

УДК (UDC) 69.002.5

МЕТОДИКА МОДЕЛИРОВАНИЯ ТЕПЛООВОГО БАЛАНСА ЭЛЕМЕНТОВ
КОНСТРУКЦИИ СТРОИТЕЛЬНО-ДОРОЖНЫХ МАШИН ДЛЯ СТРУЙНОЙ
ЦЕМЕНТАЦИИ ГРУНТОВTHE MODELING OF THE HEAT BALANCE ELEMENTS OF CONSTRUCTION
JET-GROUTING MACHINESНовиков В.И., Пушкарев А.Е., Воронцов И.И.
Novikov V.I., Pushkarev A.E., Vorontsov I.I.Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет (Санкт-Петербург, Россия)
Saint Petersburg State University of Architecture and Civil Engineering (Saint-Petersburg, Russian Federation)

Аннотация. В статье рассмотрены методики построения математических моделей, описывающих тепловой баланс в узле «гидросъемник-буровой вал», применяемом в устройствах для струйной цементации грунтов при передаче высокого давления от неподвижных элементов к вращающимся частям механизма. Показаны основные тепловые потоки, к которым относятся тепловой поток в гидросъемнике, тепловой поток в водно-цементную смесь, тепловой поток в механизм предварительного поджатия, тепловой поток в буровой вал, и методики решения уравнения теплопроводности для расчета распределения температурного поля, формирующегося при эксплуатации данного конструктивного узла. Предлагаемая методика моделирования позволяет рассмотреть и рассчитать тепловой баланс проектируемого конструктивного узла сверхвысокого давления при струйной цементации как совокупность тепловых потоков, образующихся в процессе эксплуатации данного устройства, рассматривая в качестве источников тепловыделения, от которого происходит теплопередача при работе гидросъемника, уплотнительный элемент. Это позволяет обеспечить предсказуемость проектных характеристик конструкции устройств и повысить их эффективность. Такой подход дает возможность более полно рассмотреть, имеющиеся основные тепловые потоки и точнее моделировать тепловой баланс в рамках оценки напряженно-деформированного состояния устройств сверхвысокого давления при струйной цементации.

Ключевые слова: струйная цементация, буровой став, уплотнительная манжета, моделирование, тепловой баланс, уравнение теплопроводности, распределение температурного поля.

Дата принятия к публикации: 05.08.2019
Дата публикации: 25.09.2019

Сведения об авторах:

Новиков Виталий Иванович – кандидат технических наук, доцент кафедры «Наземные транспортно-технологические машины», Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строитель-

Abstract. The article discusses the methods of constructing mathematical models describing the heat balance in the “hydraulic puller-drill shaft” node used in jet-grouting machines during high pressure transmission from stationary elements to rotating parts of the mechanism. The main heat fluxes, which include the heat flux in the hydraulic removal system; heat flow to the water-cement mixture, heat flow to the pre-compression mechanism, heat flow to the drill shaft and methods for solving the heat conduction equation for calculating the temperature field distribution that are formed during the operation of this structural unit are shown. Thus, the proposed modeling technique will allow us to consider and calculate the heat balance of the designed structural jet-grouting unit of ultrahigh pressure, as a set of heat fluxes generated during the operation of this device, considering it as heat sources, from which heat transfer occurs during the operation of the “hydraulic puller”, a sealing element, which will ensure predictability of design characteristics of the device design and increase their efficiency. This approach makes it possible to more fully consider the existing main heat fluxes and more accurately simulate the heat balance as part of the assessment of the stress-strain state of ultra-high pressure jet-grouting devices.

Keywords: jet-grouting, drilling bar, sealing, modeling, heat balance, thermal conductivity equation, temperature field distribution.

Date of acceptance for publication: 05.08.2019
Date of publication: 25.09.2019

Authors' information:

Vitaliy I. Novikov – Candidate of Technical Sciences, Associate professor of Department “Land Transport and Technological Vehicles” at Saint-Petersburg State University of Architecture and Civil Engineering,

ный университет, e-mail: vitalynewage@gmail.com.

Пушкарёв Александр Евгеньевич – доктор технических наук, доцент, профессор кафедры «Наземные транспортно-технологические машины», Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет, e-mail: pushkarev-agn@mail.ru.

Воронцов Иван Иванович – доктор технических наук, профессор, профессор кафедры «Наземные транспортно-технологические машины», Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет, e-mail: vorontsov.52@mail.ru.

† e-mail: vitalynewage@gmail.com.

† **Alexander E. Pushkarev** – Doctor of Technical Sciences, Associate professor, professor of Department “Land Transport and Technological Vehicles” at Saint-Petersburg State University of Architecture and Civil Engineering, e-mail: pushkarev-agn@mail.ru.

† **Ivan I. Vorontsov** – Doctor of Technical Sciences, Professor, Professor of Department “Land Transport and Technological Vehicles” at Saint-Petersburg State University of Architecture and Civil Engineering, e-mail: vorontsov.52@mail.ru.

1. Введение

Технология струйной цементации грунтов сегодня крайне востребована в различных сферах деятельности человека. Сущность технологии заключается в использовании энергии высоконапорной струи цементного раствора для разрушения и одновременного перемешивания грунта с цементным раствором [1]. При затвердевании раствора формируется грунтобетон, который обладает более высокими прочностными и деформационными характеристиками, чем имеющийся грунт. Технология струйной цементации может быть применена для большей части существующих типов грунтов – от гравийных отложений до мелкодисперсных глин и илов. Основным преимуществом применения технологии струйной цементации является то, что получаемый результат по укреплению грунтов можно с достаточной высокой вероятностью предсказать еще на этапе проектирования. Это позволяет на этапе заключения подрядных договоров рассчитывать различные характеристики, в частности, прочностные и геометрические характеристики создаваемого сооружения. Технология может применяться как для ремонта имеющегося фундамента, так и для создания нового, поскольку укрепляется не только тело фундамента, но и грунт, залегающий под подошвой фундамента [2].

В настоящий момент, основная часть применяемого в Российской Федерации оборудования для струйной цементации грунтов спроектирована и произведена иностранными компаниями. Поэтому актуальным является разработка методик проектирования устройств сверхвысокого давления. Одним

из основных факторов при проектировании, определяющим геометрические параметры устройства, выступает напряженно-деформированное состояние создаваемой конструкции. Однако моделирование напряженно-деформированного состояния любых элементов конструкций или устройств не будет полным без учета термической нагрузки, а значит, и рассмотрения уравнения теплопроводности, описывающего процессы теплопереноса в любой термодинамической системе.

2. Постановка задачи

Большинство литературных источников посвящено опыту применения технологии струйной цементации грунтов в различных условиях. Рассматривается влияние создаваемых методом струйной цементации грунтобетонных колон на состояние окружающих грунтов, дорог, фундаментов зданий, тоннелей и котлованов, что говорит о крайней востребованности этой технологии во всех областях строительства. В литературных данных как зарубежных, так и отечественных достаточно подробно рассмотрены вопросы, посвященные исследованиям изменения прочностных характеристик грунтобетона в зависимости от технологических параметров струйной цементации. При этом только небольшое количество работ посвящено разработке оборудования для струйной цементации грунтов. Сложившаяся ситуация связана с тем, что, с одной стороны, оборудование является коммерческим продуктом компаний и технологии его разработки и производства становятся коммерческой тайной соответствующего правообладателя. С другой стороны, при создании оборудования сверхвы-

сокого давления разработчик сталкивается с рядом нетривиальных задач, связанных с потерями гидравлического давления в протяженных передающих магистралях высокого давления, передачей гидравлического давления от неподвижных элементов во вращающийся инструмент, появлением источников повышенного трения и распределением тепловых полей и прочностными расчетами на наличие деформации элементов конструкций. Таким образом, существующие на данный момент исследования сконцентрированы на особенностях проектирования инструмента (гидромонитора) и оборудования для создания соответствующего давления, либо устройств, осуществляющих какую-либо вспомогательную функцию.

Так, отсутствуют данные по устройствам, передающим давление от источника к инструменту. Связано это с тем, что принято использовать подобные устройства, разработанные для бурения (вертлюги), причем выдерживаемое ими наибольшее давление является невысоким и становится сдерживающим фактором при использовании технологии струйной цементации. Это ведет к необходимости разработки агрегатированных с исполнительными органами и универсальных устройств сверхвысокого давления, обеспечивающих расширение области эффективного применения метода струйной цементации грунтов.

Таким образом, необходимость создания методического обеспечения моделирования напряженно-деформированного состояния элементов конструкций строительно-дорожных машин, реализующих гидромеханическое воздействие на разрушаемые массивы пород и грунтов, определяет актуальность проводимых исследований. Их целью является разработка методики моделирования напряженно-деформированного состояния элементов конструкций строительно-дорожных машин с учетом особенностей эксплуатации в процессе струйной цементации.

3. Методики решения уравнения теплопроводности

Существует несколько подходов для решения уравнения теплопроводности. Приведем некоторые из них, наиболее близко соответствующие состоянию устройств сверхвысокого давления при струйной цементации грунтов.

При рассмотрении общего случая - стержня с теплоизолированной боковой поверхностью - предполагается, что потоки тепла через боковую поверхность не проходят. Допускается также, что температура постоянна в любом поперечном сечении стержня. Данный случай соответствует математической идеализации стержня как некоторого подмножества вещественной прямой. Поскольку пространственная переменная x принадлежит R^1 : $x \in R^1$, то такая модель будет являться одномерной. Таким образом, функция $u(x, t)$ есть температура в точке x стержня в произвольный момент времени t . Для вывода уравнения теплопроводности к произвольной фиксированной части стержня $x_1 \leq x \leq x_2$ используется закон сохранения энергии, который будет выступать в данном случае как уравнение теплового баланса.

Тогда $Q = Q(x_1, x_2, t_1, t_2)$ - это количество тепла, приобретенное рассматриваемым участком стержня за время от t_1 до t_2 . Количество тепла складывается из количества тепла, поступившего через торцы стержня $x = x_1$ и $x = x_2$, т.е. $Q_1 = Q_1(x_1, t_1, t_2)$ и $Q_2 = Q_2(x_2, t_1, t_2)$, и того количества тепла, которое выделилось за счет внутренних источников, т.е. $Q_0 = Q_0(x_1, x_2, t_1, t_2)$. В данном случае уравнение теплового баланса имеет вид [3]:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_0.$$

Необходимо выразить каждое из слагаемых через температуру $u(x, t)$. Задав удельную теплоемкостью вещества $c(x)$, плотность вещества $\rho(x)$ и площадь поперечного сечения стержня $S(x)$, количество тепла, приобретенное рассматриваемым участком стержня за определенное время (от t_1 до t_2) можно рассчитать по формуле:

$$Q = \int_{x_1}^{x_2} c(x)\rho(x)S(x)[u(x, t_2) - u(x, t_1)]dx.$$

Допустим, что $q = q(x, t)$ – плотность теплового потока через нормальное сечение стержня в точке x , тогда Q есть количество тепла, протекающее в единицу времени через единичную площадку сечения. Количество тепла, протекающее через торцы стержня, можно выразить через поток тепла следующим образом:

$$Q = \int_{t_1}^{t_2} S(x_1)q(x_1, t)dt,$$

$$Q = \int_{t_1}^{t_2} S(x_2)q(x_2, t)dt.$$

Согласно закона Фурье поток тепла пропорционален градиенту температуры

$$q = -k \frac{\partial u}{\partial x},$$

где $k > 0$ – коэффициент теплопроводности (знак "минус" означает, что тепло передается от более нагретого тела к менее нагретому).

Следовательно, через торцы стержня $x = x_1$ и $x = x_2$ протекает количество тепла соответственно [4]:

$$Q_1 = - \int_{t_1}^{t_2} S(x_1)k(x_1) \frac{\partial u}{\partial x}(x_1, t)dt,$$

$$Q_2 = \int_{t_1}^{t_2} S(x_2)k(x_2) \frac{\partial u}{\partial x}(x_2, t)dt.$$

Разные знаки перед интегралами берутся, исходя из того, что если $\frac{\partial u}{\partial x}(x_1, t) > 0$ для всех $t \in [t_1, t_2]$, то тепло передается из стержня и $Q_1 < 0$. Если $\frac{\partial u}{\partial x}(x_2, t) > 0$, то тепло передается в стержень и $Q_2 > 0$.

Количество тепла, выделяемое внутренними источниками, определяется по формуле:

$$Q_0 = \iint_{t_1 x_1}^{t_2 x_2} S(x)F(x, t)dxdt,$$

где $F(x, t)$ – плотность внутренних источников тепла (обычно является заданной величиной).

Уравнение теплового баланса в интегральной форме выглядит следующим образом:

$$\int_{x_1}^{x_2} c(x)\rho(x)S(x)[u(x, t_2) - u(x, t_1)]dx =$$

$$= \int_{x_1}^{x_2} \left[S(x_2)k(x_2) \frac{\partial u}{\partial x}(x_2, t) - \right. \\ \left. - S(x_1)k(x_1) \frac{\partial u}{\partial x}(x_1, t) \right] dx +$$

$$+ \iint_{t_1 x_1}^{t_2 x_2} S(x)F(x, t)dxdt.$$

Если площадь поперечного сечения стержня постоянна ($S = const$), а функция $u(x, t)$ непрерывно дифференцируема по t и дважды непрерывно дифференцируема по x , то используя формулу Ньютона-Лейбница, уравнение теплового баланса приводится к виду [4]:

$$\iint_{t_1 x_1}^{t_2 x_2} c(x)\rho(x) \frac{\partial u}{\partial t} dxdt =$$

$$= \iint_{t_1 x_1}^{t_2 x_2} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(k(x) \frac{\partial u}{\partial x} \right) + F(x, t) \right] dxdt.$$

Продифференцировав это выражение по верхним пределам, получим уравнение теплопроводности в дифференциальной форме:

$$c(x)\rho(x) \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k(x) \frac{\partial u}{\partial x} \right) + F(x, t).$$

Данное уравнение является уравнением с переменными коэффициентами. Предполагая, что удельная теплоемкость, плотность вещества и коэффициент теплопроводности постоянны ($k, c, \rho = const$), получим уравнение теплопроводности с постоянными коэффициентами, которое является простейшим уравнением теплопроводности [5]:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + f(x, t),$$

где $a^2 = k/c\rho$ – коэффициент температуропроводности; $f(x, t) = F(x, t)/c\rho$ – удельная плотность внутренних источников тепла.

При $f(x, t)$, не равным нулю, уравнение теплопроводности является неоднородным. Если $f(x, t) = 0$, то уравнение является однородным. Также уравнение теплопроводности можно записать в виде

$$u_t = a^2 u_{xx} + f(x, t).$$

В случае, когда стержень имеет переменное сечение или перемещается вдоль оси x , в уравнении теплопроводности могут появиться дополнительные слагаемые.

В первом случае, при изменении площади поперечного сечения стержня $S = S(x) > 0$ и постоянстве коэффициента теплопроводности, удельной теплоемкости и плотности вещества уравнение теплового баланса принимает вид:

$$u_t = a^2 u_{xx} + \frac{d}{dx}(\ln S(x)) u_x + f(x, t).$$

В случае, когда стержень движется вдоль оси x со скоростью $v(t)$, уравнение теплопроводности выглядит так:

$$u_t = a^2 u_{xx} - v(t) u_x + f(x, t).$$

Если теплоизолированность боковой поверхности стержня отсутствует и на боковой поверхности происходит конвективный теплообмен с окружающей средой, тогда тепловой поток через боковую поверхность подчиняется закону Ньютона, т.е. он пропорционален разности температур тела и окружающей среды:

$$q = \alpha(u - u_0),$$

где q – количество тепла, протекающего в единицу времени через единичную площадку поверхности тела в окружающую среду; α – коэффициент теплообмена; u – температура поверхности тела; u_0 – температура окружающей среды.

При таких условиях уравнение теплового баланса принимает вид:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_0 + Q_3,$$

где Q – количество тепла, полученного выделенным участком стержня; Q_1 и Q_2 – количество тепла, протекающего через торцы; Q_0 – количество тепла, полученного за счет внутренних источников; Q_3 – количество тепла, протекающего через боковую поверхность.

Учитывая новое слагаемое в уравнении теплового баланса, уравнение теплопроводности выражается формулой [6]:

$$Q_3 = \iint_{t_1 x_1}^{t_2 x_2} P \alpha [u(x, t) - u_0(x, t)] dx dt.$$

В данном уравнении параметр P означает периметр поперечного сечения стержня. Знак "минус" появляется, поскольку для всех

$t \in [t_1, t_2]$ температура боковой поверхности стержня больше температуры окружающей среды $u(x, t) - u_0(t) > 0$, следовательно, тепловой поток направлен наружу и тепло вытекает из стержня: $Q_3 < 0$.

В конечном виде в случае теплообмена на боковой поверхности неоднородное уравнение теплопроводности выглядит следующим образом:

$$u_t = a^2 u_{xx} - h(u(t) - u_0(t)) + f(x, t).$$

Константу $h = \alpha P / c \rho S$ можно считать коэффициентом теплообмена.

В ситуации, когда внутренние источники тепла отсутствуют и температура окружающей среды равна нулю ($f(x, t) = 0$; $u_0(t) = 0$), то уравнение теплопроводности с теплообменом на боковой поверхности принимает вид однородного уравнения теплопроводности:

$$u_t = a^2 u_{xx} - hu.$$

4. Методика моделирования теплового баланса узла «гидросъемник-буровой вал»

Процессы тепловыделения в гидросъемниках зависят от целого ряда показателей. Согласно литературным данным, является возможным рассчитать количество тепла, выделяемое при работе бурового става в процессе струйной цементации. Задача сводится к определению количества выделяемой теплоты при работе манжетных уплотнений. Разница потери электрической мощности в рабочем режиме (под давлением) и потери мощности на холостом ходу (без давления) гидросъемника и будет являться количеством выделяемой теплоты. Потери мощности, расходуемой на преодоление возникающих нагрузок, определяются по формуле [7, 8]:

$$N_r = U(I_p - I_0)$$

где U – напряжение, равное 380 В; I_0 – сила тока при холостом ходе, А; I_p – сила тока при рабочем давлении, А.

Соответственно, определив величину потерь по мощности, можно найти количество выделяемого тепла, идущего на нагрев уплотнительного элемента, при обоснованном допущении, что вся величина потерь расходуется на тепловыделение. Таким образом, становится известным количество теп-

лоты, нагревающее уплотнительную манжету. При давлении 36 МПа количество теплоты составляет 7,6 кВт [8].

При рассмотрении теплообмена в теле произвольной формы, где температура меняется в нескольких направлениях, в общем случае необходимо использовать уравнением теплопроводности с n пространственными переменными [3]:

$$\frac{du}{dt} - a \sum_{i=1}^n \frac{d^2u}{dx_i^2} = f(x_1, \dots, x_n, t)$$

где x_1, \dots, x_n – прямоугольные координаты в пространстве R_n ; $u = u(x_1, \dots, x_n, t)$ – температура в точке (x_1, \dots, x_n) тела в момент времени t ; $a > 0$ – заданное число; $f(x_1, \dots, x_n, t)$ – заданная функция.

Решение подобного уравнения может быть реализовано путем дробления общей задачи на несколько частных, т.е. решением уравнения теплопроводности для каждого из отдельно взятых тепловых потоков, образующихся при эксплуатации данного конструктивного узла (рис. 1).

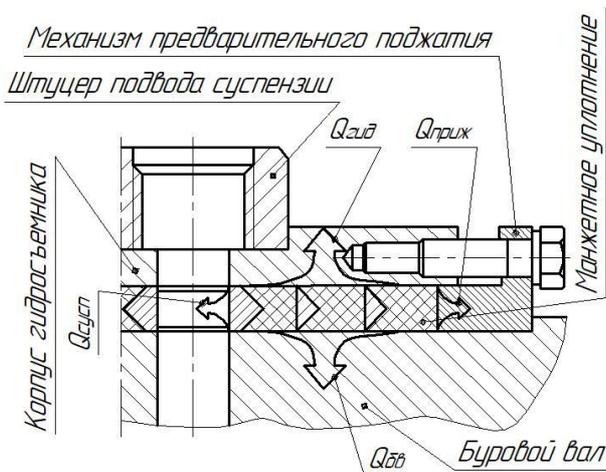


Рис. 1. Часть гидросъемника с контактной поверхностью трения и распределением тепловых потоков ($Q_{\text{гид}}$ – тепловой поток в гидросъемник; $Q_{\text{сусп}}$ – тепловой поток в водно-цементную смесь; $Q_{\text{приж}}$ – тепловой поток в механизм предварительного поджатия; $Q_{\text{бв}}$ – тепловой поток в буровой вал)

При таком подходе в качестве источника тепла рассматривается уплотнительный элемент, нагревающийся в процессе работы

за счет трения между вращающимся буровым валом и неподвижным манжетным уплотнением. Соответственно, имеют место четыре основных (пренебрегая другими) тепловых потока (рис.к 1):

- в гидросъемник;
- в водно-цементную смесь;
- в механизм предварительного поджатия;
- в буровой вал.

Для каждого из учитываемых тепловых потоков необходимо решить уравнение вида

$$dQ = -\alpha \frac{dT}{dx} dSdt,$$

где Q – количество теплоты, Вт; α – коэффициент теплопроводности, Вт/м $^{\circ}\text{C}$; T – температура, $^{\circ}\text{C}$; S – площадь, м 2 ; t – время, с.

Количество теплоты, идущей на нагрев бурового вала, приблизительно равно теплоте, затрачиваемой на нагрев манжетного уплотнения. Соответственно, необходимо рассчитать или измерить количество теплоты для каждого из оставшихся тепловых потоков. Для этого могут использоваться калориметрические методы, которые, как правило, применяются при реализации процессов теплообмена [9]. Калориметрирование можно произвести по схеме, представленной на рис. 2.

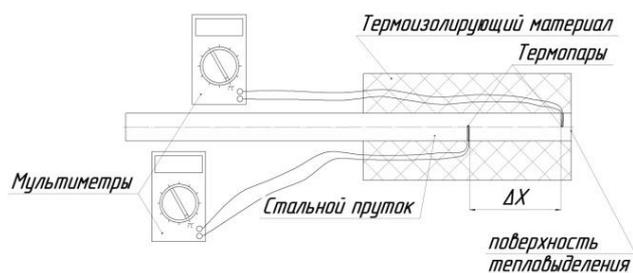


Рис. 2. Схема калориметрирования теплового потока

Согласно данной схемы количество теплоты можно определить по формуле

$$Q = \frac{\alpha S (t_1 - t_2)}{\Delta x},$$

где t_1, t_2 – температуры в соответствующих точках, $^{\circ}\text{C}$; S – площадь поперечного сечения, м 2 ; Δx – расстояние между точками измерения, м.

Процесс измерения является достаточно трудоемким и более рациональным будет определять таким способом лишь часть из

обозначенных тепловых потоков. Другую часть тепловых потоков можно найти, зная температуру нагрева уплотнительной манжеты [8] и измеряя температуру нагрева корпуса гидросъемника или элементов предварительно поджатия. Измерения можно произвести с помощью тепловизора [10] или пирометра [11]. Таким образом, зная конструктивные параметры деталей, входящих в состав исследуемого узла и соответствующие температуры, можно определить интересующее количество теплоты по приведенной выше формуле.

Оставшийся тепловой поток, идущий в водно-цементную смесь, определяется аналитически, исходя из разности между общим количеством теплоты, выделяющейся в процессе трения, и количеством теплоты, определенной для каждого из выше указанных тепловых потоков.

5. Заключение

В отличие от известных методик предлагаемая методика моделирования не является одномерной, поскольку рассматривает в качестве источника тепла не участок поверхности трения (отрезок бесконечной линии, как совокупность бесконечно малых точек на прямой), а материальный объект, т.е. непосредственно уплотнительный элемент, от ко-

торого происходит теплопередача к другим элементам конструкции узла сверхвысокого давления. Такой подход дает возможность более полно рассмотреть, имеющиеся основные тепловые потоки и точнее моделировать тепловой баланс в рамках оценки напряженно-деформированного состояния устройств сверхвысокого давления при струйной цементации. Однако и он не лишен недостатков, присущих аналогичным методикам: при подобном подходе, как правило, не учитываются все особенности распределения тепловых потоков. Поскольку процесс калориметрирования довольно сложен, так как требуется вычленивать каждый тепловой поток по отдельности, экранируя каким-либо образом другие тепловые потоки, то обычно ограничиваются лишь основными направлениями теплопередачи, что может сильно сказаться на адекватности проводимых расчетов.

Разработанная методика моделирования процесса теплопроводности в рамках оценки напряженно-деформированного состояния позволяет рассмотреть и рассчитать тепловой баланс проектируемого конструктивного узла сверхвысокого давления при струйной цементации как совокупность тепловых потоков, образующихся в процессе эксплуатации данного устройства.

Список литературы

1. Бройд, И.И. Струйная геотехнология / И.И. Бройд. – М.: Изд-во АСВ, 2004. – 448 с.
2. Засорин, М.С. Обоснование технологических параметров струйной цементации глинистых грунтов в подземном строительстве: автореф. дисс. ... канд. техн. наук. М., 2011. – 24 с.
3. Ратыни, А.К. Уравнение теплопроводности / А.К. Ратыни. – Иваново: ИГХТУ, 2007. – 21 с.
4. Тихонов, А.Н. Уравнения математической физики / А.Н. Тихонов, А.А. Самарский. – М.: Наука, 2004. – 798 с.
5. Уравнение теплопроводности. SolverBook [Электронный ресурс]. - Режим

References

1. Broyd I.I. *Struynaya geotekhnologiya* [Jet grouting method]. Moscow, ABC, 2004. 448 p. (In Russian).
2. Zasorin M.S. Substantiation of technological parameters of jet cementation of clay soils in underground construction dissertation author's abstract for the degree of candidate of technical sciences. Abstract of Diss. Cand. Sci. (Engineering). Moscow. 2011. 24 p. (In Russian).
3. Ratyni A.K. *Uravnenie teploprovodnosti* [Thermal conductivity equation]. Ivanovo, 2007. 21 p. (In Russian).
4. Tikhonov A.N., Samarskiy A.A. *Uravneniya matematicheskoy fiziki* [Equations of mathematical physics]. Moscow, MGU,

- доступа: <http://www.ru.solver-book.com/spravochnik/uravneniya-po-fizike/uravnenie-teploprovodnosti> (дата обращения: 25.06.19).
6. Ревина, С.В. Уравнения математической физики. Задачи, решения и численная реализация / С.В. Ревина, Л.И. Сазонов, О.А. Цыбенкова. – Ростов-на-Дону: ЮФУ, 2015. – 194 с.
7. Леонтьев, Н.С. Выбор и обоснование конструктивных параметров и режимов работы гидросъемника гидроструйной бурильной машины: дисс. ... канд. техн. наук. Тула, 2012.
8. Головин, К.А. Тепловой режим работы гидросъемника высокого давления на установках гидроструйной цементации / К.А. Головин, А.А. Маликов, А.Е. Пушкарев // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. - 2015. – № 4. – С. 46-52.
9. Лыков, А.В. Теория теплопроводности / А.В. Лыков. - М.: Высшая школа. 1967. – 599 с.
10. Госсорг, Ж. Инфракрасная термография. Основы, техника, применение / Ж. Госсорг. – М.: Мир, 1988. – 416 с.
11. Линевег, Ф. Измерение температур в технике / Ф. Линевег. – М.: Metallurgiya, 1980. – 543 с.
2004. 798 p. (In Russian).
5. Thermal conductivity equation. Solver-Book [site]. Available at: <http://www.ru.solver-book.com/spravochnik/uravneniya-po-fizike/uravnenie-teploprovodnosti> (In Russian).
6. Revina S.V., Sazonov O.A., Tsivenkova O.A. Equations of mathematical physics. Tasks, solutions and numerical implementation. Rostov-on-Don, YuFU, 2015. 194 p. (In Russian).
7. Leontev N.S. Selection and justification of the design parameters and modes of operation of the hydrostatic drilling machine. Diss. Cand. Sci. (Engineering). Tula. 2012. 142 p. (In Russian).
8. Golovin K.A., Malikov A.A., Pushkarev A.E. Thermal mode of operation of high-pressure hydraulic puller at hydro jet grouting installations. *Izvestiya Tul'skogo gosudarstvennogo universiteta. Tekhnicheski nauki*. 2015, No. 4, pp. 46-52. (In Russian).
9. Lykov A.V. *Teoriya teploprovodnosti* [Heat conduction theory]. Moscow, Visshaya shkola, 1967. 599 p. (In Russian).
10. Gaussorgues G. *La Thermographie Infrarouge. Principes-Technologie-Applications. Technique et Documentation Lavoisier*. Paris, 1984. 481 p. (In France)
11. Lieneweg F. *Izmerenie temperatur v tekhnike* [Handbuch der technischen Temperaturmessung]. Moscow, Metallurgiya, 1980. 543 p. (In Russian).