УДК 629.78, 519.6

ГЕНЕТИЧЕСКИЙ АЛГОРИТМ МИНИМИЗАЦИИ ЭНЕРГОЗАТРАТ НА ПЕРЕОРИЕНТАЦИЮ ПЛОСКОСТИ ОРБИТЫ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА

Панкратов И.А.[1,2]

[1] - Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского, Саратов, Россия

[2] - Институт проблем точной механики и управления РАН, Саратов, Россия

В кватернионной постановке рассмотрена задача оптимальной переориентации плоскости орбиты космического аппарата (КА). Управление (ускорение от вектора реактивной тяги, ортогональной плоскости орбиты) ограничено по модулю. Необходимо минимизировать затраты энергии на процесс переориентации плоскости орбиты КА. Рассмотрен актуальный частный случай задачи, когда орбита КА является круговой, а управление принимает постоянные значения на отдельных участках активного движения КА. Построен оригинальный генетический алгоритм нахождения траекторий оптимальных перелётов КА. При применении этого способа не требуется какая-либо информация о неизвестных начальных значениях сопряжённых переменных. Приведены примеры численного решения задачи для случая, когда отличие между начальной и конечной ориентациями орбиты КА составляет единицы градусов в угловой мере. При этом конечная ориентация плоскости орбиты КА соответствует ориентации плоскости орбиты спутников отечественной орбитальной группировки ГЛОНАСС.

Ключевые слова: космический аппарат, орбита, оптимизация, кватернион, ген.

DOI: 10.22281/2413-9920-2017-03-03-353-360

Введение.

Задачам управления движением КА посвящено большое число публикаций в нашей стране и за рубежом. Однако сложность стоящих здесь проблем, отсутствие общих аналитических решений и трудности численного решения дифференциальных краевых задач, к которым сводятся задачи оптимального управления пространственным движением КА, продолжают оставлять эту проблематику актуальной. Задача межорбитального перелета КА значительно упрощается, если начальная и конечная орбиты лежат в одной плоскости. Становится возможным аналитически (точно или приближенно) найти оптимальные траектории перехода. Несмотря на сложность решения задачи оптимизации (в смысле минимума некоторого функционала) пространственных межорбитальных перелетов, опубликовано некоторое количество работ по данной тематике, например, работы [1-4]. В отличие от управления угловым движением твердого тела, где уже довольно давно применяются кватернионные модели, в подавляющем большинстве работ, посвященных переориентации орбиты КА, используются уравнения движения в традиционных угловых элементах орбиты. В основном минимизируются затраты рабочего тела или характеристическая скорость.

В большинстве работ физическая задача сводится к численному решению нелинейных краевых задач высокой размерности, полученных с помощью применения принципа максимума Л.С. Понтрягина [5]. Аналитическое исследование дифференциальных уравнений ориентации орбиты в классических угловых элементах (и получающихся краевых задач) – достаточно трудоемкое занятие. Продвижение (понижение размерности краевых задач, отыскание частных решений, аналитическое нахождение оптимальных траекторий) в этой области, по-видимому, может быть получено при введении в рассмотрение новых кватернионных оскулирующих элементов орбиты. В настоящей работе в кватернионной постановке исследуется задача оптимальной переориентации плоскости орбиты космического аппарата под действием реактивной тяги, ортогональной плоскости орбиты.

1. Постановка задачи.

Предположим, что вектор ускорения $\boldsymbol{u}$ от тяги реактивного двигателя во все время управляемого движения КА направлен ортогонально плоскости его орбиты. Тогда орбита КА в процессе управления движением центра масс КА не меняет своей формы и своих размеров, а поворачивается в пространстве под действием управления как неизменяемая (недеформируемая) фигура. Рассмотрим следующую задачу: пусть необходимо перевести орбиту КА, движение центра масс которого описывается уравнениями [6]:

$$2\frac{d\boldsymbol{\lambda}}{dt}=\boldsymbol{\lambda}\circ\boldsymbol{\omega}_\pi,\quad \boldsymbol{\lambda}=\lambda_0+\lambda_1\boldsymbol{i}_1+\lambda_2\boldsymbol{i}_2+\lambda_3\boldsymbol{i}_3,\quad \boldsymbol{\omega}_\pi=u\frac{r}{c}\boldsymbol{i}_1+\frac{c}{r^2}\boldsymbol{i}_3,$$
$$\frac{d\varphi}{dt}=\frac{c}{r^2},\qquad r=\frac{p}{1+e\cos\varphi},\qquad c=\text{const},\tag{1}$$

из заданного начального состояния

$$t=t_0=0\quad \varphi(0)=\varphi_0,\quad \boldsymbol{\lambda}(0)=\boldsymbol{\lambda}^{\text{н}}=\boldsymbol{\Lambda}^{\text{н}}\circ\left(\cos\frac{\varphi_0}{2}+\boldsymbol{i}_3\sin\frac{\varphi_0}{2}\right)\tag{2}$$

в требуемое конечное состояние

$$t=t^*\qquad \varphi\left(t^*\right)=\varphi^*=?$$
$$\operatorname{tg}\Omega_u^*=\frac{\lambda_1\lambda_3+\lambda_0\lambda_2}{\lambda_0\lambda_1-\lambda_2\lambda_3},\quad \cos I^*=\left(\lambda_0^*\right)^2-\left(\lambda_1^*\right)^2-\left(\lambda_2^*\right)^2+\left(\lambda_3^*\right)^2\tag{3}$$

с помощью ограниченного по модулю кусочно-постоянного управления ($|u(t)|\le u_{\max}$)

$$u(t)=\begin{cases}u_1,\ \text{если}\ 0\le t<h;\\ u_2,\ \text{если}\ h\le t<2h;\\ \ldots\\ u_M,\ \text{если}\ (M\text{-}1)h\le t\le Mh.\end{cases}$$

При этом необходимо минимизировать функционал, характеризующий затраты энергии

$$J=\int_0^{t^*}u^2\,dt.$$

Отметим, что количество участков активного движения КА M полагается заданным, а конечное положение орбиты в её плоскости не фиксируется.

Здесь $\boldsymbol{\lambda}$ – нормированный кватернион ориентации орбитальной системы координат η в инерциальной системе координат X (ось η_1 этой системы координат направлена вдоль радиуса-вектора r центра масс КА, а ось η_3 перпендикулярна плоскости орбиты), $\boldsymbol{i}_1$, $\boldsymbol{i}_2$, $\boldsymbol{i}_3$ – векторные мнимые единицы Гамильтона, $\circ$ – символ кватернионного умножения; φ – истинная аномалия (угол между r и радиусом-вектором перицентра орбиты КА), эта переменная характеризует положение КА на орбите; $r=|\boldsymbol{r}|$; p и e – параметр и эксцентриситет орбиты, $c=\left|\boldsymbol{r}\times\frac{d\boldsymbol{r}}{dt}\right|$ – постоянная площадей; u – алгебраическая величина реактивного ускорения; $\boldsymbol{\Lambda}=\Lambda_0+\Lambda_1\boldsymbol{i}_1+\Lambda_2\boldsymbol{i}_2+\Lambda_3\boldsymbol{i}_3$ – кватернион ориентации орбиты КА; u_k – искомые величины (значения управления на участках активного движения КА).

Известно, что кватернион $\boldsymbol{\Lambda}$ получается из кватерниона ориентации орбитальной системы координат с помощью поворота

$$\boldsymbol{\Lambda}=\boldsymbol{\lambda}\circ\left(\cos\frac{\varphi}{2}-\boldsymbol{i}_3\sin\frac{\varphi}{2}\right).$$

В данной задаче известны c, p, e, φ_0, необходимо найти величину управления на каждом участке активного движения КА. При этом начальное значение кватерниона ориентации орбиты КА можно найти через классические угловые элементы орбиты (Ω_u – долгота восходящего узла, I – наклон орбиты, ω_π – угловое расстояние перицентра от узла) по известным формулам

$$\Lambda_0=\cos\frac{I}{2}\cos\left(\frac{\Omega_u+\omega_\pi}{2}\right),\quad \Lambda_1=\sin\frac{I}{2}\cos\left(\frac{\Omega_u-\omega_\pi}{2}\right),$$
$$\Lambda_0=\sin\frac{I}{2}\sin\left(\frac{\Omega_u-\omega_\pi}{2}\right),\quad \Lambda_0=\cos\frac{I}{2}\sin\left(\frac{\Omega_u+\omega_\pi}{2}\right).$$

Для численного решения задачи удобно ввести безразмерные переменные по формулам $r=R\cdot r^b$, $t=T\cdot t^b$, $u=u_{\max}\cdot u^b$. Здесь R – характерное расстояние (величина, близкая к длине большой полуоси орбиты управляемого КА); $T = R^2 / c$ – характерное время. Компоненты кватерниона ориентации орбитальной системы координат λ_j являются безразмерными. После элементарных преобразований система фазовых уравнений примет вид [7]

$$2\frac{d\boldsymbol{\lambda}}{dt^b} = \boldsymbol{\lambda} \circ \boldsymbol{\omega}^b, \quad \boldsymbol{\omega}^b = Nu^b r^b \boldsymbol{i}_1 + \frac{1}{\left(r^b\right)^2}\boldsymbol{i}_3,$$
$$\frac{d\varphi}{dt^b} = \frac{1}{\left(r^b\right)^2}, \qquad r^b = \frac{1}{1 + e\cos\varphi}. \tag{4}$$

Здесь $N = u_{\max} R^3 / c^2$ – характерный безразмерный параметр задачи.

Ограничение по управлению в безразмерном виде есть

$$-1 \le u^b \le 1.$$

В дальнейшем верхний индекс «b» у безразмерных переменных опускается.

2. Алгоритм решения задачи.

Ранее в работе [8] задача переориентации плоскости орбиты КА решалась с помощью принципа максимума Л.С. Понтрягина и кватернионного дифференциального уравнения ориентации орбиты КА. (Также отметим работы [7, 9, 10], в которых в кватернионной постановке численно решалась задача переориентации орбиты КА). В результате применения принципа максимума была получена краевая задача с подвижным правым концом, которая решалась численно с помощью итерационного метода [11]. К сожалению, в этой задаче не найдены формулы для нахождения неизвестных начальных значений сопряжённых переменных. При этом начальные приближения для значений сопряжённых переменных плохо сходятся к тем значениям, которые доставляют нули функциям невязок. Итерационные методы постоянно попадают в локальные минимумы функций невязок. В настоящей статье построен генетический алгоритм решения этой задачи. При применении этого алгоритма не нужно искать начальные значения сопряжённых переменных. Подобные методы, основанные на искусственном интеллекте и машинном обучении, рассмотрены, например, в работах [12, 13]. Опишем основные этапы генетического алгоритма, следуя [14].

Далее будем рассматривать случай, когда орбита КА является круговой, при этом $e = 0$, а $r = 1$. Отметим, что орбиты спутниковых группировок ГЛОНАСС и GPS близки к круговым.

Вначале необходимо случайным образом сгенерировать популяцию из $N_{\max}$ пробных решений (особей), каждое из которых представляет собой набор из M вещественных чисел. При этом вместо вещественного числа u_k в памяти хранится целое число u_k^{int} (ген), ($0 \le u_k^{\text{int}} \le 2^L - 1$). Связь между искомым вещественным числом и геном даётся следующей формулой

$$u_k = -1 + \frac{2u_k^{\text{int}}}{2^L - 1}.$$

На втором шаге алгоритма для каждой особи находится по известной формуле из работы [15]:

$$\boldsymbol{\lambda}(k \cdot h) = \boldsymbol{\lambda}((k-1)\cdot h) \circ \left[\cos\left(\frac{\omega \cdot h}{2}\right) + \frac{1}{\omega}\sin\left(\frac{\omega \cdot h}{2}\right)\cdot \boldsymbol{\omega}\right], \quad \omega = |\boldsymbol{\omega}| = |Nu_k \boldsymbol{i}_1 + \boldsymbol{i}_3|. \tag{5}$$

значение кватерниона ориентации орбитальной системы координат при $t = t^* = Mh$ с начальными условиями (2) (управление задаётся выбранной хромосомой). Отметим, что аналитическое решение уравнений (4) в случае, когда орбита КА является эллиптической, не известно. Ранее автором в работе [16] было получено решение этих уравнений в виде разложения по малому параметру лишь для случая, когда орбита КА является околокруговой. В качестве значения функции приспособленности (целевой функции) берётся следующая величина (погрешность выполнения условий (3) на правом конце траектории)

$$t = t^* \quad err(t) = \sqrt{\left(\operatorname{tg}\Omega_u^* - \frac{\lambda_1\lambda_3 + \lambda_0\lambda_2}{\lambda_0\lambda_1 - \lambda_2\lambda_3}\right)^2 + \left(\cos I^* - \left(\lambda_0^*\right)^2 + \left(\lambda_1^*\right)^2 + \left(\lambda_2^*\right)^2 - \left(\lambda_3^*\right)^2\right)^2}.$$

Как известно, принцип естественного отбора заключается в том, что в конкурентной борьбе выживает наиболее приспособленная особь. В нашем случае, чем меньше значение целевой функции, тем более приспособленной является особь, т.е. пробное решение, использовавшееся в качестве аргумента целевой функции. Если на этом шаге для некоторой особи значение целевой функции меньше наперёд заданного малого числа ε, то выполнение алгоритма заканчивается, а управление, соответствующее данной особи, выдаётся в качестве решения задачи. Если же превышено максимальное число итераций $N_{iter}^{\max}$, то в качестве решения задачи выдаётся управление, соответствующее особи с минимальным значением целевой функции.

На третьем шаге алгоритма отбрасывается половина особей, имеющих наибольшие (худшие) значения целевой функции (предполагается, что количество особей $N_{\max}$ является чётным). Затем производится скрещивание особи с наименьшим значением целевой функции со всеми остальными, в том числе и с самой собой. В качестве оператора скрещивания был выбран метод промежуточной рекомбинации [14]. Потомки создаются по следующему правилу:

$$\text{Потомок} = \text{Родитель1} + \alpha \cdot (\text{Родитель2} - \text{Родитель1}),$$

где α – случайное число на отрезке $[-0.25; 1.25]$.

Для каждого гена создаваемого потомка выбирается отдельный множитель α. Полученные гены потомка округляются до ближайших целых чисел, лежащих на отрезке $[0;\ 2^L - 1]$. В результате получается новая популяция из $N_{\max}$ особей.

На четвёртом шаге алгоритма вычисляется среднее значение целевой функции для популяции, полученной на третьем шаге. Если оно больше, чем среднее значение целевой функции, вычисленное на втором шаге, то производится мутация особей в популяции. Для этого гены всех особей записываются в двоичном виде (на каждый ген отводится ровно L бит) и с вероятностью $p_{mut} \in (0;1]$ производится инвертирование случайным образом выбранного бита каждого гена. Затем осуществляется возврат ко второму шагу алгоритма.

Отметим, что описанный алгоритм необходимо применять неоднократно для разных начальных популяций. При этом будет получено несколько решений, из которых необходимо выбрать то, которое соответствует переориентации плоскости орбиты КА с меньшими затратами энергии.

3. Численное решение задачи.

Для численного решения поставленной задачи с помощью описанного выше алгоритма была составлена программа на языке Python.

Величины, характеризующие форму, размеры орбиты КА, начальное и конечное положения КА на орбите, начальную и конечную ориентации орбиты КА, полагались равными [17] (a_{or} – большая полуось орбиты):

$a_{or} = 25500000$ м, $u_{\max} = 0.101907$ м/с^2, $N = 0.35$, $\varphi_0 = 3.940323$ рад;

- начальная ориентация орбиты КА:

$$\Omega_u^{\text{н}} = 212.0\ \text{град}, \quad I^{\text{н}} = 63.0\ \text{град}, \quad \omega_\pi^{\text{н}} = 0.0\ \text{град};$$

$$\Lambda_0^{\text{н}} = -0.235019, \quad \Lambda_1^{\text{н}} = -0.144020, \quad \Lambda_2^{\text{н}} = 0.502258, \quad \Lambda_3^{\text{н}} = 0.819610;$$

$$\lambda_0^{\text{н}} = -0.663730, \quad \lambda_1^{\text{н}} = 0.518734, \quad \lambda_2^{\text{н}} = -0.062608, \quad \lambda_3^{\text{н}} = -0.535217;$$

- конечная ориентация плоскости орбиты КА (соответствует ориентации плоскости орбиты спутников орбитальной группировки ГЛОНАСС):

$$\Omega_u^* = 215.25\ \text{град}, \qquad I^* = 64.8\ \text{град}.$$

Масштабирующие множители равны: $R = 26000000$ м, $T = 9449.714506$ сек. Они соответствуют значениям декартовых координат и проекций вектора скорости центра масс КА, приведенным в [18].

Параметры генетического алгоритма полагались равными:

$$L = 100, \qquad N_{\max} = 10000, \qquad p_{mut} = 0.9.$$

В табл. 1 приведены результаты численного решения задачи для различных значений времени окончания управляемого процесса t^* (количество активных участков движения КА было принято равным $M = 2$).

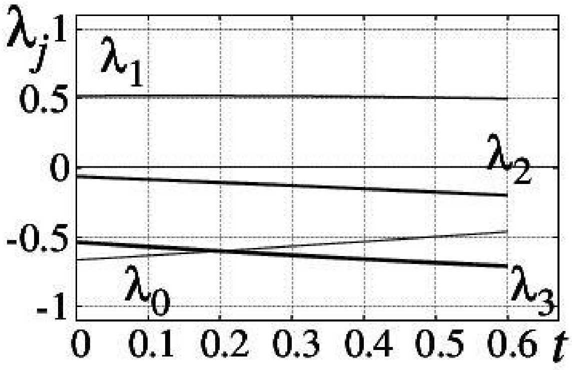
На рис. 1 приведены результаты решения задачи оптимальной переориентации плоскости круговой орбиты КА для $t^* = 0.6$ (долгота восходящего узла и наклонение орбиты даны в градусах, остальные величины являются безразмерными).

В ходе численного решения задачи было установлено, что при увеличении числа активных участков движения КА затраты энергии на переориентацию плоскости орбиты КА увеличиваются. Отметим, что использование аналитических формул (5) вместо численного интегрирования уравнений (4) методом Рунге-Кутта позволяет значительно ускорить работу алгоритма. При сохранении приемлемой длительности работы программы становится возможным на несколько порядков увеличить количество особей в популяции и быстрее найти решение задачи.

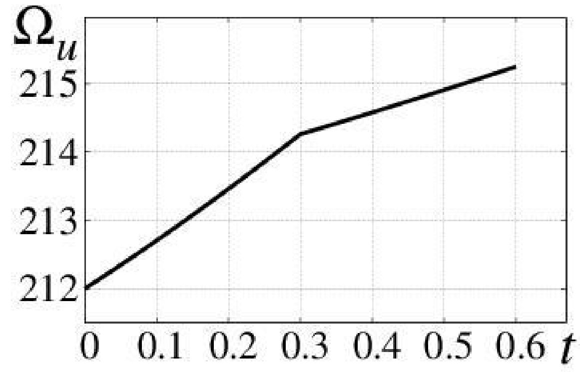
Таблица 1

Результаты работы генетического алгоритма

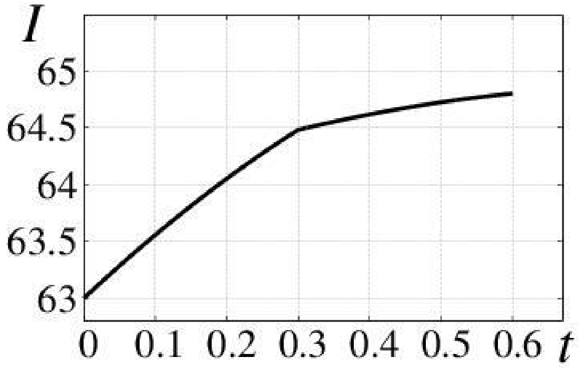
t^*	u_1	u_2	J
0.4	-0.292848	-0.567349	0.081529
0.5	-0.395014	-0.295981	0.060910
0.6	-0.418703	-0.158542	0.060134
0.7	-0.413608	-0.081564	0.062204
0.8	-0.397543	-0.035346	0.063716
0.9	-0.377628	-0.006163	0.064189
1.0	-0.356882	0.012973	0.063767



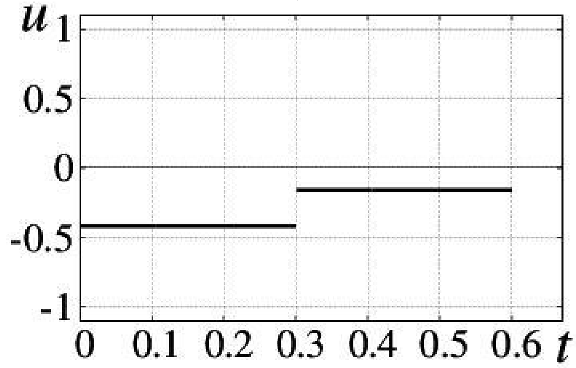
а)



б)



в)



г) Оптимальное управление

Рис. 1. Круговая орбита (при $t^* = 0.6$): а - компоненты кватерниона ориентации орбитальной системы координат; б - долгота восходящего узла; в - наклонение орбиты; г - оптимальное управление

Заключение.

В работе предложен оригинальный генетический алгоритм решения задачи переориентации плоскости орбиты КА для случая, когда время окончания управляемого процесса фиксировано. Построены примеры численного решения задачи, показывающие полезность применения данного алгоритма. В дальнейшем предполагается модифицировать описанный в статье генетический алгоритм так, чтобы оптимальное количество участков активного движения КА определялось в ходе решения задачи.

Список литературы

1. Салмин, В.В. Приближенный расчет маневров формирования орбиты спутника Земли с двигателем малой тяги / В.В. Салмин, В.О. Соколов // Космические исследования. – 1991. – Т. 29. – Вып. 6. – С. 872-888.
2. Ишков, С.А. Формирование и коррекция высокоэллиптической орбиты спутника Земли с двигателем малой тяги / С.А. Ишков, В.А. Романенко // Космические исследования. – 1997. – Т. 35. – Вып. 3. – С. 287-296.
3. Петухов, В.Г. Оптимизация межпланетных траекторий космических аппаратов с идеально-регулируемым двигателем методом продолжения / В.Г. Петухов // Космические исследования. – 2008. – Т. 46. – Вып. 3. – С. 224-237.
4. Fernandes, S. Optimum low-thrust limited power transfers between neighbouring elliptic non-equatorial orbits in a non-central gravity field / S. Fernandes // Acta Astronautica. – 1995. – Vol. 35. – № 12. – P. 763-770.
5. Понтрягин Л.С. Математическая теория оптимальных процессов / Л.С. Понтрягин, В.Г. Болтянский, Р.В. Гамкрелидзе, Е.Ф. Мищенко. – М.: Наука, 1983. – 393 с.
6. Челноков, Ю.Н. Применение кватернионов в задачах оптимального управления движением центра масс космического аппарата в ньютоновском гравитационном поле. I / Ю.Н. Челноков // Космические исследования. – 2001. – Т. 39. – Вып. 5. – С. 502-517.
7. Панкратов, И.А. Решение задачи оптимальной переориентации орбиты космического аппарата с использованием кватернионных уравнений ориентации орбитальной системы координат / И.А. Панкратов, Я.Г. Сапунков, Ю.Н. Челноков // Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Сер. Математика. Механика. Информатика. – 2013. – Т. 13. – Вып. 1. – Ч. 1. – С. 84-92.
8. Козлов, Е.А. Решение задачи оптимальной коррекции угловых элементов орбиты космического аппарата с использованием кватернионного уравнения ориентации орбиты / Е.А. Козлов, Ю.Н. Челноков, И.А. Панкратов // Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Сер. Математика. Механика. Информатика. – 2016. – Т. 16. – Вып. 3. – С. 336-344.
9. Панкратов, И.А. Об одной задаче оптимальной переориентации орбиты космического аппарата / И.А. Панкратов, Я.Г. Сапунков, Ю.Н. Челноков // Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Сер. Математика. Механика. Информатика. – 2012. – Т. 12. – Вып. 3. – С. 87-95.
10. Chelnokov, Yu.N. Optimal reorientation of spacecraft orbit / Yu.N. Chelnokov, I.A. Pankratov, Ya.G. Sapunkov // Archives of Control Sciences. – 2014. – Vol. 24. – № 3. – P. 119-128.
11. Моисеев, Н.Н. Численные методы в теории оптимальных систем / Н.Н. Моисеев. – М.: Наука, 1971. – 424 с.
12. Dachwald, B. Optimization of very-low-thrust trajectories using evolutionary neurocontrol / B. Dachwald // Acta Astronautica. – 2005. – Vol. 57. – № 2-8. – P. 175-185.
13. Coverstone-Carrol, V. Optimal multi-objective low-thrust spacecraft trajectories / V. Coverstone-Carrol, J.W. Hartmann, W.J. Mason // Computer methods in applied mechanics and engineering. – 2000. – Vol. 186. – № 2-4. – P. 387-402.
14. Панченко, Т.В. Генетические алгоритмы / Т.В. Панченко. – Астрахань: Издательский дом «Астраханский университет», 2007. – 87 с.
15. Панкратов, И.А. Аналитическое решение дифференциальных уравнений ориентации круговой орбиты космического аппарата / И.А. Панкратов, Ю.Н. Челноков // Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Сер. Математика. Механика. Информатика. – 2011. – Т. 11. – Вып. 1. – С. 84-89.
16. Панкратов, И.А. Аналитическое решение уравнений ориентации околокруговой орбиты космического аппарата / И.А. Панкратов // Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Сер.

Математика. Механика. Информатика. – 2015. – Т. 15. – Вып. 1. – С. 97-105.

17. Челноков, Ю.Н. Применение кватернионов в задачах оптимального управления движением центра масс космического аппарата в ньютоновском гравитационном поле. III / Ю.Н. Челноков // Космические исследования. – 2003. – Т. 41. – Вып. 5. – С. 488-505.

18. Бордовицына, Т.В. Современные численные методы в задачах небесной механики / Т.В. Бордовицына. – М.: Наука, 1984. –136 с.

Об авторе

Панкратов Илья Алексеевич – кандидат технических наук, доцент кафедры математического и компьютерного моделирования ФГБОУ ВО «Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского»; научный сотрудник лаборатории механики, навигации и управления движением ФГБУН «Институт проблем точной механики и управления РАН», PankratovIA@info.sgu.ru.

GENETIC ALGORITHM FOR MINIMIZING THE ENERGY COSTS FOR THE REORIENTATION OF THE PLANE OF THE SPACECRAFT ORBIT

Pankratov I.A.[1,2]

[1] - National Research Saratov State University, Saratov, Russian Federation
[2] - Precision Mechanics and Control Problems Institute of RAS, Saratov, Russian Federation

In the quaternion formulation, the problem of optimal reorientation of the orbital plane of a spacecraft (SC) is considered. The control (acceleration from the vector of the jet thrust orthogonal to the plane of the orbit) is limited in magnitude. It is necessary to minimize energy costs for the reorientation of the plane of the spacecraft orbit. An actual special case of a problem when the spacecraft orbit is circular, and control assumes constant values in certain sections of the active motion of the spacecraft is considered. An original genetic algorithm for finding the trajectories of optimal spacecraft flights is constructed. No information about the unknown initial values of the conjugate variables is required when we apply this method. Examples of the numerical solution of the problem are given for the case when the difference between the initial and final orientations of the spacecraft orbit equals to a few degrees in angular measure. In this case, the final orientation of the plane of the spacecraft orbit corresponds to the orientation of the orbital plane of the satellites of the Russian GLONASS orbital grouping.

Keywords: spacecraft, orbit, optimization, quaternion, gen.
DOI: 10.22281/2413-9920-2017-03-03-353-360

References

1. Salmin V.V., Sokolov V.O. *Kosmicheskie issledovaniya,* 1991, Vol. 29, No. 6, pp. 872-888. (In Russian)

2. Ishkov S.A., Romanenko V.A. *Kosmicheskie issledovaniya*, 1997, Vol. 35, No. 3, pp. 287-296. (In Russian)

3. Petukhov V.G. *Kosmicheskie issledovaniya*, 2008, Vol. 46, No. 3, pp. 224-237. (In Russian)

4. Fernandes S. *Acta Astronautica*, 1995, Vol. 35, No. 12, pp. 763-770.

5. Pontryagin L.S., Boltyanskiyj V.G., Gamkrelidze R.V., Mithenko E.F. *Matematicheskaya teoriya optimaljnihkh processov* [Mathematical theory of optimal processes]. Moscow, Nauka, 1983. 393 p. (In Russian)

6. Chelnokov Yu.N. *Kosmicheskie issledovaniya*, 2001, Vol. 39, No. 5, pp. 502-517. (In Russian)

7. Pankratov I.A., Sapunkov Ya.G., Chelnokov Yu.N. *Izv. Sarat. un-ta. Nov. ser. Ser. Matematika. Mekhanika. Informatika*, 2013, Vol. 13, No. 1, pt. 1, pp. 84-92. (In Russian)

8. Kozlov E.A., Chelnokov Yu.N., Pankratov I.A. *Izv. Sarat. un-ta. Nov. ser. Ser. Matemati-ka. Mekhanika. Informatika*, 2016, Vol. 16, No. 3, pp. 336-344. (In Russian)

9. Pankratov I.A., Sapunkov Ya.G., Chelnokov Yu.N. *Izv. Sarat. un-ta. Nov. ser.*

Ser. Matematika. Mekhanika. Informatika, 2012, Vol. 12, No. 3, pp. 87-95. (In Russian)

10. Chelnokov, Yu.N., Pankratov I.A., Sapunkov Ya.G. *Archives of Control Sciences*, 2014, Vol. 24, No. 3, pp. 119-128.

11. Moiseev N.N. *Chislennihe metodih v teorii optimaljnihkh system* [Numerical methods in the theory Of optimal systems], Moscow, Nauka, 1971. 424 p. (In Russian)

12. Dachwald B. *Acta Astronautica*, 2005, Vol. 57, No. 2-8, pp. 175-185.

13. Coverstone-Carrol V., Hartmann J.W., Mason W.J. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 2000, Vol. 186, No. 2-4, pp. 387-402.

14. Panchenko T.V. *Geneticheskie algoritmih* [Genetic algorithms], Astrakhanj, Izdatelskiy dom «Astrakhanskiy universitet», 2007. 87 p. (In Russian)

15. Pankratov I.A., Chelnokov Yu.N. *Izv. Sarat. un-ta. Nov. ser. Ser. Matematika. Mekhanika. Informatika*, 2011, Vol. 11, No. 1, pp. 84-89. (In Russian)

16. Pankratov I.A. *Izv. Sarat. un-ta. Nov. ser. Ser. Matematika. Mekhanika. Informatika*, 2015, Vol. 15, No. 1, pp. 97-105. (In Russian)

17. Chelnokov Yu.N. *Kosmicheskie issledovaniya*. 2003, Vol. 41, No. 5, pp. 488-505. (In Russian)

18. Bordovicihna T.V. *Sovremennye chislennye metody v zadachakh nebesnoy mekhaniki* [Modern numerical methods in problems of celestial mechanics]. Moscow, Nauka, 1984. 136 p. (In Russian)

Author's information

Ilia A. Pankratov – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Mathematic and Computer Modeling at National Research Saratov State University; Researcher of the Laboratory of Mechanics, Navigation and Motion Control at Precision Mechanics and Control Problems Institute of RAS, PankratovIA@info.sgu.ru.

Дата публикации
(Date of publication):
25.09.2017