

УДК (UDC) 625.76.08

МОДЕЛИРОВАНИЕ И РАСЧЕТ ВЕРОЯТНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК  
МОМЕНТА СОПРОТИВЛЕНИЯ НА РАБОЧЕМ ОРГАНЕ ДОРОЖНОЙ ФРЕЗЫMODELING AND CALCULATION OF PROBABILISTIC CHARACTERISTICS  
RESISTANCE MOMENT ON THE WORKING BODY OF THE ROAD MILLФомин К.В.  
Fomin K.V.Тверской государственный технический университет (Тверь, Россия)  
Tver State Technical University (Tver, Russian Federation)

**Аннотация.** В процессе выполнения технологической операции на рабочем органе дорожной фрезы возникают резко переменные случайные нагрузки. Это связано с периодическим характером взаимодействия режущих элементов с обрабатываемым материалом и случайным характером условий и режимов работы фрезерующего агрегата. В статье предложена модель формирования момента сопротивления на фрезе. Представлен случай, когда она состоит из участков, каждый из которых имеет несколько плоскостей резания с различным числом ножей в плоскости. Предложено рассматривать нагрузку в виде последовательности импульсов, имеющих сложную структуру и случайные параметры. Получены выражения, позволяющие на стадии проектирования рассчитывать математическое ожидание и спектральную плотность момента на рабочем органе с учетом его конструкции, угловой скорости, случайной изменчивости физико-механических свойств обрабатываемой среды, глубинной фрезерования. Вероятностные характеристики нагрузок на фрезе служат исходной информацией для динамического анализа системы привода и конструкции агрегата, его прочностного анализа, выбора оптимальных параметров и режимов работы, расчета показателей надежности и технико-экономических показателей с учетом динамических свойств двигателя.

**Ключевые слова:** дорожная фреза, фрезерный барабан, модель момента сопротивления, математическое ожидание момента, спектральная плотность момента

**Дата принятия к публикации:** 06.09.2019  
**Дата публикации:** 25.09.2019

**Сведения об авторе:**

**Фомин Константин Владимирович** - доктор технических наук, доцент, заведующий кафедрой «Механизация природообустройства и ремонт машин», ФГБОУ ВО «Тверской государственный технический университет», e-mail: fomin\_tver@mail.ru.

**Abstract.** In the process of performing a technological operation on the working body of the road mill sharply variable random loads occur. This is due to the periodic nature of the interaction of the cutting elements with the material being processed and the random nature of the change in the milling depth, the physical and mechanical properties of the medium being processed, as well as the operating modes. The article proposes a model of formation of the moment of resistance on the mill during interaction with the processed material. The case when the working body consists of several sections, each of which has several cutting planes, with a different number of knives in the plane, is considered. Factors that determine the nature of the load, such as the frequency of interaction of the cutting elements with the processed material and the randomness of the operating conditions of the unit, lead to their presentation as a sequence of pulses with random parameters. Expressions are obtained in the article that allow calculating the mathematical expectation and spectral density of the moment on the working body at the design stage, taking into account the operating modes, its design, the physico-mechanical properties of the milled material and their probabilistic characteristics. The probabilistic characteristics of the loads on the mill serve as initial information for the dynamic analysis of the drive system and the design of the unit, its strength analysis, and the selection of optimal parameters and operating modes.

**Keywords:** road mill, milling drum, model of moment of resistance, mathematical expectation of moment, spectral density of moment

**Date of acceptance for publication:** 06.09.2019  
**Date of publication:** 25.09.2019

**Author's information:**

**Konstantin V. Fomin** – Doctor of Technical Sciences, Associate Professor, Chair of Department “Mechanization of Environmental and Repair Machines” at Tver State Technical University, e-mail: fomin\_tver@mail.ru.

## 1. Введение

В настоящее время при строительстве и ремонте дорожной сети широкое применение нашли машины с рабочими органами фрезерного типа [1-5]. Они обладают высокой производительностью, позволяют сократить число технологических операций, дают возможность обеспечить их комплексную механизацию, достичь высокого качества работ [4, 5].

Типы, основные параметры, требования эргономики, безопасности самоходных дорожных фрез представлены в ГОСТ 31556-

2012 «Фрезы дорожные холодные самоходные. Общие технические условия».

В зависимости от функциональных требований применяются несколько типов фрезерных барабанов: стандартные, грубые, точные и сверхточные, которые отличаются конструкцией, схемой расположения, количеством режущих элементов и режимами работы [4-6].

Рабочий орган (рис. 1) осуществляет фрезерование и перемещение материала в зону лопаток, которые забрасывают его на конвейер или в зону принудительного смешивания [6].

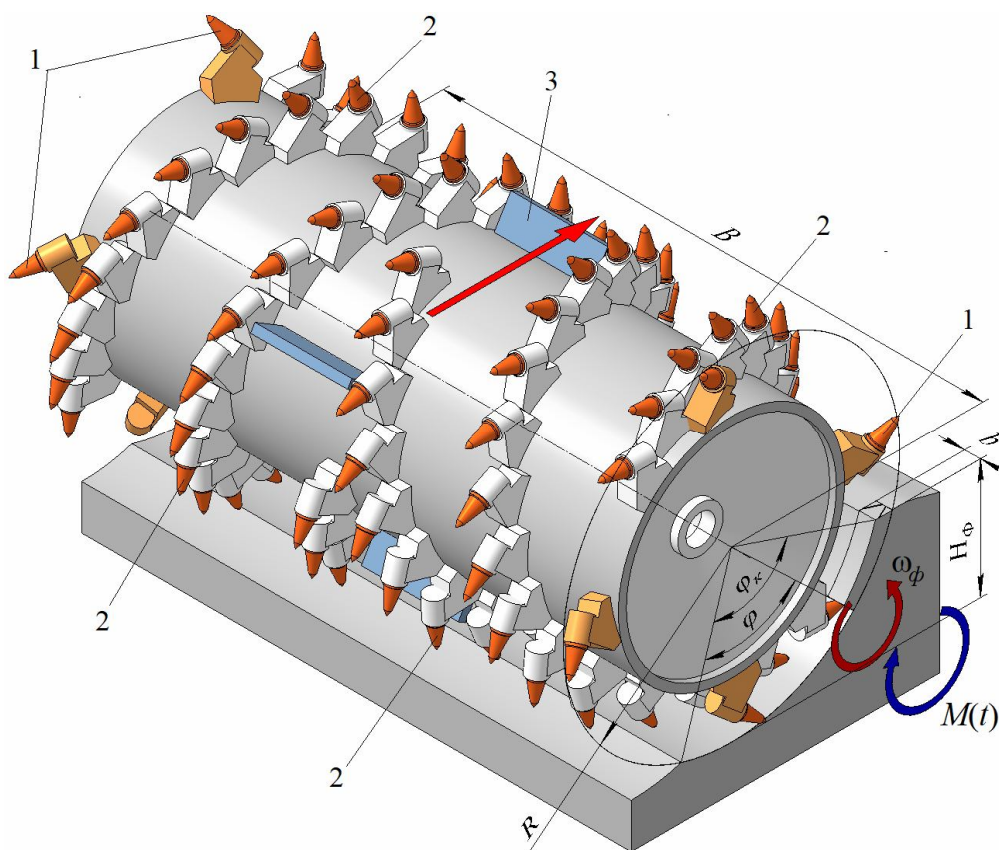


Рис.1. Схема рабочего органа фрезерного типа:

1 – режущие элементы левой и правой торцевых зон фрезерования; 2 – режущие элементы зон фрезерования и транспортирования материала; 3 – забрасывающая лопатка

Соответственно, рабочий орган условно можно разделить на левую и правую торцевые зоны фрезерования (зоны внешнего режущего кольца), задача которой – формирование плоской направленной кромки. И на зону фрезерования и транспортирования ма-

териала, которое обеспечивается за счет спиральной установки ножей, а также центральную зону фрезерования и погрузки материала, имеющую помимо режущих элементов забрасывающие лопатки [4-6].

В процессе выполнения технологической операции на рабочем органе возникают резко переменные случайные нагрузки. Это связано с периодическим характером взаимодействия режущих элементов с обрабатываемым материалом и случайным характером изменения глубины фрезерования, физико-механических свойств обрабатываемой среды, а так же режимов работы. Это приводит к значительным динамическим нагрузкам в элементах привода и конструкции агрегата, к ухудшению технико-экономических показателей его работы.

Дальнейшее развитие и интенсификация производственных процессов требует создания высокопроизводительных и надёжных машин, что связано с решением ряда задач, одной из которых является разработка эффективных методов проектирования и расчёта [1]. Точность их определяется тем, насколько величина и характер силовых факторов, действующих в элементах конструкции, принимаемых при прочностном анализе, соответствуют действительным [1, 7].

Статья посвящена разработке моделей формирования момента сопротивления на рабочем органе дорожной фрезы и аналитических методов его анализа с учетом случайного характера нагружения.

## 2. Моделирование момента сопротивления на рабочем органе дорожной фрезы

Выделим на рабочем органе  $I$  участков с одинаковым количеством ножей в плоскости резания  $z_i$  и с одинаковым радиусом по концам режущих элементов  $R_i$ .

Например, для схемы фрезы, представленной на рис. 1 имеется три участка ( $I=3$ ):

- первый – содержащий режущие элементы левой торцевой зоны ( $z_1 = 4$ );
- второй – резцы зон фрезерования и транспортирования материала ( $z_2 = 2$ );
- третий – правой торцевой зоны ( $z_3 = 4$ ).

В плоскости резания ножи расположены равномерно. Угол между соседними режущими элементами в одной плоскости резания  $\varphi_{Ti}$ . Угол сдвига между ножами в  $m$ -й

плоскости резания и началом отсчета для  $i$ -го участка  $\varphi_{mi}$ . Угол контакта ножа с обрабатываемой средой  $\varphi_{ki}$ .

Забрасывающие лопатки расположены равномерно по окружности фрезы. Угол между соседними лопатками  $\varphi_{TL}$ . Сдвиг лопаток относительно начальной точки отсчета  $\varphi_L$ . Угол контакта лопатки с материалом  $\varphi_{cL}$ .

Начальная точка отсчета одинакова для режущих элементов всех участков и для забрасывающих лопаток. Угловая скорость вращения фрезы  $\omega_\phi$ , скорость перемещения агрегата  $W$ .

Общий момент сопротивления при выполнении технологической операции равен

$$M(t) = \sum_{i=1}^I M_{Ci}(t) + M_L(t), \quad (1)$$

где  $M_{Ci}(t)$ ,  $M_L(t)$  – соответственно, моменты сопротивления на рабочем органе при взаимодействии режущих элементов, расположенных на  $i$ -м участке и при взаимодействии забрасывающих лопаток со сфрезерованным материалом.

Учитывая периодичность контакта режущих элементов с обрабатываемым материалом и случайный характер параметров, определяющих условия работы агрегата, общий момент сопротивления на режущих элементах  $i$ -го участка может быть представлен в виде последовательности импульсов со случайными параметрами (рис. 2):

$$M_{Ci}(t) = \sum_{m=1}^{M_i} \sum_{n=-\infty}^{\infty} M_{C0i}(t - t_{mni}; P_{mni}), \quad (2)$$

где  $M_i$  – число плоскостей резания на  $i$ -м участке;  $n$  – номер импульса нагружения на  $m$ -й плоскости резания  $i$ -го участка рабочего органа;  $M_{C0i}(t; P_{mni})$  – функция, описывающая изменение момента сопротивления на одиночном режущем элементе в пределах угла контакта с обрабатываемой средой на  $m$ -й плоскости резания для  $i$ -го участка;  $t_{mni}$  – момент возникновения  $n$ -го импульса нагрузки на  $m$ -й плоскости резания  $i$ -го участка;  $P_{mni}$  – случайные параметры  $n$ -го импульса на  $m$ -й плоскости резания  $i$ -го участка.

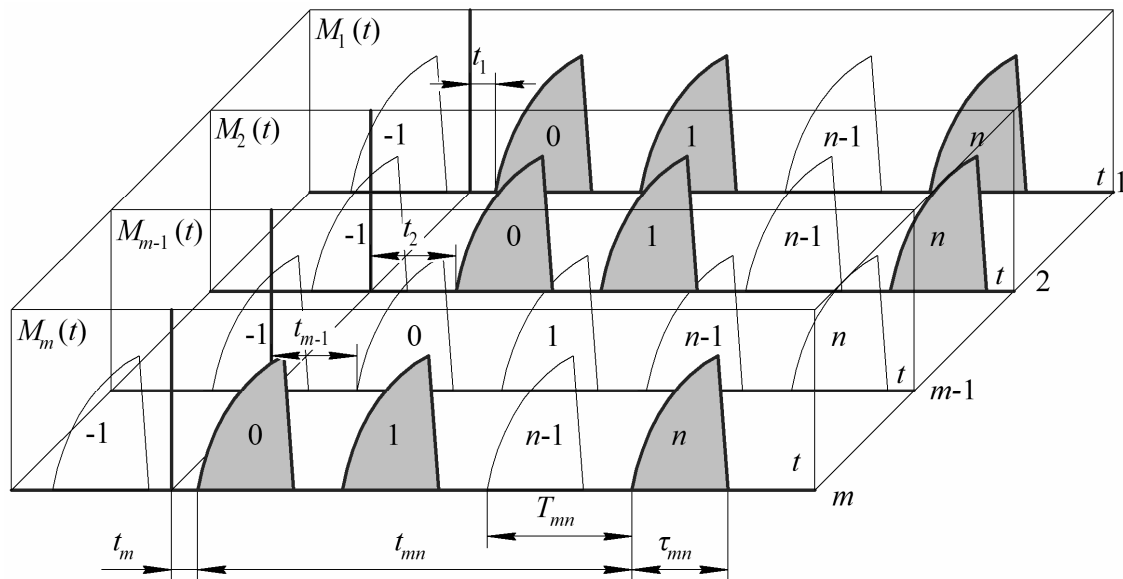


Рис.2. Модель формирования момента сопротивления на  $i$ -м участке рабочего органа при взаимодействии режущих элементов с обрабатываемой средой

Параметры импульсов нагружения случайны и определяются характером изменения физико-механических свойств обрабатываемого материала, глубины фрезерования, угловой скорости вращения рабочего органа, изменчивостью толщины стружки из-за неравномерности движения агрегата и многими другими факторами.

Вариация глубины фрезерования и соответственно угла контакта ножа с обрабатываемым материалом  $\varphi_{ki}$  зависит от изменения профиля поверхности и схемы подвески фрезы, а также от перемещений, вызванных воздействием сил резания и силами, связанными с ее неуравновешенностью. Эти факторы наряду с колебаниями угловой скорости вращения  $\omega_\phi$  приводят к случайному характеру изменения длительности импульсов  $\tau_i = \varphi_{ki} / \omega_\phi$ , периода их повторности на одиночной плоскости резания  $T_i = \varphi_{\pi} / \omega_\phi$  и сдвига по времени между импульсами нагрузок на  $m$ -ой плоскостью резания и начальной точкой отсчета  $t_{mi} = \varphi_{mi} / \omega_\phi$ .

Момент сопротивления на рабочем органе при взаимодействии забрасывающих лопаток с материалом представляет собой периодический процесс со случайными параметрами (рис. 3)

$$M_L(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} M_{L0}(t - nT_L - t_L; P_{Ln}), \quad (3)$$

где  $M_{L0}(t; P_{Ln})$  – функция, описывающая момент сопротивления на одиночной забрасывающей лопатке;  $T_L = \varphi_{TL} / \omega_\phi$  – период повторности импульсов нагрузки;  $t_L = \varphi_L / \omega_\phi$  – сдвиг по времени между импульсами нагрузок от взаимодействия забрасывающих лопаток с материалом и начальной точкой отсчета;  $P_{Ln}$  – случайные параметры импульсов нагрузок.

Случайными являются амплитуда импульсов нагрузки, связанная со случайным объемом захватываемого материала лопаткой, изменением его плотности, а так же количеством материала подаваемого на нее, зависящее от изменения глубины фрезерования. Вариация длительности импульсов и их периода повторности зависит от изменения угловой скорости вращения фрезы.

Случайный характер нагрузок для анализа требует применения теории случайных функций [7-11]. Известно, что для полного их описания необходимо знать многомерные, в общем случае зависимые от времени плотности распределения [9, 10]. На практике, как правило, ограничиваются рассмотрением математического ожидания, дисперсии и спектральной плотности процесса. На ос-

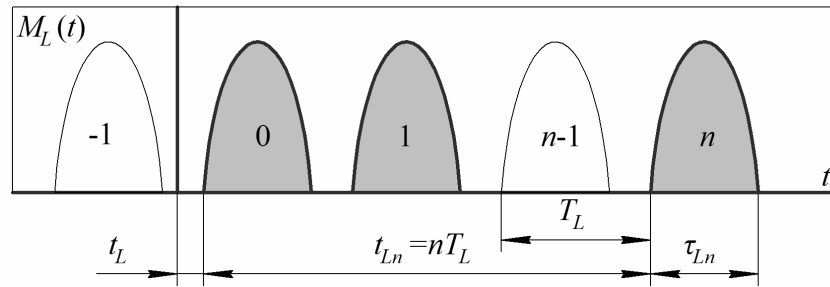


Рис.3. Модель формирования момента сопротивления на фрезе при взаимодействии забрасывающих лопаток с материалом

новании которых, используя методы статистической динамики механических систем [7, 8], можно рассчитать вероятностные характеристики силовых факторов, действующих в элементах конструкции дорожной фрезы и получить исходную информацию для ее прочностного анализа и выбора оптимальных параметров и режимов работы.

### 3. Определение математического ожидания момента сопротивления на рабочем органе

Математическое ожидание суммарного момента сопротивления на рабочем органе с учетом (1) равно:

$$m_1 \{M(t)\} = \sum_{i=1}^I m_1 \{M_{Ci}(t)\} + m_1 \{M_L(t)\},$$

где  $m_1 \{ \}$  – знак усреднения;  $m_1 \{M_{Ci}(t)\}$ ,  $m_1 \{M_L(t)\}$  – соответственно, математические ожидания моментов сопротивления для режущих элементов на  $i$ -м участке фрезы и при взаимодействии забрасывающих лопаток с материалом.

При определении математических ожиданий составляющих момента воспользуемся выражением [9]:

$$Z_{Mi}(j\omega; \omega_\phi) = \sum_{m=1}^{M_i} \sum_{n=-N}^N S_{C0i}(j\omega; \omega_\phi; P_{mni}) \exp\left(-j \frac{\omega}{\omega_\phi} \varphi_{mi}\right) \exp\left(-j \frac{\omega}{\omega_\phi} n\varphi_{Ti}\right), \quad (5)$$

где  $S_{C0i}(j\omega; \omega_\phi; P_{mni})$  – спектр одиночного импульса нагружения на режущем элементе  $i$ -го участка

$$S_{C0i}(j\omega; \omega_\phi; P_{mni}) = \int_0^{\varphi_{ki}/\omega_\phi} M_{C0i}(\omega_\phi t; P_{mni}) \exp(-j\omega t) dt.$$

Подставляя (5) в (4) имеем:

$$m_1 \{M(t)\} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} m_1 \{Z_n^{(k)}(\omega)\} \exp(j\omega t) d\omega, \quad (4)$$

где  $m_1 \{ \}$  – знак усреднения;  $Z^k(j\omega)$  – спектр  $k$ -ой реализации случайного процесса (в дальнейшем в выражениях индекс  $k$  опускаем)

$$Z_n^{(k)} = \int_{-\infty}^{\infty} M_n^{(k)}(t) \exp(-j\omega t) dt.$$

Рассмотрим определение математического ожидания  $M_{Ci}(t)$  на рабочем органе при взаимодействии режущих элементов, расположенных на  $i$ -м участке с обрабатываемым материалом. Для учета влияния случайного характера изменения угловой скорости воспользуемся методом рандомизации [10]. В начале, определим математическое ожидание момента, считая величину угловой скорости фиксированной.

Для случая, когда параметры импульсов и угловая скорость изменяются достаточно плавно за время, равное длительности нескольких импульсов, то есть в пределах одиночного импульса параметры можно считать постоянными, используя свойства преобразования Фурье для спектра момента (2) получим:

$$m_1 \{M_{Ci}(t; \omega_\phi)\} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{m=1}^{M_i} \sum_{n=-\infty}^{\infty} m_1 \{S_{C0i}(\omega; P_{mni})\} \exp\left(-j \frac{\omega}{\omega_\phi} \varphi_{mi}\right) \times \\ \times \exp\left(-j \frac{\omega}{\omega_\phi} \varphi_{Ti}\right) \exp(j\omega\varphi) d\omega.$$

Учитывая, что при  $N \rightarrow \infty$  [9, 10]:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{n=-N}^N \exp\left(-jn\omega \frac{\varphi_{Ti}}{\omega_\phi}\right) = \frac{2\pi\omega_\phi}{\varphi_{Ti}} \sum_{r=-\infty}^{\infty} \delta\left(\omega - 2\pi r \frac{\omega_\phi}{\varphi_{Ti}}\right),$$

где  $\delta(\omega)$  – дельта-функция [9, 10];  $r = 0; \pm 1; \pm 2; \dots$ , получим

$$m_1 \{M_{Ci}(t; \omega_\phi)\} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} m_1 \{S_{C0i}(\omega; P_i)\} \sum_{m=1}^{M_i} \exp\left(-j\omega \frac{\varphi_{mi}}{\omega_\phi}\right) \times \\ \times \frac{2\pi\omega_\phi}{\varphi_{Ti}} \sum_{r=-\infty}^{\infty} \delta\left(\omega - 2\pi r \frac{\omega_\phi}{\varphi_{Ti}}\right) \exp(j\omega\varphi) d\omega.$$

При выводе выражения для математического ожидания принято, что вероятностные характеристики параметров импульсной последовательности не зависят от номера импульса и номера плоскости резания (стационарные свойства случайных параметров импульсов в случае стационарного характера изменения физико-механических свойств фрезеруемого материала и глубины фрезерования). Используя фильтрующее свойство дельта-функции [9, 10], для  $m_1 \{M_{Ci}(t; \omega_\phi)\}$  запишем:

$$m_1 \{M_{Ci}(t; \omega_\phi)\} = \frac{\omega_\phi}{\varphi_{Ti}} \sum_{r=-\infty}^{\infty} m_1 \left\{ S_{C0i} \left( \frac{2\pi r \omega_\phi}{\varphi_{Ti}}; P_i \right) \right\} \times \\ \times \sum_{m=1}^M \exp\left(-j \frac{2\pi r}{\varphi_{Ti}} \varphi_{mi}\right) \exp\left(j \frac{2\pi r}{\varphi_{Ti}} \varphi\right). \quad (6)$$

Выражение (6) представляет собой разложение усредненной периодической функции  $M_{Ci}(t; \omega_\phi)$  в ряд Фурье в комплексной форме. Математическое ожидание нагрузки на рабочем органе является периодической функцией времени, что отражает ее нестационарный характер. В свою очередь, процесс является стационарным при значениях времени  $t = nT$ , то есть относится к типу периодически стационарных [10].

Значение  $m_1 \{ \}$  в (6) определится через совместное распределение параметров импульсного процесса:

$$m_1 \{S_{C0i}(\omega; P_i)\} = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int S_{C0i}(\omega; P_i) W(P_i) dP_i,$$

где  $W(P_i)$  – совместное распределение параметров.

Окончательно необходимо усреднить (6) по угловой скорости

$$m_1 \{M_{Ci}(t)\} = \int_0^{\infty} m_1 \{M_{Ci}(t; \omega_\phi)\} W_\phi(\omega_\phi) d\omega_\phi,$$

где  $W(\omega_\phi)$  – плотность распределения угловой скорости вращения фрезы.

Учитывая периодический характер математического ожидания, удобнее использовать ее усредненное значение:

$$m_{MCi} = \lim_{T' \rightarrow \infty} \frac{1}{T'} \int_{-T'/2}^{T'/2} m_1 \{M_{Ci}(t)\} dt,$$

где  $T'$  – интервал времени, на котором рассматривается случайная функция.

С учетом (6), получим:

$$m_{MCi} = \frac{M_i}{T_i} m_1 \left\{ \int_0^{\tau_i} M_{C0i}(t) dt \right\},$$

где  $\tau_i, T_i$  – средние длительность период повторности импульсов нагрузки.

Аналогично из (4) может быть получено выражение для математического ожидания момента сопротивления  $M_L(t)$  на рабочем органе при взаимодействии забрасывающих лопаток со сфрезерованным материалом.

Используя свойства преобразования Фурье для спектра момента (3) имеем:

$$Z_L(j\omega; \omega_\phi) = \sum_{n=-N}^N S_{L0}(j\omega; \omega_\phi; P_{Ln}) \exp\left(-j \frac{\omega}{\omega_\phi} \varphi_L\right) \exp\left(-j \frac{\omega}{\omega_\phi} n\varphi_{TL}\right), \quad (7)$$

где  $S_{L0}(j\omega; \omega_\phi; P_{Ln})$  – спектр одиночного импульса нагружения на забрасывающей лопатке

$$S_{L0}(j\omega; \omega_\phi; P_{Ln}) = \int_0^{\varphi_L/\omega_\phi} M_{L0}(\omega_\phi t; P_{Ln}) \exp(-j\omega t) dt.$$

Подставляя (7) в (4) после преобразований получим:

$$m_1 \{M_L(t; \omega_\phi)\} = \frac{\omega_\phi}{\varphi_{TL}} m_1 \left\{ S_{L0} \left( \frac{2\pi r \omega_\phi}{\varphi_{TL}}; P_L \right) \right\} \times \exp\left(-j \frac{2\pi r}{\varphi_{TL}} \varphi_L\right) \exp\left(j \frac{2\pi r}{\varphi_{TL}} \varphi\right). \quad (8)$$

Значение  $m_1 \{ \}$  равно:

$$m_1 \{S_{L0}(\omega; P)\} = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int S_{L0}(\omega; P_L) W(P_L) dP_L,$$

где  $W(P_{Ln})$  – совместное распределение параметров.

Усредняя (8) по угловой скорости

$$m_1 \{M_L(t)\} = \int_0^{\infty} m_1 \{M_L(t; \omega_\phi)\} W_\phi(\omega_\phi) d\omega_\phi.$$

Математическое ожидания момента:

$$m_L = \frac{1}{T_L} m_1 \left\{ \int_0^{\tau_L} M_{L0}(t) dt \right\},$$

где  $\tau_L, T_L$  – средние длительность период повторности импульсов нагрузки.

#### 4. Определение спектральной плотности момента сопротивления на рабочем органе

Спектральная плотность момента сопротивления на рабочем органе при выполнении технологической операции с учетом его составляющих (1) и статистической независимости нагрузок на режущих элементах и забрасывающих лопатках, может быть определена с помощью выражения

$$\begin{aligned} |Z_{Mi}(j\omega; \omega_\phi)|^2 &= \sum_{m=1}^{M_i} \sum_{l=1}^{M_i} \sum_{n=-N}^N \sum_{s=-N}^N S_{C0i}(j\omega; \omega_\phi; P_{mni}) S_{C0i}^*(j\omega; \omega_\phi; P_{lsi}) \times \\ &\times \exp\left(-j \frac{\omega}{\omega_\phi} (\varphi_{mi} - \varphi_{li})\right) \exp\left(-j \frac{\omega}{\omega_\phi} (n-s) \varphi_{Ti}\right), \end{aligned}$$

$$S(\omega) = \sum_{i=1}^I S_{Ci}(\omega) + \sum_{i=1}^I \sum_{k \neq i}^I S_{ik}(\omega) + S_L(\omega),$$

где  $S_{Ci}(\omega), S_{ik}(\omega)$  – соответственно, спектральная плотность момента сопротивления на  $i$ -м участке рабочего органа и взаимные спектральные плотности соответствующих моментов;  $S_L(\omega)$  – спектральная плотность момента при взаимодействии забрасывающих лопаток с материалом.

Если составляющие момента сопротивления можно считать статистически независимыми, то спектральная плотность равна:

$$S(\omega) = \sum_{i=1}^I S_{Ci}(\omega) + S_L(\omega).$$

Для определения спектральных плотностей воспользуемся понятием энергетического спектра случайного импульсного процесса [9]

$$F(\omega) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{2}{(2N+1)T} m_1 \left\{ |Z^{(k)}(j\omega)|^2 \right\}, \quad (9)$$

где  $N$  – число рассматриваемых импульсов;  $T$  – средний период повторности импульсов.

Энергетический спектр связан со спектральной плотностью  $S(\omega)$  соотношением [9]

$$F(\omega) = S(\omega) + 2\pi m^2 \delta(\omega),$$

где  $m$  – математическое ожидание случайного процесса.

Дисперсия стационарной случайной функции равна [9]

$$D = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) d\omega - m^2.$$

Рассмотрим определение спектральной плотности момента сопротивления при взаимодействии режущих элементов, расположенных на  $i$ -м участке рабочего органа.

Из (5) получим выражение для квадрата модуля спектра

где знаком «\*» обозначена комплексно-сопряженная величина.

Подставляя данное выражение в (9), выделяя члены при  $n = s$ ,  $n \neq s$ ,  $m = l$ ,  $m \neq l$  и ограничиваясь случаем стационарного характера распределения условий работа агре-

гата, когда вероятностные характеристики параметров не зависят от временного положения импульсов, а только от их взаимного расположения,  $p = n - s$ , преобразуя, и учитывая, что [9]

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{(2N+1)} \sum_{\substack{n=-N \\ n \neq s}}^N \sum_{s=-N}^N \exp\left(-j \frac{\omega}{\omega_\phi} (n-s) \varphi_{Ti}\right) = \frac{2\pi\omega_\phi}{\varphi_{Ti}} \sum_{r=-\infty}^{\infty} \delta\left(\omega - \frac{2\pi r \omega_\phi}{\varphi_{Ti}}\right) - 1,$$

получим выражение для энергетического спектра момента при постоянной угловой скорости фрезы:

$$\begin{aligned} F_{Mi}(\omega) = & \frac{2}{T_i} \left[ \frac{M_i}{2} \sum_{q=1}^Q \left[ \frac{\partial^2 F_{M1i}(\omega; \omega_\phi; P)}{\partial P_q^2} \right]_m D_q - \frac{M_i}{2} \sum_{q=1}^Q \left[ \frac{\partial^2 F_{M2i}(\omega; \omega_\phi; P)}{\partial P_q^2} \right]_m D_q + \right. \\ & + \sum_{q < s} \left[ \frac{\partial^2 F_{M2i}(\omega; \omega_\phi; P)}{\partial P_q \partial P_s} \right]_m \sum_{m=1}^{M_i} \sum_{l=1}^{M_i} K_{qsm} \exp\left(-j \frac{\omega}{\omega_\phi} (\varphi_{mi} - \varphi_{li})\right) + \\ & + 2 \sum_{q < s} \left[ \frac{\partial^2 F_{M2i}(\omega; \omega_\phi; P)}{\partial P_q \partial P_s} \right]_m \sum_{m=1}^{M_i} \sum_{l=1}^{M_i} \sum_{p=1}^{\infty} K_{qsm} \exp\left(-j \frac{\omega}{\omega_\phi} (\varphi_{mi} - \varphi_{li})\right) \cos\left(\frac{\omega}{\omega_\phi} p \varphi_{Ti}\right) + \\ & + \left( F_{M1i}(\omega; \omega_\phi; m_q) + \frac{1}{2} \sum_{q=1}^Q \left[ \frac{\partial^2 F_{M2i}(\omega; \omega_\phi; P)}{\partial P_q^2} \right]_m D_q \right) \times \\ & \times \sum_{m=1}^{M_i} \sum_{l=1}^{M_i} \exp\left(-j \frac{\omega}{\omega_\phi} (\varphi_{mi} - \varphi_{li})\right) \frac{2\pi\omega_\phi}{\varphi_{Ti}} \sum_{r=-\infty}^{\infty} \delta\left(\omega - \frac{2\pi r \omega_\phi}{\varphi_{Ti}}\right) \Big], \end{aligned} \quad (10)$$

где введены следующие обозначения:

$$\begin{aligned} F_{M1i}(\omega; \omega_\phi; P) &= \left| S_{C0i}(j\omega; \omega_\phi; P) \right|^2, \\ F_{M2i}(\omega; \omega_\phi; P) &= S_{C0i}(j\omega; \omega_\phi; P_q) S_{C0i}^*(j\omega; \omega_\phi; P_s). \end{aligned}$$

При выводе выражения (10) использовано разложение функций, подлежащих усреднению, в ряд Тейлора в окрестности точки с координатами, соответствующими средним значениям параметров с ограничением чле-

нами до второго порядка включительно [11]. При этом для средних значений  $F(\omega; P)$  можно записать [11]:

$$m_1 \{F(\omega; P)\} = F(\omega; m_q) + \frac{1}{2} \sum_{q=1}^Q \left[ \frac{\partial^2 F(\omega; P)}{\partial P_q^2} \right]_m D_q + \sum_{q < s} \left[ \frac{\partial^2 F(\omega; P)}{\partial P_q \partial P_s} \right]_m K_{qs},$$

где  $P_q$  – параметры импульсной последовательности;  $m_q$  – математические ожидания параметров;  $D_q$  – дисперсия параметров;  $K_{qs}$  – коэффициенты корреляции и взаимной корреляции параметров;  $Q$  – число параметров; знак  $q < s$  означает, что суммирование

распространяется на все попарные сочетания слагаемых.

Осуществляя усреднение выражения (10) по угловой скорости вращения рабочего органа для энергетического спектра момента сопротивления получим:



$$F_{Ci}(\omega) = \frac{2}{T_i} \left[ \frac{M_i}{2} \sum_{q=1}^Q \Psi_{1Mqi}(\omega) D_q - \frac{M_i}{2} \sum_{q=1}^Q \Psi_{2Mqi}(\omega) D_q + \right. \\
 + \sum_{q<s} \sum_{m=1}^{M_i} \sum_{l=1}^{M_i} \Psi_{3Mqsml}(\omega) K_{qsml} + 2 \sum_{q<s} \sum_{m=1}^{M_i} \sum_{l=1}^{M_i} \sum_{p=1}^{\infty} \Psi_{4Mqsmlpi}(\omega) K_{qsmlp} + \\
 \left. + \sum_{r=-\infty}^{\infty} \left( F_{M1i} \left( \frac{2\pi r}{\Phi_{Ti}}; m_q \right) + \frac{1}{2} \sum_{q=1}^Q \left[ \frac{\partial^2 F_{M2i}(2\pi r/\Phi_T; P_i)}{\partial P_{qi}^2} \right]_m D_q \right) \times \right. \\
 \left. \times \sum_{m=1}^{M_i} \sum_{l=1}^{M_i} \exp \left( -j \frac{2\pi r}{\Phi_{Ti}} (\varphi_{mi} - \varphi_{li}) \right) \frac{\omega \Phi_{Ti}}{2\pi r^2} W \left( \frac{\omega \Phi_{Ti}}{2\pi r} \right) \right],$$

где

$$\Psi_{1Mqi}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \frac{\partial^2 F_{M1i}(\omega; \omega_\phi; P)}{\partial P_q^2} \right]_m W(\omega_\phi) d\omega_\phi; \\
 \Psi_{2Mqi}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \frac{\partial^2 F_{M2i}(\omega; \omega_\phi; P)}{\partial P_q^2} \right]_m W(\omega_\phi) d\omega_\phi; \\
 \Psi_{3Mqsml}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \frac{\partial^2 F_{M2i}(\omega; \omega_\phi; P)}{\partial P_q \partial P_s} \right]_m \exp \left( -j \frac{\omega}{\omega_\phi} (\varphi_{mi} - \varphi_{li}) \right) W(\omega_\phi) d\omega_\phi; \\
 \Psi_{4Mqsmlpi}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \frac{\partial^2 F_{M2i}(\omega; \omega_\phi; P)}{\partial P_q \partial P_s} \right]_m \exp \left( -j \frac{\omega}{\omega_\phi} (\varphi_{mi} - \varphi_{li}) \right) \cos \left( \frac{\omega}{\omega_\phi} p \Phi_{Ti} \right) W(\omega_\phi) d\omega_\phi.$$

Используя рассмотренную выше методику, можно получить выражения для энергетического спектра момента сопротивления

на рабочем органе при взаимодействии забрасывающих лопаток со сфрезерованным материалом:

$$F_L(\omega) = \frac{2}{T} \left[ \frac{1}{2} \sum_{q=1}^Q \Psi_{1Lq}(\omega) D_{qL} - \frac{1}{2} \sum_{q=1}^Q \Psi_{2Lq}(\omega) D_{qL} + 2 \sum_{q<s} \sum_{p=1}^{\infty} \Psi_{3Lqsp}(\omega) K_{Lqsp} + \right. \\
 \left. + \sum_{r=-\infty}^{\infty} \left( F_{L1} \left( \frac{2\pi r}{\Phi_{TL}}; m_q \right) + \frac{1}{2} \sum_{q=1}^Q \left[ \frac{\partial^2 F_{L2}(2\pi r/\Phi_{TL}; P)}{\partial P_q^2} \right]_m D_q \right) \frac{\omega \Phi_{TL}}{2\pi r^2} W \left( \frac{\omega \Phi_{TL}}{2\pi r} \right) \right],$$

где

$$\Psi_{1Lq}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \frac{\partial^2 F_{L1}(\omega; \omega_\phi; P_L)}{\partial P_q^2} \right]_m W(\omega_\phi) d\omega_\phi; \\
 \Psi_{2Lq}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \frac{\partial^2 F_{L2}(\omega; \omega_\phi; P_L)}{\partial P_q^2} \right]_m W(\omega_\phi) d\omega_\phi; \\
 \Psi_{3Lqsp}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \frac{\partial^2 F_{L2}(\omega; \omega_\phi; P_L)}{\partial P_q \partial P_s} \right]_m \cos \left( \frac{\omega}{\omega_\phi} p \Phi_{TL} \right) W(\omega_\phi) d\omega_\phi,$$

где  $D_{qL}$ ,  $K_{Lqsp}$  – соответственно, дисперсия и коэффициенты корреляции параметров им-

пульсов при взаимодействии забрасывающих лопаток с материалом;

$$F_{L1}(\omega; \omega_{\phi}; P_L) = |S_L(j\omega; \omega_{\phi}; P_L)|^2,$$

$$F_{L2}(\omega; \omega_{\phi}; P_L) = S_L(j\omega; \omega_{\phi}; P_{Lq}) S_L^*(j\omega; \omega_{\phi}; P_{Ls}).$$

Разработанные модели и аналитические подходы позволяют на стадии проектирования определять математическое ожидание и спектральную плотность момента сопротивления на рабочем органе.

Вероятностные характеристики момента служат исходным материалом для исследования динамической нагруженности элементов конструкции дорожной фрезы, выбора ее оптимальных параметров и режимов работы, расчета показателей надежности.

### Список литературы

1. Баловнев, В.И. Дорожно-строительные машины и комплексы / В. И. Баловнев, А.Б. Ермилов, А.Н. Новиков и др.; под общ. ред. В.И. Баловнева. – М.: Машиностроение, 1988. – 384 с.
2. Баловнев, В.И. Машины для содержания и ремонта городских и автомобильных дорог / В.И. Баловнев, М.А. Беляев; под общ. ред. В.И. Баловнева. – М.-Омск: ОАО «Омский дом печати», 2005. – 768 с.
3. Баловнев, В.И. Оценка инновационных предложений в дорожной и строительной технике / В.И. Баловнев. – М.: МАДИ (ГТУ), 2008. – 100 с.
4. WIRTGEN. Cold Recycling Technology, 1st edition. - Wirtgen GmbH, 2012. – 370 p.
5. WIRTGEN. Cold milling manual. Technology and application. - Wirtgen GmbH, 2013. – 244 p.
6. Селиверстов, Н.Д. Влияние режимов работы дорожных фрез и износа режущих элементов на профиль формируемой поверхности / Н.Д. Селиверстов // Интерстроймех-2014: Материалы Междунар. научно-техн. конф., 2014. – С. 77-81.
7. Светлицкий В.А. Статистическая механика и теория надежности // В.А. Светлицкий. – М.: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. – 504 с.
8. Loren D. Lutes, Shahram S. Random vibrations: analysis of structural and mechanical systems. 2004. – 635 pp.
9. Левин, Б.Р. Теоретические основы

### 5. Заключение

1. Представлены вероятностные модели формирования момента сопротивления на рабочих органах дорожных фрез. Нагрузка может быть представлена в виде последовательности импульсов со случайными параметрами.

2. Получены выражения, позволяющие на стадии проектирования рассчитывать математическое ожидание и спектральную плотность момента на рабочем органе с учетом режимов работы, его конструкции, физико-механических свойств фрезеруемого материала и их вероятностных характеристик.

### References

1. Balovnev V.I., Ermilov A.B., Novikov A.N. *Dorozhno-stroitelnye mashiny i komplekсы* [Road-building machines and complexes]. Moscow, Mashinostroenie, 1988. 384 p. (In Russian)
2. Balovnev V.I., Belyaev M.A. *Mashiny dlya sodержaniya i remonta gorodskikh i avtomobilnykh dorog* [Machines for maintenance and repair of urban and motor roads]. Moscow, Omsk: ОАО «Omskiy dom pechaty», 2005. 768 p. (In Russian)
3. Balovnev V.I. *Otsenka innovatsionnykh predlozheniy v dorozhnoy i stroitelnoy tekhnike* [Evaluation of innovative proposals in road and construction equipment]. Moscow, MADI (GTU), 2008. 100 p. (In Russian)
4. WIRTGEN. Cold Recycling Technology, 1st edition. Wirtgen GmbH, 2012. 370 p.
5. WIRTGEN. Cold milling manual. Technology and application. Wirtgen GmbH, 2013. 244 p.
6. Seliverstov N.D. *Vliyanie rezhimov raboty dorozhnykh frez i iznosa rezhushchikh elementov na profil formiruemoy poverhnosti* [The influence of operating modes of road mills and wear of cutting elements on the profile of the formed surface]. *Interstroyekh 2014, Materialy Mezhdunarodnoy nauchno-tekhnicheskoy konferentsii*, 2014, pp. 77-81. (In Russian)
7. Svetlitskiy V.A. *Statisticheskaya mekhanika i teoriya nadezhnosti* [Statistical mechanics and reliability theory]. Moscow,

статистической радиотехники / Б.Р. Левин. – М.: Радио и связь, 1989. – 656 с.

10. Тихонов, В.И. Статистическая радиотехника / В.И. Тихонов. – М.: Радио и связь, 1982. – 625 с.

11. Вентцель, Е.С. Теория случайных процессов и её инженерные приложения / Е.С. Вентцель, Л.А., Овчаров. – М.: Высшая школа, 2000. – 383 с.

† Izdatelstvo MGTU im. N.E. Baumana, 2002.  
† 504 p. (In Russian)

† 8. Loren D. Lutes, Shahram S. *Random vibrations: analysis of structural and Mechanical systems*. 2004. 635 p.

† 9. Levin B.R. *Teoreticheskie osnovy statisticheskoy radiotekhniki* [Theoretical bases of statistical radio engineering]. Moscow, Radio i svyaz, 1989. 656 p. (In Russian)

† 10. Tikhonov V.I. *Statisticheskaya radiotekhnika* [Statistical radio engineering]. Moscow, Radio i svyaz, 1982. 625 p. (In Russian)

† 11. Ventcel E.S., Ovcharov L.A. *Teoriya sluchaynykh protsessov i eye inzhenernye prilozheniya* [The theory of random processes and its engineering applications]. Moscow, Vysshaya shkola, 2000. 383 p. (In Russian)