (17)$$

где  $B_{\min}$  – минимальный поперечный размер поверхности контакта элемента, контактирующего с грунтом;  $W$  – влажность грунта;  $W_0$  – оптимальная влажность грунта;  $\sigma_0$  – контактное напряжение;  $\sigma_p$  – предел прочности грунта, соответствующий оптимальной влажности;  $e$  – число Эйлера;  $a$  – коэффициент, зависящий от скорости изменения напряженного состояния;  $\beta$  – коэффициент, зависящий от вида грунта (для связных грунтов = 3,7) [4].

#### 4. Результаты и их анализ

В результате проведенных расчетов по зависимостям (1) – (10) была получена зависимость скорости выносной опоры в процессе

удара  $v = f(h, \omega_2)$  (рис. 2, а) и зависимость массы грузоподъемной машины, задействованная в процессе удара  $m = f(h, \omega_2)$  (рис. 2, б).

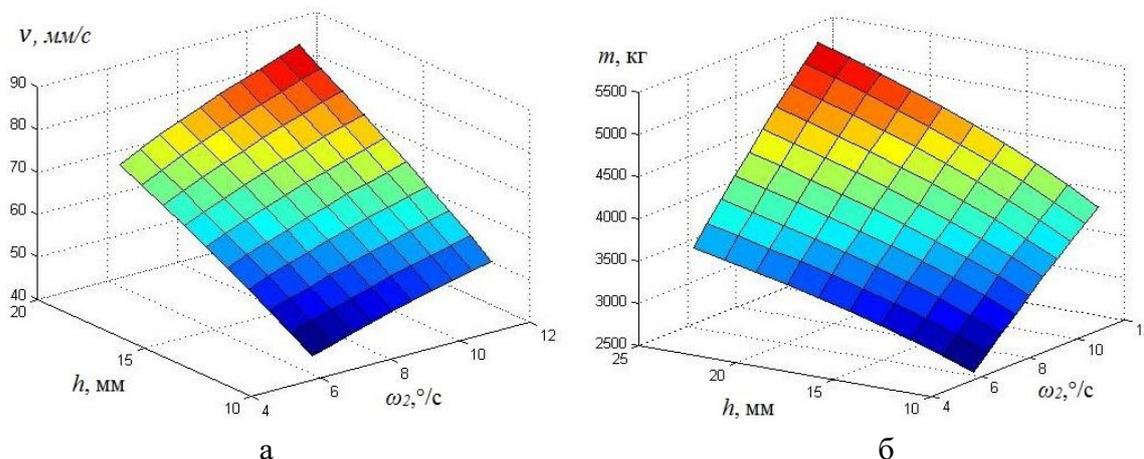


Рис. 2. Результаты расчетов: а – график зависимости  $v = f(h, \omega_2)$ ; б – график зависимости  $m = f(h, \omega_2)$

В случае внезапной (мгновенной) просадки грунта под опорой непосредственно в процессе работы грузоподъемного крана расчет ведется аналогичным способом, но, так как в момент внезапной просадки скорость поворотной платформы не оказывает существенного влияния, то в расчете можно принять  $\omega_2 = 0$  и рассматривать угол поворота поворотной платформы как фиксированное значение:  $\varphi_2 = const$ . Максимальное значение массы грузоподъемной машины, задействованной в процессе удара, будет при расположении стрелы крана под углом  $90^\circ$  по отношению к оси  $O-O$  (рис. 1).

Зависимость удельных импульсов удара выносной опоры от скорости и массы грузоподъемного крана, задействованного в процессе удара, приведена на рис. 3, а. Зависимость глубины активной зоны от отношения  $\sigma_0/\sigma_p$  и  $W/W_0$  представлена на рис. 3, б.

В соответствии с указаниями определения продолжительности удара  $\tau$  и коэффициента  $k$  получена зависимость максимальных значений контактных напряжений от скорости и массы грузоподъемного крана, задействованного в процессе удара (рис. 4).

#### 5. Заключение

Предложенный в настоящей работе аналитический расчет параметров и закономерностей работы грузоподъемной машины в условиях нарушения опорного контура, а именно балансирование в результате просадки опоры, в сочетании с теорией удельных импульсов позволяет рассмотреть взаимодействие системы «грузоподъемный кран – шпальная клеть – грунтовое основание».

Развиваемые контактные напряжения при балансировании крана близких к пределу прочности основания происходит постепенное уплотнение грунтового массива, однако при превышении предела прочности данного вида грунта произойдет разрушение структуры грунта, что негативно влияет на устойчивость самого массива, а следовательно, и устойчивость грузоподъемного железнодорожного крана. Чем больше величина развиваемых контактных напряжений, тем меньше предельное число циклов нагружения, испытываемом грунтом при балансировании крана, которое приведет к снижению устойчивого состояния грузоподъемной машины.

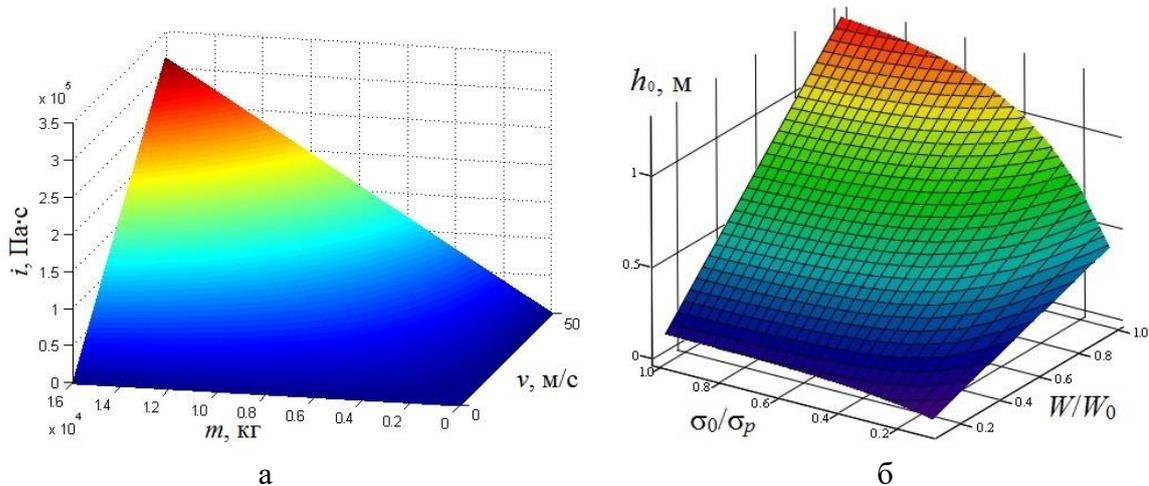


Рис. 3. Результаты расчетов: а – график зависимости  $i = f(v, m)$ ;  
 б - график зависимости  $h_0 = f(\sigma_0/\sigma_p, W/W_0)$

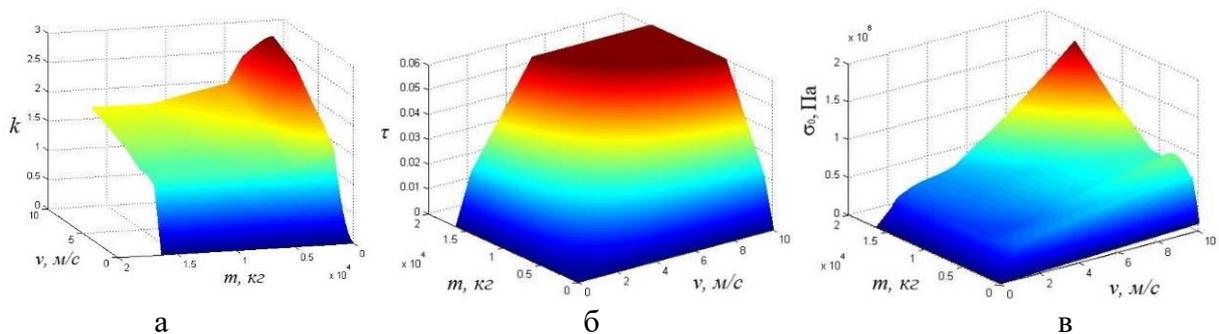


Рис. 4. Результаты расчетов: а – график зависимости  $k = f(v, m)$ ;  
 б - график зависимости  $\tau = f(v, m)$ ; в - график зависимости  $\sigma_0 = f(v, m)$

### Список литературы

1. Вайнсон А.А. Подъемно-транспортные машины. М.: Машиностроение, 1989. 536 с.
2. Гохберг М.М. Металлические конструкции подъемно-транспортных машин. М.: Машиностроение, 1969. 520 с.
3. Обыденков В.А., Анцев В.Ю., Сорокин П.А., Мишин А.В. Исследование устойчивости мобильных грузоподъемных машин методом конечных элементов // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. 2011. № 3. С. 30–36.
4. Хархута Н.Я., Васильев Ю.М. Прочность, устойчивость и уплотнение грунтов земляного полотна автомобильных дорог. М.: Транспорт, 1975. 288 с.
5. Справочник по кранам: В 2 т. Т.1 / В.И. Браунде, М.М. Гохберг, И.Е. Звянгин и др.; Под общ. ред. М.М. Гохберга. Л.:

### References

1. Vaynson A.A. *Podemno-transportnye mashiny* [Lifting-transport machines]. Moscow, Mashinostroenie, 1989. 536 p. (In Russian)
2. Gokhberg M.M. *Metallicheskiye konstruksii podyemno-transportnykh mashin* [Metal structures of hoisting machines]. Moscow, Mashinostroenie, 1969. 520 p. (In Russian)
3. Obydenov V. A., Antsev V.Yu., Sorokin P.A., Mishin A.V. Issledovaniye ustoychivosti mobilnykh gruzopodyemnykh mashin metodom konechnykh elementov. *Izvestiya Tulsogo gosudarstvennogo universiteta. Tekhnicheskiye nauki*, 2011, No.3, pp. 30–36. (In Russian)
4. Kharkhuta N.Ya., Vasilyev Yu.M. *Prochnost, ustoychivost i uplotneniye gruntov zemlyanogo polotna avtomobilnykh dorog*

Машиностроение. 1988. 536с.

6. Яблонский А.А., Норейко С.С. Курс теории колебаний. СПб.: Лань, 2003. 256 с.

7. Попов М. В. Теоретическая механика. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит. 1986. 336 с.

8. Хархута Н.Я., Капустин М.И., Семенов В.П. Дорожные машины. Теория, конструкции и расчет. Л.: Машиностроение, 1968. 416 с.

† [Strength, stability and compaction of the sub-grade of roads]. Moscow, Transport, 1975. 288 p. (In Russian)

† 5. *Spravochnik po kranam: V 2 t. T.1* [Crane Reference]. V.I. Braunde. M.M. Gokhberg. I.E. Zvyanyagin. Leningrad, Mashinostroyeniye, 1988. 536 p. (In Russian)

† 6. Yablonskiy A.A., Noreyko S.S. *Kurs teorii kolebaniy* [Oscillation Theory Course]. St. Petersburg, Lan, 2003. 256 p. (In Russian)

† 7. Popov M. V. *Teoreticheskaya mekhanika* [Theoretical mechanics]. Moscow, Nauka, Gl. red. fiz.-mat. lit. 1986. 336 p. (In Russian)

† 8. Kharkhuta N.Ya. *Dorozhnyye mashiny. Teoriya, konstruksii i raschet* [Road cars. Theory, Design, and Calculation]. Leningrad, Mashinostroyeniye, 1968. 416 p. (In Russian)