

УДК (UDC) 621.833.15

АНАЛИЗ ТЕХНИЧЕСКИХ ВОЗМОЖНОСТЕЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ПРЯМОЗУБЫХ ПЕРЕДАЧ С ПОВЕРХНОСТНЫМ КОНТАКТОМ ВЫПУКЛО-ВОГНУТЫХ ЗУБЬЕВ

ANALYSIS OF TECHNICAL CAPABILITIES OF CYLINDRICAL STRAIGHT-TOOTH GEARS WITH SURFACE CONTACT OF CONVEX-CONCAVE TEETH

Мирчук М.А., Волков Г.Ю.
Mirchuk M.A., Volkov G.YuКурганский государственный университет (Курган, Россия)
Kurgan State University (Kurgan, Russian Federation)

Аннотация. В статье рассмотрены достоинства и недостатки шарнирно-зубчатой передачи – прямозубой цилиндрической передачи, в которой зубья имеют выпукло-вогнутые профили и взаимодействуют друг с другом по поверхности. Поверхностный контакт зубьев этой передачи обеспечивает снижение контактных напряжений в зацеплении в 7...50 раз по сравнению с эвольвентными. Установлено, что шарнирно-зубчатая передача обеспечивает достаточно плавное вращение ведомого колеса: коэффициент неравномерности хода не превышает 0,012. Главным недостатком передачи является удары в радиальном направлении, вызванные колебанием межосевого расстояния. Поэтому исследованную шарнирно-зубчатую передачу следует использовать при малых скоростях вращения, например, в ручных приводах.

Ключевые слова: прямозубая зубчатая передача, шарнирное зацепление, контактные давления.

Дата принятия к публикации: 26.02.2020
Дата публикации: 26.06.2020

Сведения об авторах:

Мирчук Мария Александровна – аспирант, кафедра «Механики машин и основы конструирования», ФГБОУ ВПО «Курганский государственный университет», e-mail: www.mirchukMA@mail.ru

Волков Глеб Юрьевич – доктор технических наук, доцент, профессор кафедры «Механики машин и основы конструирования», ФГБОУ ВПО «Курганский государственный университет», e-mail: www.vlkv48@mail.ru

Abstract. The article deals with the advantages and disadvantages of articulated gear – straight-toothed cylindrical transmission, in which the teeth have convex-concave profiles and interact with each other on the surface. The surface contact of teeth of this transmission provides reduction of contact stresses in gearing in 7-50 times in comparison with involute. It is established that the articulated gear provides a fairly smooth rotation of the driven wheel: the coefficient of unevenness of the stroke is not higher than 0.012. The main disadvantage of this transmission is the radial shocks caused by the oscillation of the center distance. Therefore, gearshifts are recommended for use only at minimum speeds, for example in manual drives.

Keywords: cylindrical gear, hinge gear, contact pressure.

Date of acceptance for publication: 26.02.2020
Date of publication: 26.06.2020

Authors' information:

Maria A. Mirchuk – postgraduate student, Department of «Mechanics of machines and fundamentals of design», Kurgan State University, e-mail: www.mirchukMA@mail.ru

Gleb Yu. Volkov – Doctor of Technical Sciences, Associate Professor, Professor of the Department «Mechanics of machines and fundamentals of design», Kurgan State University, e-mail: www.vlkv48@mail.ru

Благодарности

Исследование выполнено при поддержке РФФИ и правительства Курганской области (проект No. 19-48-450001/19)

Acknowledgements

The study was supported by the grant the Russian Fund for Fundamental Research and the government of Kurgan Oblast within the framework of research (project No. 19-48-450001/19)

1. Введение

Передачи Новикова-Вильдгабера [1-3] являются альтернативой наиболее распространенным в настоящее время, эвольвентным передачам. Потенциальные возможности использования зубьев с выпукло-вогнутыми рабочими поверхностями не исчерпываются косозубыми передачами и нуждаются в дальнейшем анализе и развитии.

2. Кинематика зацепления с поверхностным контактом выпукло-вогнутых зубьев (шарнирно-зубчатого зацепления)

Если профиль зубьев близкий к профилю зубьев передачи Новикова с двумя линиями зацепления [4] (рис. 1) использовать в прямозубой цилиндрической передаче, то можно обеспечить исключительно поверхностный контакт зубьев. Для этого нужно цилиндрические рабочие поверхности зубьев на вершинах и во впадинах выполнить строго одинакового радиуса ($\rho_a = \rho_f$), а также создать силовое замыкание зубчатых венцов в радиальном направлении за счет плавающего межосевого расстояния a_w . Это можно реализовать, например, разместив ось шестерни на коромысле 3, как показано на рис. 2.

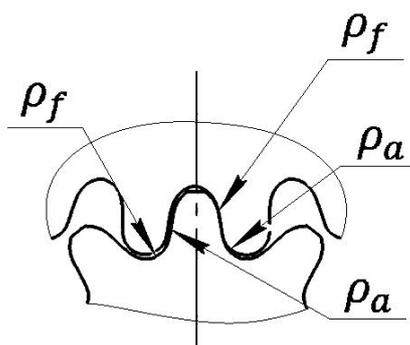


Рис. 1 Профиль зубьев зацепления Новикова с двумя линиями зацепления

При частом упоминании рассматриваемого объекта – зацепления с поверхностным контактом выпукло-вогнутых зубьев, желательно использовать его более короткое название. В качестве такового предлагается ввести термин «шарнирно-зубчатое зацепле-

ние». Зубчатым зацеплением принято называть [5] высшую кинематическую пару с последовательно взаимодействующими элементами двух звеньев. Низшую кинематическую пару с последовательно взаимодействующими выпуклыми и вогнутыми круговыми профилями зубьев логично будет называть шарнирно-зубчатым зацеплением.

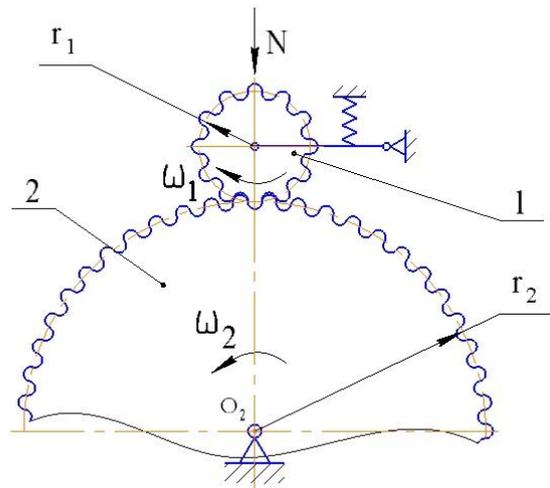


Рис. 2 Силовое замыкание шарнирно-зубчатого зацепления

Радиусы сопряженных поверхностей зубьев в таком зацеплении целесообразно принять равными $1/4$ окружного шага $\rho_a = \rho_f = \pi m/4$.

При исследовании кинематики механизма поворотом коромысла 3 можно пренебречь и рассмотреть векторный контур, показанный на рис. 3:

$$\vec{r}_1 - \vec{r}_2 - \vec{a}_w = 0. \quad (1)$$

Проецируя векторы на оси X и Y , получим соответственно:

$$r_1 \cos \varphi_1 - r_2 \cos \varphi_2 - a_w = 0; \quad (2)$$

$$r_1 \sin \varphi_1 - r_2 \sin \varphi_2 = 0. \quad (3)$$

Продифференцируем систему уравнений (2) и (3) по времени:

$$-r_1 \sin \varphi_1 \dot{\varphi}_1 + r_2 \sin \varphi_2 \dot{\varphi}_2 - \dot{a}_w = 0; \quad (4)$$

$$r_1 \cos \varphi_1 \dot{\varphi}_1 - r_2 \cos \varphi_2 \dot{\varphi}_2 = 0. \quad (5)$$

Из уравнения (5) следует

$$i_{12} = \frac{\dot{\varphi}_1}{\dot{\varphi}_2} = \frac{r_2 \cdot \cos \varphi_2}{r_1 \cdot \cos \varphi_1} = U \cdot \frac{\cos \varphi_2}{\cos \varphi_1}, \quad (6)$$

где i_{12} – мгновенное передаточное отношение; $U = r_2/r_1$ – постоянное передаточное число.

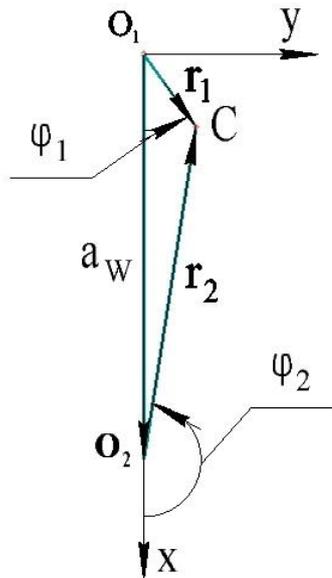


Рис. 3. Векторная модель механизма

Заметим, что присутствующее в выражении (6) отношение косинусов углов равно отношению мгновенной окружной скорости V_2 расчетной точки C_2 , принадлежащей колесу 2, к постоянной окружной скорости V_1 точки C_1 :

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\cos \varphi_1}{\cos \varphi_2}. \quad (7)$$

Из уравнения (4) выразим мгновенную скорость a'_W изменения межосевого расстояния:

$$a'_W = -r_1 \sin \varphi_1 \dot{\varphi}_1 + r_2 \sin \varphi_2 \dot{\varphi}_2. \quad (8)$$

Отношение этой скорости к постоянной скорости V_1 с учетом (7):

$$\frac{a'_W}{V_1} = \cos \varphi_1 \operatorname{tg} \varphi_2 - \sin \varphi_1. \quad (9)$$

Предельные значения углов φ_1 и φ_2 , при которых мгновенные кинематические характеристики принимают экстремальные значения, зависят от чисел зубьев z_1 и z_2 . С учетом того, что речь идет о передачах с выпукловогнутыми зубьями кругового профиля, где пересопряжение зубьев происходит в два раза чаще, чем в обычных (например, в эвольвентных) передачах:

$$\varphi_{1max} = \frac{360^\circ}{4z_1};$$

$$\varphi_{2max} = \frac{360^\circ}{4z_2}.$$

Рассмотрим пример. Исходные данные: модуль $m = 1$; $z_1 = 10$ ($r_1 = 5$); $z_2 =$

40 ($r_2 = 20$). Соответствующие расчетные значения мгновенных кинематических параметров механизма показаны на рис. 4 и 5.

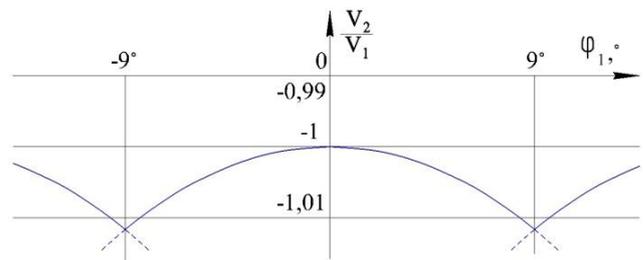


Рис. 4. Диаграмма $\frac{V_2}{V_1}(\varphi_1)$

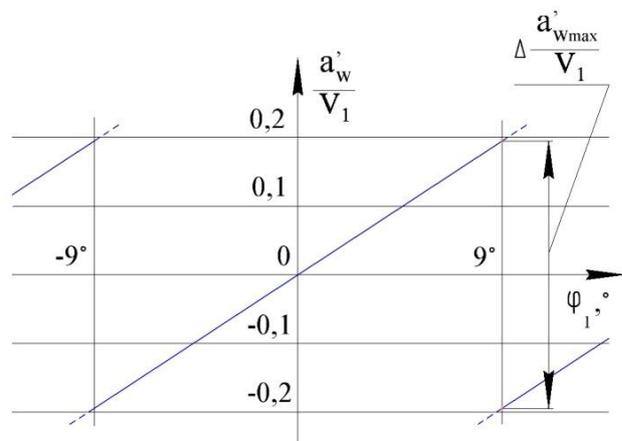


Рис. 5. Диаграмма $\frac{a'_W}{V_1}(\varphi_1)$

Итоговую неравномерность вращения ведомого звена удобно характеризовать коэффициентом δ , близким по смыслу к коэффициенту неравномерности хода [6]:

$$\delta = \frac{i_{12max} - U}{U} = 1 - \left| \frac{\cos \varphi_{2max}}{\cos \varphi_{1max}} \right|. \quad (10)$$

В примере этот параметр составляет $\delta = 0,0117$, что является неплохим показателем и соответствует требованиям [6], предъявляемых к автомобильным и судовым двигателям, компрессорам и другим механизмам.

Обратим внимание на то, что на диаграмме $\frac{V_2}{V_1}(\varphi_1)$ кривые, соответствующие работе соседних зубьев, пересекают друг друга, не образуя разрыва. Это значит, что в точках пересопряжения нет жесткого удара, вызванного изменением окружной скорости. На диаграмме $\frac{a'_W}{V_1}(\varphi_1)$ аналогичные кривые в точках пересопряжения имеют разрывы,

$$\Delta \frac{a_{Wmax}}{V_1} = 2(|\cos \varphi_{1max} \operatorname{tg} \varphi_{2max}| + |\sin \varphi_{1max}|) \quad (11) \quad \Delta \frac{a_{Wmax}}{V_1} \text{ для передач с разными числами зубьев представлены в табл. 1.}$$

Это свидетельствует о наличии жестких ударов. Расчетные значения параметров δ и

Таблица 1

Значения кинематических параметров δ и $\Delta \frac{a_{Wmax}}{V_1}$ для шарнирных передач с разными числами зубьев

Числа зубьев	Коэффициент неравномерности вращения ведомого звена, δ			Коэффициент радиальной скорости соударения колес в момент пересопряжения зубьев, $\Delta \frac{a_{Wmax}}{V_1}$		
	$z_1 = 10$	$z_1 = 15$	$z_1 = 20$	$z_1 = 10$	$z_1 = 15$	$z_1 = 20$
z_2						
10	0	-	-	0,62572	0,52409	0,47271
20	0,009355	0,002409	0	0,46832	0,36559	0,31384
40	0,011685	0,004734	0,002319	0,39047	0,28721	0,23526
60	0,012118	0,005164	0,002748	0,36457	0,26114	0,20913
80	0,012270	0,005315	0,002898	0,35112	0,24759	0,19555
100	0,012339	0,005384	0,002968	0,34389	0,24030	0,18824
рейка	0,012500	0,005500	0,003100	0,31287	0,20906	0,15692

Тем не менее, при минимальных скоростях вращения звеньев шарнирно-зубчатые передачи вполне работоспособны.

3. Статика, потери энергии и контактные давления в шарнирно-зубчатой передаче

В статике контакт зубьев рассматриваемой передачи (рис. 6) нагружен только внешней приложенной силой N и тангенциальной силой F .

В случае, когда второе колесо вырождается в рейку, формулы (10) и (11) упрощаются:

$$\delta = \frac{i_{12} - U}{U} = 1 - \left| \frac{1}{\cos \varphi_{1max}} \right|; \quad (12)$$

$$\Delta \frac{a_{Wmax}}{V_1} = 2(\sin \varphi_{1max}). \quad (13)$$

Анализируя результаты расчета, замечаем:

- коэффициент δ снижается с ростом z_1 и несколько увеличивается с ростом z_2 , но в целом он сравнительно невелик;

- удары, вызванные скачком радиальной скорости $\Delta \frac{a_{Wmax}}{V_1}$, растут с уменьшением чисел зубьев z_1 и z_2 . Именно эти удары являются главным фактором, ограничивающим область применения таких передач.

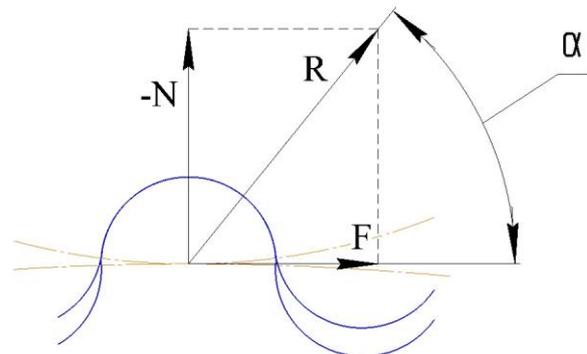


Рис. 6. Расчетная схема статического силового анализа

При эксплуатации передачи заранее заданной постоянной величиной является сила N . Тангенциальная (окружная) сила F и результирующая реакция R связаны с этой силой зависимостями

$$F = \frac{N}{\operatorname{tg} \alpha};$$

$$R = \frac{N}{\sin \alpha}.$$

Между собой тангенциальная сила F и результирующая реакция R связаны зависимостью:

$$R = \frac{F}{\cos \alpha},$$

где α – угол давления.

Желательная (рекомендуемая) величина этого угла: $\alpha = 25 \dots 35^\circ$.

Когда крутящий момент на колесе (а, следовательно, и сила F) снижается, угол давления α увеличивается. Если сила F возрастает выше номинального значения, то угол давления α уменьшается до тех пор, пока не достигнет некоторого предельного значения $\alpha = \alpha^{min}$. После чего зубья выходят из зацепления. Таким образом, передача одновременно выполняет функцию предохранительной муфты. При необходимости эту функцию можно «отключить», ограничив упорами максимальное увеличение межосевого расстояния a_w .

Сравним потери энергии в шарнирно-зубчатой и эвольвентной передачах, например, реечных. Мощность потерь в зацеплении определяем по формуле вида

$$P_{poti} = V_{cp} \cdot f \cdot R, \quad (14)$$

где: f – расчетный коэффициент трения (примем $f = 0,1$); V_{cp} – средняя скорость скольжения в зацеплении.

Для эвольвентной реечной передачи скорость скольжения в зацеплении приближенно [7, 8] можно оценить по формуле

$$V_{cp} = \frac{2V_1}{z_1}. \quad (15)$$

Скорость в контакте зубьев для шарнирно-зубчатого зацепления

$$V_{cp} = \frac{V_1 \cdot \rho_a}{r_1} = \frac{V_1 \cdot \pi}{2z_1}. \quad (16)$$

Сравнивая потери шарнирно-зубчатого и эвольвентного зацеплений, рассчитанные по формуле (8), приходим к выводу, что при характерных (расчетных) углах давления ($\alpha = 20^\circ$ для эвольвентной передачи и $\alpha = 30^\circ$ для шарнирно-зубчатой передачи) потери на трение в шарнирно-зубчатой передаче на 30% ниже. Однако «недогруженная» шарнирно-зубчатая передача за счет увеличения угла давления α будет несколько уступать эвольвентной передаче по энергетическим потерям.

Давление в контакте шарнирно-зубчатой передачи распределено по поверхности. Найдем его по формуле, применяемой для расчетов на смятие:

$$\sigma_{cm} = \frac{R}{b \cdot \rho_a} = \frac{4F}{b \cdot \pi \cdot m \cdot \cos \alpha} = \frac{2F \cdot z_1 (1 + U)}{\pi \cdot b \cdot a_w \cdot \cos \alpha'} \quad (17)$$

где b – ширина колеса (например, $b = 50$ мм.

Наглядное представление о контактных давлениях в шарнирно-зубчатой передаче дает ее сравнение с эвольвентной передачей.

Используя формулы [9] для расчета на контактную прочность стальных эвольвентных цилиндрических прямозубых зубчатых колес, выразим окружную силу F в зацеплении:

$$F = \frac{b \cdot a_w \cdot \sigma_H^2 \cdot U}{49,5^3 \cdot k_{H\beta} \cdot (U + 1)^2}, \quad (18)$$

где a_w – межосевое расстояние (например, $a_w = 200$ мм); U – передаточное число (например, $U = 4$); σ_H – допускаемое контактное напряжение (примем для нетермообработанной стали $45 \sigma_H = 400$ МПа); $k_{H\beta}$ – коэффициент, учитывающий неравномерность распределения нагрузки вдоль зуба (примем $k_{H\beta} = 1$).

В примере после подстановки в (18) принятых значений параметров получаем $F = 1832$ Н.

Далее по формуле (17) рассчитаем, какое контактное давление будет в аналогичной шарнирной передаче.

Для числа $z_1 = 10$, получаем:

$$\sigma_{cm} = \frac{2F \cdot z_1 (1 + U)}{\pi \cdot b \cdot a_w \cdot \cos \alpha} = \frac{2 \cdot 42,2 \cdot 10(1 + 5)}{\pi \cdot 200 \cdot \cos 30^\circ} = 7,72 \text{ МПа}.$$

Таким образом, по сравнению с эвольвентной передачей ($[\sigma_H] = 400$ МПа) контактная нагрузка снизилась более, чем в 50 раз. Результаты расчетов σ_{cm} для других значений параметров z_1 , U , $[\sigma_H]$ приведены в табл. 2.

4. Заключение

Главным достоинством шарнирно-зубчатого зацепления в сравнении с эвольвентным является многократный выигрыш в контактном давлении. Для закаленных сталей давление в контакте снижается не менее, чем в 7...13 раз, для мягких нетермообработанных сталей – в 13 раз. Нагрузочная способность эвольвентных зубчатых колес, изготовлен-

Таблица 2
Расчетные давления $\sigma_{см}$ (МПа) в шарнирно-зубчатом зацеплении

Контактные давления, МПа				
Эвольвентное зацепление, σ_H	Шарнирно-зубчатое зацепление, $\sigma_{см}$			
	$z_1 = 10$		$z_1 = 40$	
	$u = 4$	$u = 1$	$u = 4$	$u = 1$
400	7,7	4,8	30,9	19,3
800	27,7	19,4	110,9	77,3

ных из мягких сталей, ограничивает именно контактное напряжение. Поэтому можно утверждать, что шарнирно-зубчатые зацепления, выполненные по крайней мере из этих сталей, выдержат существенно более высокую нагрузку, чем эвольвентные зацепления.

Список литературы

1. Пат. US1601750 Helical Gearing / Wildhaber E.; опубл. 5.10.1926.
2. А.С. СССР 109113 Зубчатые передачи, а также кулачковые механизмы с точечной системой зацепления // Новиков М.Л.; заявл. 19.04.1956, опубл. 1957.
3. Пат. РФ № 2057267 Зубчатая передача // Гребенюк Г.П.; заявл. 07.04.1993, опубл. 1996.
4. ГОСТ 15023-76. Передача Новикова с двумя линиями зацепления. Исходный контур.
5. Крайнев А.Ф. Словарь-справочник по механизмам. М.: Машиностроение, 1987. 560 с.
6. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988. 640 с.
7. Кудрявцев В.Н. Планетарные передачи. Л.: Машиностроение, 1966. 308 с.
8. Волков Г.Ю. Повышение технических характеристик безводильной планетарной передачи за счёт увеличения коэффициента смещения на внутренних зубьях // Вестник Курганского государственного университета. Серия Технические науки. 2013. № 2. С. 5-9.
9. ГОСТ 21354-87. Передачи зубчатые

По энергоэффективности (коэффициенту полезного действия) шарнирно-зубчатые зацепления не уступают эвольвентным.

Удары в момент пересопряжения зубьев – это, несомненно, недостаток шарнирно-зубчатых передач. Однако остается область малых скоростей, ручные приводы. Дополнительное достоинство – эти передачи могут выполнять функцию предохранительной муфты.

При разработке конструкций устройств, содержащих шарнирно-зубчатое зацепление, нужно иметь в виду, что в них приведённый момент инерции системы вращающихся звеньев может быть сравнительно большим, но масса звеньев, вовлеченных в радиальное колебательное движение, обеспечивающее силовое замыкание шарнирно-зубчатого зацепления, жестко ограничена.

References

1. Pat. US1601750. Helical Gearing / Wildhaber E.; publ. 5.10.1926.
2. A.S. SU 109113. *Zubchatye peredachi, a takzhe kulachkovye mehanizmy s tochechnoy sistemoy zatsepleniya* [Gear transmissions and Cam mechanisms with a point system of meshing]. Novikov M.L., 1957. (In Russian)
3. Pat. RU 2057267. *Zubchataya peredacha* [Gear transmissions]. Grebenyuk G.P., 1996. (In Russian)
4. GOST 15023-76. *Peredacha Novikova s dvumya liniyami zatsepleniya. Iskhodnyy kontur* [Novikov spur gears with double line of action. Basic rack]. (In Russian)
5. Kraynev A.F. *Slovar-spravochnik po mekhanizmam* [Dictionary-a guide to the mechanisms]. Moscow, Mashinostroenie, 1987. 560 p. (In Russian)
6. Artobolevskiy I.I. *Teoriya mekhanizmov i mashin* [Theory of mechanisms and machines]. Moscow, Nauka, 1988. 640 p. (In Russian)
7. Kudryavtsev V.N. *Planetarnye peredachi* [Planetary gears]. Leningrad, Mashinostroenie, 1966. 308 p. (In Russian)
8. Volkov G.Yu. *Povyshenie tekhnicheskikh kharakteristik bezvodilnoy planetarnoy peredachi za schet uvelicheniya koeffitsienta*

цилиндрические эвольвентные внешнего
зацепления. Расчет на прочность.

† *smeshchenia na vnutrennikh zubyakh* [Improv-
† ing the technical characteristics of a planetless
† gearless drive due to an increase in the dis-
† placement coefficient on the internal teeth].
† *Vestnik Kurganskogo gosudarstvennogo*
† *universiteta*, 2013, No. 2, pp. 5-9. (In Russian)
† 9. GOST 21354-87. *Peredachi zubchatye*
† *tsilindricheskie evolventnye vneshnego*
† *zatsepleniya. Raschet na prochnost* [Cylindri-
† cal evolvent gears of external engagement.
† Strength calculation] (In Russian)