

УДК (UDC) 625.76.08

К ОЦЕНКЕ СПЕКТРАЛЬНОЙ ПЛОТНОСТИ МОМЕНТА СОПРОТИВЛЕНИЯ  
НА РАБОЧЕМ ОРГАНЕ ДОРОЖНОЙ ФРЕЗЫ НА СТАДИИ ПРОЕКТИРОВАНИЯTO ESTIMATE THE POWER SPECTRAL DENSITY OF THE MOMENT  
ON THE MILLING DRUM OF THE ROAD MILL AT THE DESIGN STAGEФомин К.В.  
Fomin K.V.Тверской государственной технической университет (Тверь, Россия)  
Tver State Technical University (Tver, Russian Federation)

**Аннотация.** В настоящее время фрезерование является одним из основных рабочих процессов, применяемых при строительстве и ремонте автомобильных дорог. При выполнении технологической операции на рабочем органе возникают резко переменные, случайные нагрузки. Это связано с периодическим характером взаимодействия режущих элементов с обрабатываемым материалом и случайным характером условий и режимов работы агрегата. В статье рассмотрена модель формирования момента сопротивления на фрезе. Представлен случай, когда она состоит из участков, каждый из которых имеет несколько плоскостей резания и различное число ножей, равномерно расположенных в плоскости. В статье предложена аналитическая методика определения взаимных спектральных плотностей моментов сопротивления, формируемых на различных участках, которая позволяет на стадии проектирования рассчитывать спектральную плотность момента на рабочем органе с учетом его конструкции, угловой скорости, случайной изменчивости физико-механических свойств обрабатываемой среды, глубины фрезерования. Вероятностные характеристики нагрузок на фрезе служат исходной информацией для динамического анализа системы привода и конструкции агрегата, его прочностного анализа, выбора оптимальных параметров и режимов работы.

**Ключевые слова:** дорожная фреза, фрезерный барабан, модель момента сопротивления, взаимная спектральная плотность.

**Дата принятия к публикации:** 10.01.2020  
**Дата публикации:** 25.03.2020

**Сведения об авторе:**

**Фомин Константин Владимирович** - доктор технических наук, доцент, заведующий кафедрой «Механизация природообустройства и ремонт машин», ФГБОУ ВО «Тверской государственной технической университет», e-mail: fomin\_tver@mail.ru.

ORCID:0000-0002-8153-1115

**Abstract.** Milling is the main workflow for trailer and self-propelled road mills, recyclers and process complexes for road construction and repair. Their application allows achieving high quality of works, to provide complex mechanization and to provide high productivity. In process of technological operation, sharply variable random loads occur on working element. The paper discusses the model of forming the resistance moment on the mill. The case is presented when it consists of sections, each of which has several cutting planes, with different number of knives in the plane and radius along the ends of cutting elements. The article proposes a method of calculating mutual spectral densities of resistance moments at different sections of the mill. Expressions are obtained, which make it possible at design stage to calculate spectral density of moment on working member taking into account its design, angular velocity, random variability of physical and mechanical properties of treated medium, depth of milling. Probabilistic characteristics of the mill loads serve as initial information for dynamic analysis of the drive system and unit design, its strength analysis, selection of optimal parameters and operating modes.

**Keywords:** road mill, milling drum, model of moment of resistance, spectral density of moments.

**Date of acceptance for publication:** 10.01.2020  
**Date of publication:** 25.03.2020

**Author's information:**

**Konstantin V. Fomin** – Doctor of Technical Sciences, Associate Professor, Head of Department “Mechanization of environmental and repair machines” at Tver State Technical University, e-mail: fomin\_tver@mail.ru.

ORCID:0000-0002-8153-1115

## 1. Введение

В настоящее время фрезерование является одним из основных и наиболее эффективных рабочих процессов, применяемым при строительстве и ремонте автомобильных дорог [1-5]. Его использование позволяет достичь высокого качества работ, обеспечить комплексную механизацию и высокую производительность.

При выполнении технологических операций применяются различные типы фрезерных барабанов [3-5]:

- стандартные и грубые, используемые для фрезерования бетонных покрытий и полного удаления дорожного полотна;
- точные для удаления локальных неровностей, создание «гладких» поверхностей и корректирования дорожных профилей;
- сверхточные для создания высокошероховатых поверхностей с целью повышения сцепления колеса с дорогой, фрезерования покрашенных поверхностей.

Фрезерные барабаны отличаются большим разнообразием конструкцией, схемами расположения, количеством режущих элементов и режимами работы.

В процессе эксплуатации на рабочий орган дорожной фрезы действуют переменные случайные силы и моменты [6]. Такой характер обусловлен периодическим взаимодействием резцов с обрабатываемым материалом и случайными свойствами изменения условий работы, определяемые глубиной фрезерования, наличием дефектов на полотне дороги, физико-механическими свойствами обрабатываемой среды, числом оборотов фрезы и скоростью ее перемещения. Кроме того, существенное влияние на формирование силовых воздействий оказывает вид выполняемой технологической операции, тип фрезерного барабана, конструкция его подвески и ее параметры, система управления рабочим органом, износ режущих элементов [4, 5-7].

Это предопределяет высокий уровень динамических нагрузок в элементах конструкции агрегата, что уменьшает его надежность, приводит к снижению энергетических показателей работы двигателя [7], к

ухудшению качества выполнения технологической операции и технико-экономических показателей работы дорожной фрезы.

В [8] была разработана модель формирования момента сопротивления на фрезе. Представлен случай, когда она состоит из  $K_\xi$  участков, каждый из которых имеет несколько плоскостей резания  $M_\xi$ , с различным числом ножей  $L_\xi$ , равномерно расположенных в плоскости (рис. 1). Радиус по концам режущих элементов внутри каждого из участков одинаков.

Момент сопротивления на рабочем органе дорожной фрезы равен [8]

$$M(t) = \sum_{\xi=1}^{K_\xi} M_{C\xi}(t),$$

где  $M_{C\xi}(t)$  – момент сопротивления на  $\xi$ -м участке:

$$M_{C\xi}(t) = \sum_{m=1}^{M_\xi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} M_{C0\xi}(t - t_{mn\xi}; P_{mn\xi}),$$

где  $M_{C0\xi}(t; P_{mn\xi})$ ,  $t_{mn\xi}$ ,  $P_{mn\xi}$  – момент сопротивления на резце при единичном акте взаимодействия с обрабатываемой средой, момент появления и случайные параметры  $n$ -го импульса на  $m$ -й плоскости резания  $\xi$ -го участка.

Параметры импульсов сопротивления на ноже имеют случайный характер. Их математические ожидания, дисперсии, спектральные плотности, плотности распределения зависят от вероятностных характеристик изменения физико-механических свойств обрабатываемого материала, глубины фрезерования, скорости резания рабочего органа и перемещения агрегата. Они определяют кинематические параметры, такие как подача на один режущий элемент, характеристику снимаемой стружки и энергетические показатели взаимодействия ножей со средой.

В работе [8] получены выражения для определения спектральной плотности момента сопротивления при выполнении технологической операции

$$S(\omega) = \sum_{\xi=1}^{K_\xi} S_{C\xi}(\omega) + \sum_{\xi=1}^{K_\xi} \sum_{\substack{\eta=1 \\ \xi \neq \eta}}^{K_\xi} S_{\xi\eta}(\omega),$$

где  $S_{c\xi}(\omega)$  – спектральная плотность момента на  $\xi$ -м участке фрезы;  $S_{\xi\eta}(\omega)$  – взаимные спектральные плотности моментов для  $\xi$ -го и  $\eta$ -го участков.

Для использования полученных выражений в случае статистической зависимости моментов сопротивления на различных участках рабочего органа необходимо знание взаимных спектральных плотностей  $S_{\xi\eta}(\omega)$  моментов.

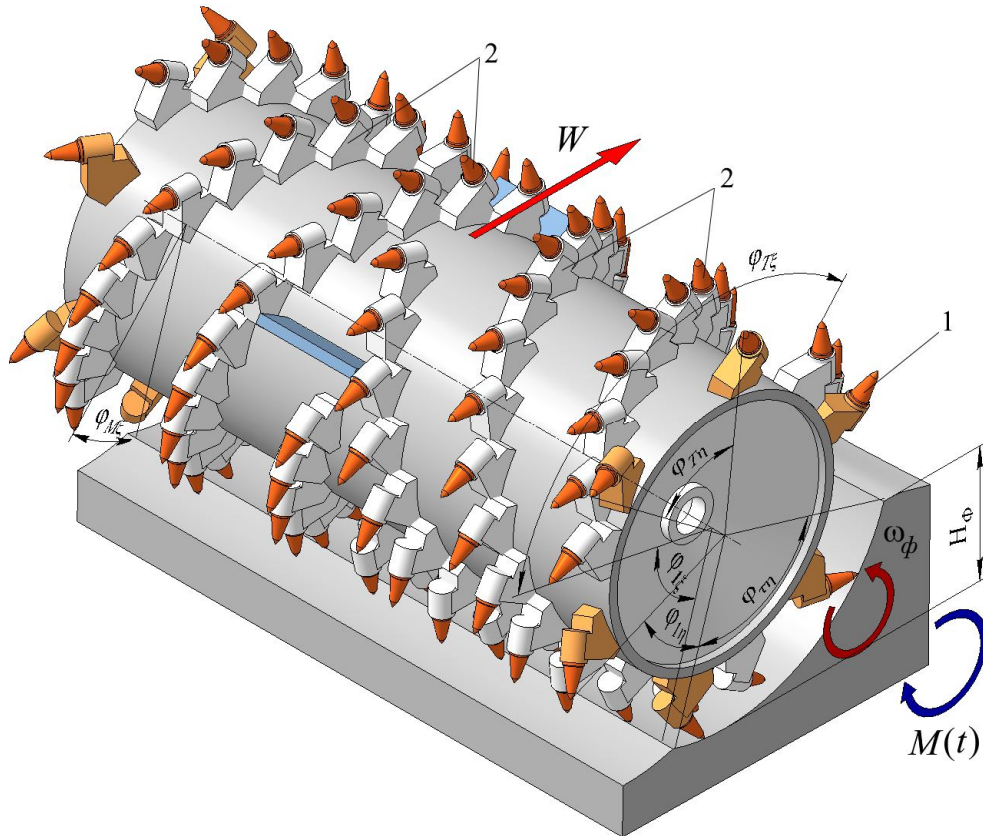


Рис.1. Схема рабочего органа фрезерного типа:  
 1 – режущие элементы  $\eta$ -го участка; 2 – режущие элементы  $\xi$ -го участка

## 2. Определение взаимных спектральных плотностей моментов сопротивления на различных участках рабочего органа

Для взаимных спектральных плотностей моментов сопротивления на  $\xi$ -м и  $\eta$ -м участках рабочего органа дорожной фрезы, которые представляют собой случайные процессы, используя аппарат теории вероятности можно записать [9, 10]:

$$S_{\xi\eta}(\omega) = F_{\xi\eta}(\omega) - 2\pi m_{\xi} m_{\eta} \delta(\omega);$$

$$S_{\eta\xi}(\omega) = F_{\eta\xi}(\omega) - 2\pi m_{\eta} m_{\xi} \delta(\omega),$$

где  $F_{\xi\eta}(\omega)$ ,  $F_{\eta\xi}(\omega)$  – взаимные энергетические спектры моментов [9]:

$$F_{\xi\eta}(\omega) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{2}{(2N+1)T} m_1 \{ Z_{\xi}^{(k)}(j\omega) Z_{\eta}^{*(k)}(j\omega) \}; \quad (1)$$

$$F_{\eta\xi}(\omega) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{2}{(2N+1)T} m_1 \{ Z_{\eta}^{(k)}(j\omega) Z_{\xi}^{*(k)}(j\omega) \}, \quad (2)$$

где  $2N+1$  – число импульсов в реализациях процессов;  $T$  – средний период импульсов нагрузки;  $m_1 \{ \}$  – знак усреднения;  $Z_{\xi}^{(k)}(j\omega)$ ,  $Z_{\eta}^{(k)}(j\omega)$  – соответственно, преобразования Фурье  $k$ -ых реализаций  $\xi$ -го и  $\eta$ -го процессов (в дальнейшем в выражениях индекс  $k$  опускаем); знак \* указывает на комплексно-сопряженную величину;  $m_{\xi}$ ,  $m_{\eta}$  – соответственно, математические ожидания  $\xi$ -го и

$\eta$ -го случайных процессов;  $\delta(\omega)$  – дельта-функция.

Рассмотрим аналитический подход к определению взаимных спектральных плотностей моментов на  $\xi$ -м и  $\eta$ -м участках рабочего органа фрезерующего агрегата (рис. 1). Разные участки могут иметь различное число ножей в плоскости резания, количество плоскостей и радиус по концам режущих элементов. Соответственно, последовательности импульсов для различных участков будут иметь различающиеся периоды повторности, длительности и амплитуды. Поэтому за период  $T$  в выражениях (1) и (2)

примем величину, равную  $2\pi/\omega_\phi$ , где  $\omega_\phi$  – угловая скорость вращения фрезы.

Представим момент сопротивления на  $\xi$ -м участке в виде (рис. 2):

$$M_{C\xi}(t) = \sum_{m=1}^{M_\xi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} M_{Cmn\xi}(t - t_{m\xi} - nT; P_{mn\xi}), \quad (3)$$

где  $n$  – номер оборота рабочего органа относительно начальной точки отсчета;  $t_{m\xi} = \varphi_{m\xi}/\omega_\phi$  – интервал времени между импульсами моментов сопротивления на  $m$ -й плоскости резания и начальной точкой отсчета для  $\xi$ -го участка фрезы (рис. 2);

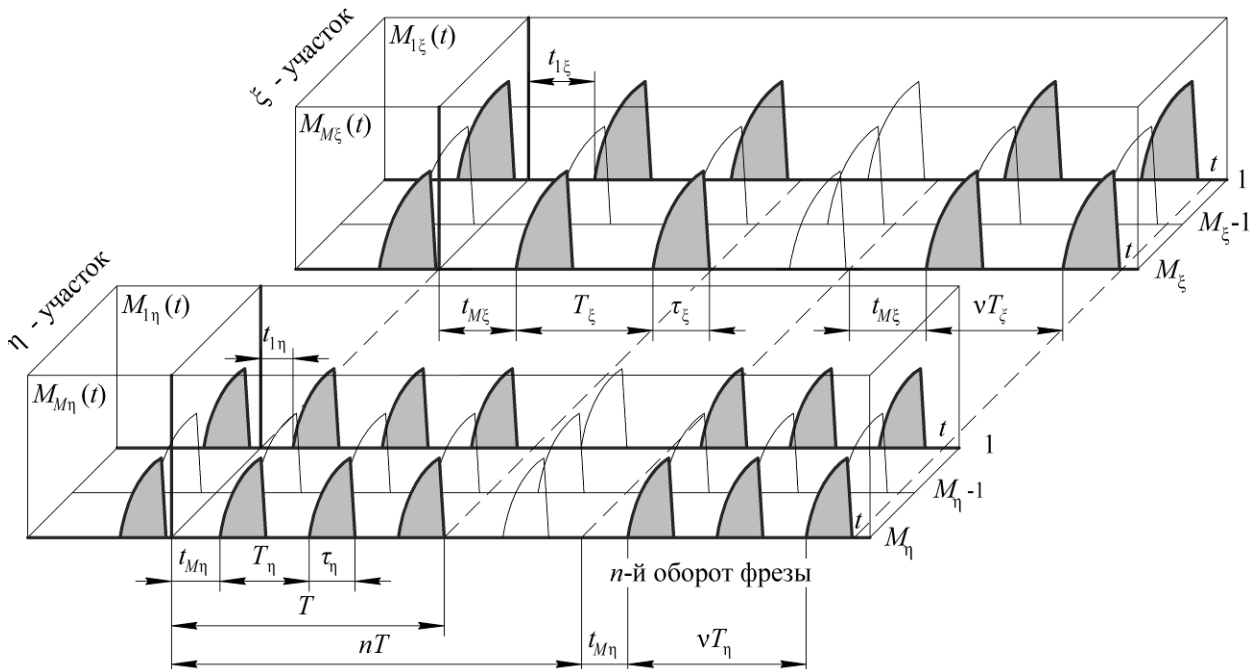


Рис.2. Модель формирования момента сопротивления на участках

$$M_{Cmn\xi}(t; P_{mn\xi}) = \sum_{v=0}^{L_\xi-1} M_{C0v\xi}(t - vT_\xi; P_{mn\xi}),$$

где  $T_\xi = \varphi_{T\xi}/\omega_\phi$  – период повторности импульсов на одиночной плоскости резания для  $\xi$ -го участка фрезы (рис. 2);  $\varphi_{m\xi}$ ,  $\varphi_{T\xi}$  – соответственно, углы сдвига между начальной точкой отсчета (начальная точка отсчета одинакова для резцов всех участков) и режущими элементами в  $m$ -й плоскости резания и угол между соседними резцами в одной плоскости резания для  $\xi$ -го участка (рис. 2).

В начале, определим взаимные энергетические спектры моментов сопротивления, считая величину угловой скорости рабочего органа постоянной.

Если в пределах одного оборота, параметры импульсов можно считать постоянными (в случае, когда они изменяются достаточно плавно за время нескольких оборотов фрезы), используя свойства преобразования Фурье для спектров моментов на  $\xi$ -м и  $\eta$ -м участках (3) получим:



$$Z_{M\xi}(j\omega; \omega_\phi) = \sum_{m=1}^{M_\xi} \sum_{n=-N}^N S_{Cmn\xi}(j\omega; \omega_\phi) \exp\left(-j \frac{\omega}{\omega_\phi} \varphi_{m\xi}\right) \exp\left(-j \frac{\omega}{\omega_\phi} 2\pi n\right); \quad (4)$$

$$Z_{M\eta}(j\omega; \omega_\phi) = \sum_{m=1}^{M_\eta} \sum_{n=-N}^N S_{Cmn\eta}(j\omega; \omega_\phi) \exp\left(-j \frac{\omega}{\omega_\phi} \varphi_{m\eta}\right) \exp\left(-j \frac{\omega}{\omega_\phi} 2\pi n\right), \quad (5)$$

где  $M_\eta$  – количество плоскостей резания  $\eta$ -м участке;  $S_{Cmn\xi}(j\omega; \omega_\phi; P_{mn\xi})$ ,  $S_{Cmn\eta}(j\omega; \omega_\phi; P_{mn\eta})$  – соответственно, преобразование Фурье мо-

ментов сопротивления на  $\xi$ -м и  $\eta$ -м участках  $m$ -й плоскости резания в течении  $n$ -го оборота рабочего органа:

$$S_{Cmn\xi}(j\omega; \omega_\phi) = S_{C0\xi}(j\omega; \omega_\phi; P_{mn\xi}) \sum_{v=0}^{L_\xi-1} \exp\left(-j \frac{\omega}{\omega_\phi} v\varphi_{T\xi}\right);$$

$$S_{Cmn\eta}(j\omega; \omega_\phi) = S_{C0\eta}(j\omega; \omega_\phi; P_{mn\eta}) \sum_{v=0}^{L_\eta-1} \exp\left(-j \frac{\omega}{\omega_\phi} v\varphi_{T\eta}\right),$$

где  $S_{C0\xi}(j\omega; \omega_\phi; P_{mn\xi})$ ,  $S_{C0\eta}(j\omega; \omega_\phi; P_{mn\eta})$  – соответственно, спектры одиночных импульсов моментов сопротивления на режущем элементе  $\xi$ -го и  $\eta$ -го участков:

$$S_{C0\xi}(j\omega; \omega_\phi; P_{mn\xi}) = \int_0^{\varphi_{\xi\xi}/\omega_\phi} M_{C0\xi}(\omega_\phi t; P_{mn\xi}) \exp(-j\omega t) dt;$$

$$S_{C0\eta}(j\omega; \omega_\phi; P_{mn\eta}) = \int_0^{\varphi_{\eta\eta}/\omega_\phi} M_{C0\eta}(\omega_\phi t; P_{mn\eta}) \exp(-j\omega t) dt,$$

где  $P_{mn\eta}$ ,  $\varphi_{T\eta}$ ,  $M_{C0\eta}(t; P_{mn\eta})$  – соответственно, случайные параметры, угол между соседними резцами в одной плоскости резания и функция, описывающая момент сопротивления при единичном акте взаимодействия ножа для  $n$ -го оборота фрезы для импульса на  $m$ -й плоскости резания  $\eta$ -го участка (рис. 2);  $\varphi_{m\eta}$  – углы сдвига между начальной точкой отсчета и режущими элементами в  $m$ -й плоскости резания для  $\eta$ -го участка;  $L_\eta$  – число ножей в плоскости резания  $\eta$ -го участка;  $\varphi_{\tau\xi}$ ,  $\varphi_{\tau\eta}$  – соответственно, углы контакта ножей с обрабатываемой средой  $\xi$ -го и  $\eta$ -го участков.

Углы контакта резцов с обрабатываемым материалом  $\varphi_{\tau\xi}$  и  $\varphi_{\tau\eta}$  зависят от радиусов по

концам режущих элементов для соответствующих участков, угловой скорости рабочего органа, скорости перемещения дорожной фрезы, изменения профиля поверхности и схемы подвески фрезы, которые определяют глубину фрезерования, а также от перемещений, вызванных воздействием сил резания и силами, связанными с ее неуравновешенностью.

Используя выражения (1) и (2) с учетом выражений (4) и (5), в случае если вероятностные характеристики параметров не зависят от точки отсчета (при стационарном характере распределения условий работы дорожной фрезы), получим:

$$F_{\xi\eta}(\omega) = \frac{2}{T} \left[ \sum_{m=1}^{M_\xi} \sum_{l=1}^{M_\eta} \sum_{q<s} \left[ \frac{\partial^2 G_{l\xi\eta}(\omega; \omega_\phi; P)}{\partial P_q \partial P_s} \right]_m K_{qsm l \xi\eta} \exp\left[-j \frac{\omega}{\omega_\phi} (\varphi_{m\xi} - \varphi_{l\eta})\right] + \right.$$

$$\begin{aligned}
 & + \lim_{N \rightarrow \infty} 2 \sum_{p=1}^{2N} \left(1 - \frac{p}{2N+1}\right) \sum_{m=1}^{M_\xi} \sum_{l=1}^{M_\eta} \sum_{q < s} \left[ \frac{\partial^2 G_{2\xi\eta}(\omega; \omega_\phi; P)}{\partial P_q \partial P_s} \right]_m K_{qsm\ell p\xi\eta} \exp \left[ -j \frac{\omega}{\omega_\phi} (\varphi_{m\xi} - \varphi_{l\eta}) \right] \cos \left( \frac{\omega}{\omega_\phi} 2\pi p \right) + \\
 & + \sum_{m=1}^{M_\xi} \sum_{l=1}^{M_\eta} \left[ G_{2\xi\eta}(\omega; m_q) + \frac{1}{2} \sum_{q=1}^Q \left[ \frac{\partial^2 G_{2\xi\eta}(\omega; \omega_\phi; P)}{\partial P_q^2} \right]_m D_q \right] \exp \left[ -j \frac{\omega}{\omega_\phi} (\varphi_{m\xi} - \varphi_{l\eta}) \right] \omega_\phi \sum_{r=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - r\omega_\phi); \quad (6)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 F_{\eta\xi}(\omega) & = \frac{2}{T} \left[ \sum_{m=1}^{M_\eta} \sum_{l=1}^{M_\xi} \sum_{q < s} \left[ \frac{\partial^2 G_{1\eta\xi}(\omega; \omega_\phi; P)}{\partial P_q \partial P_s} \right]_m K_{qsm\ell\eta\xi} \exp \left[ -j \frac{\omega}{\omega_\phi} (\varphi_{m\eta} - \varphi_{l\xi}) \right] + \right. \\
 & + \lim_{N \rightarrow \infty} 2 \sum_{p=1}^{2N} \left(1 - \frac{p}{2N+1}\right) \sum_{m=1}^{M_\eta} \sum_{l=1}^{M_\xi} \sum_{q < s} \left[ \frac{\partial^2 G_{2\eta\xi}(\omega; \omega_\phi; P)}{\partial P_q \partial P_s} \right]_m K_{qsm\ell p\eta\xi} \exp \left[ -j \frac{\omega}{\omega_\phi} (\varphi_{m\eta} - \varphi_{l\xi}) \right] \cos \left( \frac{\omega}{\omega_\phi} 2\pi p \right) + \\
 & \left. + \sum_{m=1}^{M_\eta} \sum_{l=1}^{M_\xi} \left[ G_{2\eta\xi}(\omega; m_q) + \frac{1}{2} \sum_{q=1}^Q \left[ \frac{\partial^2 G_{2\eta\xi}(\omega; \omega_\phi; P)}{\partial P_q^2} \right]_m D_q \right] \exp \left[ -j \frac{\omega}{\omega_\phi} (\varphi_{m\eta} - \varphi_{l\xi}) \right] \omega_\phi \sum_{r=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - r\omega_\phi) \right], \quad (7)
 \end{aligned}$$

где  $m_q$ ,  $D_q$  – соответственно, математические ожидания и дисперсии параметров импульсов;  $K_{qsm\ell\xi\eta}$ ,  $K_{qsm\ell p\xi\eta}$ ,  $K_{qsm\ell\eta\xi}$ ,  $K_{qsm\ell p\eta\xi}$  – коэффициенты корреляции и взаимной корреляции случайных однородных и разно-

родных параметров импульсов моментов нагружения на  $m$ -й и  $l$ -й плоскости резания  $\xi$ -го и  $\eta$ -го участков;  $p = n - i$ .

В выражениях (6) и (7) введены обозначения:

$$\begin{aligned}
 G_{\xi\eta 1}(j\omega; \omega_\phi; P) & = S_{C0\xi}(j\omega; \omega_\phi; P_{m\xi}) S_{C0\eta}^*(j\omega; \omega_\phi; P_{l\eta}) \sum_{v=0}^{L_\xi-1} \sum_{\mu=0}^{L_\eta-1} \exp \left[ -j \frac{\omega}{\omega_\phi} (v\varphi_{T\xi} - \mu\varphi_{T\eta}) \right]; \\
 G_{\xi\eta 2}(j\omega; \omega_\phi; P) & = S_{C0\xi}(j\omega; \omega_\phi; P_{m\xi}) S_{C0\eta}^*(j\omega; \omega_\phi; P_{l\eta}) \sum_{v=0}^{L_\xi-1} \sum_{\mu=0}^{L_\eta-1} \exp \left[ -j \frac{\omega}{\omega_\phi} (v\varphi_{T\xi} - \mu\varphi_{T\eta}) \right]; \\
 G_{\eta\xi 1}(j\omega; \omega_\phi; P) & = S_{C0\eta}(j\omega; \omega_\phi; P_{m\eta}) S_{C0\xi}^*(j\omega; \omega_\phi; P_{l\xi}) \sum_{v=0}^{L_\eta-1} \sum_{\mu=0}^{L_\xi-1} \exp \left[ -j \frac{\omega}{\omega_\phi} (v\varphi_{T\eta} - \mu\varphi_{T\xi}) \right]; \\
 G_{\eta\xi 2}(j\omega; \omega_\phi; P) & = S_{C0\eta}(j\omega; \omega_\phi; P_{m\eta}) S_{C0\xi}^*(j\omega; \omega_\phi; P_{l\xi}) \sum_{v=0}^{L_\eta-1} \sum_{\mu=0}^{L_\xi-1} \exp \left[ -j \frac{\omega}{\omega_\phi} (v\varphi_{T\eta} - \mu\varphi_{T\xi}) \right].
 \end{aligned}$$

При определении усредненных значений в выражениях (1) и (2) было использовано разложение функций в ряд Тейлора в окрестности точки с координатами, соответствующи-

ми средним значениям параметров с ограничением членами до второго порядка [8].

При выводе выражений (6) и (7) учтено, что:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{(2N+1)} \sum_{n=-N}^N \sum_{\substack{i=-N \\ n \neq i}}^N \exp \left[ -j \frac{\omega}{\omega_\phi} 2\pi(n-i) \right] = \omega_\phi \sum_{r=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - r\omega_\phi) - 1,$$

а так же

$$G_{1\xi\eta}(\omega; m_q) = G_{2\xi\eta}(\omega; m_q); \quad G_{1\eta\xi}(\omega; m_q) = G_{2\eta\xi}(\omega; m_q);$$

$$\frac{1}{2} \sum_{q=1}^Q \left[ \frac{\partial^2 G_{1\xi\eta}(\omega; P_{m\xi}; P_{l\eta})}{\partial P_q^2} \right]_m D_q = \frac{1}{2} \sum_{q=1}^Q \left[ \frac{\partial^2 G_{2\xi\eta}(\omega; P_{m\xi}; P_{l\eta})}{\partial P_q^2} \right]_m D_q ;$$

$$\frac{1}{2} \sum_{q=1}^Q \left[ \frac{\partial^2 G_{1\eta\xi}(\omega; P_{m\eta}; P_{l\xi})}{\partial P_q^2} \right]_m D_q = \frac{1}{2} \sum_{q=1}^Q \left[ \frac{\partial^2 G_{2\eta\xi}(\omega; P_{m\eta}; P_{l\xi})}{\partial P_q^2} \right]_m D_q .$$

Окончательно, используя метод рандомизации [10], усредним выражения (6) и (7) по угловой скорости вращения рабочего органа.

Таким образом, для взаимных энергетических спектров имеем:

$$F_{\xi\eta}(\omega) = \frac{2}{T} \left[ \sum_{m=1}^{M_\xi} \sum_{l=1}^{M_\eta} \sum_{q<s} \Psi_{1ml\xi\eta}(\omega) K_{qsm l\xi\eta} + \lim_{N \rightarrow \infty} 2 \sum_{p=1}^{2N} \left( 1 - \frac{p}{2N+1} \right) \sum_{m=1}^{M_\xi} \sum_{l=1}^{M_\eta} \sum_{q<s} \Psi_{2ml\xi\eta}(\omega) K_{qsm p\xi\eta} + \right. \\ \left. + \sum_{r=-\infty}^{\infty} \left( G_{2\xi\eta}(r; m_q) + \frac{1}{2} \sum_{q=1}^Q \left[ \frac{\partial^2 G_{2\xi\eta}(r; P)}{\partial P_q^2} \right]_m D_q \right) \sum_{m=1}^{M_\xi} \sum_{l=1}^{M_\eta} \exp[-jr(\varphi_{m\xi} - \varphi_{l\eta})] \frac{\omega}{r^2} W\left(\frac{\omega}{r}\right) \right];$$

$$F_{\eta\xi}(\omega) = \frac{2}{T} \left[ \sum_{m=1}^{M_\eta} \sum_{l=1}^{M_\xi} \sum_{q<s} \Psi_{1ml\eta\xi}(\omega) K_{qsm l\eta\xi} + \lim_{N \rightarrow \infty} 2 \sum_{p=1}^{2N} \left( 1 - \frac{p}{2N+1} \right) \sum_{m=1}^{M_\eta} \sum_{l=1}^{M_\xi} \sum_{q<s} \Psi_{2ml\eta\xi}(\omega) K_{qsm p\eta\xi} + \right. \\ \left. + \sum_{r=-\infty}^{\infty} \left( G_{2\eta\xi}(r; m_q) + \frac{1}{2} \sum_{q=1}^Q \left[ \frac{\partial^2 G_{2\eta\xi}(r; P)}{\partial P_q^2} \right]_m D_q \right) \sum_{m=1}^{M_\eta} \sum_{l=1}^{M_\xi} \exp[-jr(\varphi_{m\eta} - \varphi_{l\xi})] \frac{\omega}{r^2} W\left(\frac{\omega}{r}\right) \right],$$

где

$$\Psi_{1ml\xi\eta}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \frac{\partial^2 G_{1\xi\eta}(\omega; \omega_\phi; P)}{\partial P_q \partial P_s} \right]_m \exp\left[-j \frac{\omega}{\omega_\phi} (\varphi_{m\xi} - \varphi_{l\eta})\right] W(\omega_\phi) d\omega_\phi ;$$

$$\Psi_{2mlp\xi\eta}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \frac{\partial^2 G_{2\xi\eta}(\omega; \omega_\phi; P)}{\partial P_q \partial P_s} \right]_m \exp\left[-j \frac{\omega}{\omega_\phi} (\varphi_{m\xi} - \varphi_{l\eta})\right] \cos\left(\frac{\omega}{\omega_\phi} 2\pi p\right) W(\omega_\phi) d\omega_\phi ;$$

$$\Psi_{1ml\eta\xi}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \frac{\partial^2 G_{1\eta\xi}(\omega; \omega_\phi; P)}{\partial P_q \partial P_s} \right]_m \exp\left[-j \frac{\omega}{\omega_\phi} (\varphi_{m\eta} - \varphi_{l\xi})\right] W(\omega_\phi) d\omega_\phi ;$$

$$\Psi_{2mlp\eta\xi}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \frac{\partial^2 G_{2\eta\xi}(\omega; \omega_\phi; P)}{\partial P_q \partial P_s} \right]_m \exp\left[-j \frac{\omega}{\omega_\phi} (\varphi_{m\eta} - \varphi_{l\xi})\right] \cos\left(\frac{\omega}{\omega_\phi} 2\pi p\right) W(\omega_\phi) d\omega_\phi ,$$

где  $W(\omega_\phi)$  – плотность распределения угловой скорости вращения фрезы.

Полученные выражения показывают, что взаимные спектральные плотности определяются спектром функции описывающей изменение момента сопротивления на режущем элементе при одиночном акте взаимодействия с обрабатываемой средой, коэффициентами корреляции и взаимной корреля-

ции параметров импульсов. Они зависят от расстановки режущих элементов на участках рабочего органа, числа ножей в плоскости резания и плотности распределения угловой скорости вращения фрезы. Причем даже в случае равенства нулю коэффициентов корреляции и взаимной корреляции параметров значения взаимных энергетических спектров не становятся равными нулю:

$$F_{\xi\eta}(\omega) = \frac{2}{T} \sum_{r=-\infty}^{\infty} \left( G_{2\xi\eta}(r; m_q) + \frac{1}{2} \sum_{q=1}^Q \left[ \frac{\partial^2 G_{2\xi\eta}(r; P)}{\partial P_q^2} \right]_m D_q \right) \sum_{m=1}^{M_\xi} \sum_{l=1}^{M_\eta} \exp[-jr(\varphi_{m\xi} - \varphi_{l\eta})] \frac{\omega}{r^2} W\left(\frac{\omega}{r}\right);$$

$$F_{\eta\xi}(\omega) = \frac{2}{T} \sum_{r=-\infty}^{\infty} \left( G_{2\eta\xi}(r; m_q) + \frac{1}{2} \sum_{q=1}^Q \left[ \frac{\partial^2 G_{2\eta\xi}(r; P)}{\partial P_q^2} \right]_m D_q \right) \sum_{m=1}^{M_\eta} \sum_{l=1}^{M_\xi} \exp[-jr(\varphi_{m\eta} - \varphi_{l\xi})] \frac{\omega}{r^2} W\left(\frac{\omega}{r}\right).$$

Выражения для определения взаимных спектральных плотностей моментов сопротивления, формируемых на различных участках, позволяют на стадии проектирования рассчитать спектральную плотность момента сопротивления на рабочем органе с помощью подхода, представленного в [8].

Вероятностные характеристики нагрузок на фрезу служат исходной информацией для динамического анализа системы привода и конструкции агрегата, его прочностного анализа, выбора оптимальных параметров и режимов работы.

### 3. Заключение

Рассмотрен случай, когда рабочий орган дорожной фрезы состоит из нескольких

участков, каждый из которых может иметь несколько плоскостей резания с различным числом ножей в плоскости. Радиус по концам режущих элементов внутри каждого из участков одинаков.

Для расчета спектральной плотности момента сопротивления на фрезе в случае статистической зависимости моментов сопротивления на ее различных участках необходимо знание взаимных спектральных плотностей моментов.

В статье предложен аналитический метод определения взаимных спектральных плотностей на рабочем органе на стадии проектирования с учетом его конструкции, режимов работы, и условий эксплуатации.

### Список литературы

1. Баловнев В.И., Беляев М.А. Машины для содержания и ремонта городских и автомобильных дорог / под общ. ред. В.И. Баловнева. – М. – Омск: ОАО «Омский дом печати», 2005. – 768 с.
2. Баловнев В.И. Оценка инновационных предложений в дорожной и строительной технике. – М.: МАДИ, 2008. – 100 с.
3. WIRTGEN. Cold Recycling Technology. – Wirtgen GmbH, 2012. – 370 p.
4. WIRTGEN. Cold milling manual. Technology and application. – Wirtgen GmbH, 2013. – 244 p.
5. Селиверстов Н.Д. Влияние режимов работы дорожных фрез и износа режущих элементов на профиль формируемой поверхности // Интерстроймех 2014: Междунар. научно-техн. конф., 2014. – С. 77-81.
6. Ma Peng-yu, Hu Yong-biao, Zhang Zhong-hai. The dynamical model of a cold milling machine and its adaptive power control

### References

1. Balovnev V.I., Belyaev M.A. *Mashiny dlya sodержaniya i remonta gorodskikh i avtomobilnykh dorog* [Machines for maintenance and repair of urban and motor roads]. Moscow, Omsk, ОАО «Omskiy dom pechaty», 2005. 768 p. (In Russian)
2. Balovnev V.I. *Otsenka innovatsionnykh predlozheniy v dorozhnoy i stroitelnoy tekhnike* [Evaluation of innovative proposals in road and construction equipment]. Moscow, MADI, 2008. 100 p. (In Russian)
3. WIRTGEN. Cold Recycling Technology, 1 st. edition. Wirtgen GmbH, 2012. 370 p.
4. WIRTGEN. Cold milling manual. Technology and application. Wirtgen GmbH, 2013. 244 p.
5. Seliverstov N.D. *Vliyanie rezhimov raboty dorozhnykh frez i iznosa rezhushchikh elementov na profil formiruemoy poverkhnosti* [The influence of operating modes of road mills and wear of cutting elements on the pro-



simulation // Simulation. 2011. Vol. 87 (9). P. 809-817. DOI: <https://doi.org/10.1177/0037549710371385>

7. Peng-yu Ma, Yong-biao Hu, Xin-rong Zhang. Selection of Adaptive Power Control Parameters for a Cold Milling Machine and its Simulation // Simulation. Vol. 83(12). P. 843-850. DOI: <https://doi.org/10.1177/0037549708089111>

8. Фомин К.В. Моделирование и расчет вероятностных характеристик момента сопротивления на рабочем органе дорожной фрезы // Научно-технический вестник Брянского государственного университета. 2019. № 3. С. 407-417. DOI: <https://doi.org/10.22281/2413-9920-2019-05-03-407-417>

9. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. М.: Радио и связь, 1989. 656 с.

10. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника. М.: Радио и связь, 1982. 625 с.

file of the formed surface]. Interstroyemekh-2014, Mezhd. nauchno-tekhn. konf. 2014. P. 77-81. (In Russian)

6. Ma Peng-yu, Hu Yong-biao, Zhang Zhong-hai. The dynamical model of a cold milling machine and its adaptive power control simulation. *Simulation*, 2011, Vol. 87, No. 9, pp. 809-817. DOI: <https://doi.org/10.1177/0037549710371385>

7. Peng-yu Ma, Yong-biao Hu, Xin-rong Zhang. Selection of Adaptive Power Control Parameters for a Cold Milling Machine and its Simulation. *Simulation*, Vol. 83, No.12, pp. 843-850. DOI: <https://doi.org/10.1177/0037549708089111>

8. Fomin K.V. Modeling and calculation of probabilistic characteristics resistance moment on the working body of the road mill. *Nauchno-tekhnicheskiiy vestnik Bryanskogo gosudarstvennogo universiteta*, 2019, No.3, pp. 407-417. DOI: <https://doi.org/10.22281/2413-9920-2019-05-03-407-417>. (In Russian)

9. Levin B.R. *Teoreticheskie osnovy statisticheskoy radiotekhniki* [Theoretical bases of statistical radio engineering]. Moscow, Radio i svyaz, 1989. 656 p. (In Russian)

10. Tihonov V.I. *Statisticheskaya radiotekhnika* [Statistical radio engineering]. Moscow, Radio i svyaz, 1982. 625 p. (In Russian)