

УДК 556+510.6

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ФОРМУЛ ОБЩЕГО РАСХОДА НАНОСОВ НА ПРИМЕРЕ РЕК США

М.В. Шмакова

Институт озераведения РАН

В статье приводится сравнительный анализ результатов расчета по восьми формулам общего расхода наносов по данным наблюдений на пятнадцати гидрометрических створах, расположенных на водотоках США. Лучший результат показала аналитическая формула расхода наносов, являющаяся следствием основного уравнения движения воды и твердого вещества в речном потоке.

Ключевые слова: *общий расход наносов, двухфазный речной поток, анализ, формула*

Основные положения. На заре исследований процессов перемещения твердого материала в водотоках было принято разделение общего расхода наносов на влекомую и взвешенную составляющие. Если для формирования общих видений о закономерностях вовлечения в движение и перемещения твердого вещества в речных потоках и, основное, с инструментальной точки зрения, такая постановка вопроса была оправдана, то в рамках современных представлений о физике процесса, накопленном опыте натурных и лабораторных экспериментов, инструментальных возможностей и повсеместной междисциплинарной интеграции, подобное видение проблемы кажется несколько ограниченным.

При математическом моделировании двухфазного потока вычисление отдельно расходов взвешенных и влекомых наносов полностью противоречит физике процесса. С одной стороны, все переменные состояния потока связаны между собой и рассчитывать гидравлические характеристики потока (глубину и скорость) без учета взвесенесущей нагрузки некорректно. С другой стороны, отдельный невзаимосвязанный расчет влекомого и взвешенного расхода наносов также не соответствует единому физическому закону движения твердого вещества в водном потоке. Очевидно, что представление одного и того же физического закона в математической модели разными эмпирическими формулами для взвешенной и для влекомой формы перемещения наносов ошибочны.

При достаточно большом количестве формул расходов влекомых и взвешенных наносов, формулы общего расхода наносов не так распространены. Однако при часто эмпирической природе формул расходов взвешенных и влекомых наносов, формулы общего расхода наносов нередко более физически обоснованы.

В настоящей работе проводится сравнительный анализ результатов расчетов по некоторым формулам общего расхода наносов с использованием данных наблюдений за расходами взвешенных и влекомых наносов на водотоках с различными гидравлическими характеристиками.

Формулы общего расхода наносов. Общий расход наносов является функцией гидравлических характеристик потока – средней скорости потока, глубины, расхода воды, уклона, размера, гидравлической крупности и плотности частиц, а также касательного напряжения на твердой границе потока.

Некоторые приведенные ниже формулы получены на основе анализа размерностей и почти все – исходя из основной концепции сдвигающей силы потока. Аналитическая формула расхода наносов является следствием уравнения движения двухфазного потока, взаимодействие дна и потока в котором представлено силой сопротивления грунта сдвигу.

Формула Янга (Yang S. Q.) и Лима (Lim S. Y.). Приведенная ниже формула получена с помощью анализа размерности для рек с песчаным дном [11]. В этой формуле общий расход наносов G (кг/с) связывается с касательным напряжением на дне τ (кг/(м·с²)), сдвигающей скоростью u^* (м/с), критической сдвигающей скоростью u^*_{cr} (м/с) и гидравлической крупностью w (м/с).

$$G = Bk \frac{\rho_{\text{грунта}}}{\rho_{\text{грунта}} - \rho_{\text{воды}}} \tau \frac{u^{*2} - u_{\text{cr}}^*}{w}, \quad (1)$$

где k – коэффициент пропорциональности, равный 12,5.

Формула Эккерса (Ackers P.) и Уайта (White W. R.) также получена в результате анализа размерности [5]. Транспорт мелкодисперсного материала связан со сдвигающей скоростью потока, а транспорт более крупных частиц сопряжен со средней скоростью потока. Однако большое количество неопределенных параметров в формуле затрудняет расчеты. Общая концентрация наносов в потоке C_t записывается как

$$C_t = m_3 \left(\frac{F_{gr} - F_{gr.cr.}}{F_{gr}} \right)^{m_2} \left(\frac{v}{u^*} \right)^{m_1} \frac{d_{35} \rho_{\text{грунта}} / \rho_{\text{воды}}}{h}, \quad (2)$$

$$F_{gr} = \frac{u^{*m_1}}{\sqrt{gd_{35}(\rho_{\text{грунта}} / \rho_{\text{воды}} - 1)}} \left[\frac{v}{\sqrt{32 \log \frac{ah}{d_{35}}}} \right]^{1-m_1},$$

где h – средняя глубина потока, м; g – ускорение свободного падения, м/с²; d_{35} – размер частиц обеспеченностью 35%, м; v – средняя скорость потока, м/с; u^* – динамическая скорость, м/с; a – коэффициент; $F_{gr.cr.}$ – значение параметра текучести F_{gr} в начале движения; m_1, m_2, m_3 – параметры, определяемые размерами частицы d .

Формула Карима (Karim M.F.) и Кеннеди (Kennedy J.F.). М. Карим и Д. Кеннеди [7] также получили формулу общего расхода наносов с помощью теории размерностей, поставив в зависимость общего расхода наносов от средней и динамической скорости потока, гидравлической крупности и среднего размера частиц d_{50} , м:

$$G = B \cdot k \left[\frac{v}{\sqrt{g(\rho_{\text{грунта}} / \rho_{\text{воды}} - 1)d_{50}}} \right]^{2.97} \left(\frac{u^*}{w} \right)^{1.47} \sqrt{g(\rho_{\text{грунта}} / \rho_{\text{воды}} - 1)d_{50}^3}, \quad (3)$$

где k – коэффициент пропорциональности, равный 0,00139.

Формула Янга (Yang C.T.). Я. Янг выдвинул гипотезу, что определяющим фактором концентрации наносов в аллювиальных руслах является удельная мощность потока, которая может быть определена как рассчитанная за единицу времени диссипация потенциальной энергии на единицу веса воды [10]. Отношение между удельной силой потока и общей концентрацией наносов C_t имеет вид

$$\log C_t = I_1 + J \log \frac{vI}{w},$$

$$J = 1.780 - 0.360 \log \frac{wd_{50}}{v} - 0.480 \log \frac{u^*}{w}, \quad (4)$$

$$I_1 = 5.165 - 0.153 \log \frac{wd_{50}}{v} - 0.297 \log \frac{u^*}{w},$$

где w – гидравлическая крупность частиц, м/с; vI/w – безразмерная удельная мощность потока; I – уклон дна; v – кинематическая вязкость, м²/с; I_1 и J – параметры, определяемые множественным регрессионным анализом по данным наблюдений.

Формула Энгелунда (Engelund F.) и Хансена (Hansen E.). Полученная в середине прошлого века формула Энгелунда–Хансена имеет вид [6]

$$G = \rho_{\text{грунта}} \cdot B \frac{0.05|v|^5}{(\rho_{\text{грунта}} / \rho_{\text{воды}} - 1)\sqrt{gd_{50}C^3}}, \quad (5)$$

где G – общий расход наносов в речном потоке, кг/с; B – ширина русла, м; C – коэффициент Шези, м^{0.5}/с; $\rho_{\text{воды}}$ и $\rho_{\text{грунта}}$ – плотности воды и грунта, кг/м³; d_{50} – средний диаметр частиц, м.

Представленная формула имеет относительно несложную запись и нередко используется отечественными специалистами в моделях двухфазных потоков.

Формула Молиаса (Molinas A.) и Ву (Wu B.) основана на сдвигающей силе потока [8]. Уравнение Дарси-Веербаха, решаемое совместно с выражением для силы трения, дает следующее отношение между общей концентрацией наносов и результирующей силой потока ψ :

$$C_t = \frac{1430(0.86 + \sqrt{\psi})\psi^{1.5}}{0.016 + \psi},$$

$$\psi = \frac{v^3}{\left(\frac{\rho_{грунта}}{\rho_{воды}} - 1\right)ghw \left[\log \frac{h}{d_{50}}\right]^2}. \quad (6)$$

Формула Р. Бэгнольда представляет собой полуэмпирическую зависимость [9]

$$G = \frac{|v|}{C^2} \left(0.24 + 0.01 \frac{u^* C}{wg^{1/2}} \right) \rho_{воды}, \quad (7)$$

где τ – касательное напряжение на дне, кг/(м·с²).

Формула И.Ф. Карасева. В основе формулы полного расхода наносов лежат две зависимости для расхода взвешенных и влекомых наносов, полученные И.Ф. Карасевым [2]. «Различие механизмов перемещения влекомых и взвешенных наносов в потоке выражается различной структурой слагаемых в квадратных скобках» [2]. Общность механизмов перемещения состоит в едином процессе взаимодействия жидкой и твердой сред, характеризующейся мутностью взмыва [2]. Формула имеет вид

$$G = 0.755 Q B v h s_{взм} \left[\frac{v\sqrt{g}}{0.755v\sqrt{g} + 0.5wC} B\varepsilon + \frac{39.5d(v-v_n)}{vh} \right],$$

$$s_{взм} = 0.0002\eta \frac{\rho_{воды}}{(\rho_{грунта} - \rho_{воды})} \frac{C^2 v^2}{g^2 h},$$

$$v_n = 1.15\sqrt{g}(hd)^{0.25},$$

$$\eta = 1.08 - 0.58 \left(\frac{v_c}{v} \right)^2, \quad (8)$$

$$v_c = 1.43v_n,$$

$$B = \frac{wC + 0.7v\sqrt{g}}{12wC} \left(1 - e^{-\frac{12wC}{wC + 0.7v\sqrt{g}}} \right),$$

$$\varepsilon = 1 - 0.18 \frac{wC}{v\sqrt{g}},$$

где $s_{взм}$ – мутность взмыва; v_n – неразмывающая скорость, м/с; v_c – критическая скорость, м/с; η – вероятность срыва; ε – отношение наносонесущей части пульсаций к их общей совокупности; B – отношение средней по вертикали мутности к донной.

Формула В.Н. Гончарова для общего расхода наносов имеет вид (для условия $u^*/w < 2.5$) [1]

$$G = \rho_{грунта} \frac{1 + \varphi}{800} \frac{d}{h} \frac{v_n}{v} \left(\frac{v^3}{v_n^3} - 1 \right) \left(\frac{v}{v_n} - 1 \right) Q,$$

$$\varphi = \sqrt{\frac{\rho_{грунта} - \rho_{воды}}{0.9\rho_{воды}}} \frac{gd}{w^2},$$

$$v_H = 0.96 \sqrt{gd^{0.4}(d + 0.0014)^{0.6}} \left(\frac{h}{d}\right)^{0.2},$$

где v_H – неразмывающая скорость потока/ м/с; Q – расход воды, м³/с.

Аналитическая формула расхода наносов является следствием основного уравнения движения воды и твердого вещества в открытом русле, представляющим собой баланс сил, действующих в системе «водный поток – донные отложения – наносы» [3, 4]:

$$G = \frac{\rho_{грунта}}{\rho_{грунта} - \rho_{воды}} Q \left[\frac{c}{hg} - (1 - f)\rho_{воды} I \right], \quad (10)$$

где c – сцепление частиц грунта при сдвиге, кг/(м·с²); f – коэффициент внутреннего трения.

Из всех приведенных выше формул для расчета были приняты аналитическая формула расхода наносов (10), формулы Карима и Кеннеди (3), Янга (4), Энгелунда и Хансена (5), Молинаса и Ву (6), Р. Бэгнольда (7), Карасева (8) и Гончарова (9). Для прочих формул данные натуральных наблюдений представлены в недостаточном объеме, что затрудняет оценку некоторых параметров.

Динамическая скорость рассчитывается как отношение касательного напряжения на границе к плотности воды

$$u^* = \sqrt{\frac{\tau}{\rho_{воды}}}.$$

Касательные напряжения на дне в соответствии с квадратичным законом сопротивления записываются в виде

$$\tau = -\lambda |v|v,$$

$$\lambda = gn^2 h^{-1/3},$$

где λ – гидравлическое сопротивление на дне реки; n – коэффициент шероховатости русла.

Коэффициент Шези вычисляется по формуле Маннинга

$$C = \frac{1}{n} h^{1/6}.$$

Объекты моделирования. В качестве расчетного материала использовались данные наблюдений на 15 гидрометрических створах, расположенных на американских реках штатов Аляска, Айдахо, Колорадо, Вашингтон и Висконсин. Наблюдения на этих водотоках проводились в 70–80 годах прошлого столетия и результаты исследований приводятся в отчете «Measured total sediment loads (suspended loads and bedloads) for 93 united states streams», опубликованном Геологической службой Министерства внутренних дел США [12] и находящимся в свободном доступе.

В отчете представлены данные о взвешенных и влекомых наносах, измеряемых почти одновременно. Кроме того, в отчете приводятся гидравлические переменные состояния, и гранулометрический анализ донных отложений и наносов.

«Данные, многие из которых не были опубликованы ранее, были измерены с помощью различных частных лиц и организаций... Несмотря на известные проблемы выборки, данные, вероятно, являются лучшими из доступных в настоящее время» [12] (на 1989 год).

В отчете приводятся результаты наблюдений на девятнадцать трех водотоках, однако наиболее полные данные, необходимые для расчета, представлены только для пятнадцати рек. Диапазон основных гидравлических характеристик расчетных рек, в пределах которых проводились расчеты, приведен в табл. 1. Всего в расчетах использовались данные 252 измерений.

Результаты. В таблице 2 приводятся средние относительные отклонения рассчитанных и наблюдаемых расходов наносов. Средние относительные отклонения вычислялись по формуле

$$\sigma = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{|G_{рас} - G_{изм}|}{\min(G_{изм}; G_{рас})} \cdot 100\%.$$

Таблица 1

Основные гидравлические характеристики расчетных рек

№	Гидрометрический створ	Уклон	Расход воды, м ³ /с	Скорость, м/с	Глубина, м	Ширина, м	Гвз, кг/с	Гвл, кг/с	Гобш, кг/с
1	Susitna River near Talkeetna, Alaska	0.00146	612-1160	1.8-2.7	1.7-2.3	183-202	197-849	2.26-10.4	199-859
2	Chulitna River below Canyon near Talkeetna, Alaska	0.00131	564-946	2.0-2.5	2.5-3.1	108-123	462-1690	26.9-145	488-1835
3	Tanana River at Fairbanks, Alaska	0.000467	1010-2020	1.3-1.9	2-2.9	296-469	2410-10030	16.3-89.4	2426-10119
4	Snake River near Anantone, Wash	0.001033	1990-3770	2.4-3.3	4.7-5.8	181-197	61.6-1270	1.07-58.7	62.67-1328
5	Toutle River at Tower Road near Silver Lake, Wash.	0.00311	112-248	1.5-3.1	0.77-1.5	61-70	538-5820	33-232	682-5901
6	Fork Toutle River near Kid Valley, Wash.	0.0037	110-185	2.4-2.8	0.85-1.1	56-59	1590-4980	110-338	1883-5090
7	Clearwater river at Spalding, Idaho	0.000312	847-1810	1.4-2.5	4.3-5.1	135-143	15.8-124	0.578-6.54	16.38-130.54
8	Yampa River at Deerlogge Park, Colo	0.000673	108-447	0.81-1.3	1.5-3.9	90-93	113-998	3.6-13.2	122.3-1008
9	Wisconsin River at Muscods, Wis.	0.000311	114-714	0.49-0.88	0.71-2.6	278-310	1.42-20	1.76-23.3	3.18-43.3
10	Black River near Galesville, Wis.	0.000221	20.1-80.7	0.44-0.54	0.55-1.4	72-122	0.422-5.5	1.28-4.09	1.702-9.59
11	Chippewa River at Durand, Wis.	0.000326	132-884	0.77-1.1	1.3-3.2	215-244	2.78-64.5	5.52-23.3	8.3-87.8
12	Chippewa River near Pepin, Wis.	0.000309	118-391	0.57-0.86	10.76-1.8	229-274	2.24-45.7	2.89-14.7	5.13-60.4
13	North Fork of Lick Creek near Yellow Pine, Idaho	0.00666	1.28-4.25	0.52-0.95	0.32-0.51	7.3-8.8	0.00294-0.0978	0.0005-0.0292	0.00344-0.127
14	South Fork of Salmon River near Cascade, Idaho	0.00695	22-77.5	0.62-1.3	1.1-1.7	31.5-34.5	0.132-4.11	0.00632-6.42	0.138-10.53
15	Chippewa River near Caryville, Wis.	0.000213	117-779	0.45-1.1	1.4-2.8	185-247	0.936-16.4	0-13.5	0.936-29.9

Выбор минимального из рассчитанного и наблюдаемого значения расхода наносов в знаменателе дает возможность уйти от занижения величины среднего относительного отклонения в случае, когда рассчитанное значение близко к нулю (тогда среднее относительное отклонение, рассчитанное традиционным способом, стремится к 100%, что занижает ошибку расчета).

Среднее относительное отклонение по всем исследуемым водотокам (табл. 2) составило от 55% (аналитическая формула расхода наносов) до 72% (формула Энгелунда-Хансена). Формулы Янга (4), Молиаса и Ву (6), Карасева (8) и Гончарова (9) показали плохие результаты (превышение над наблюдаемыми расходами наносов составило более 1000%, также имели место отрицательные значения), поэтому данные о расчетах по этим формулам в табл. 2 не приводятся.

На рис. 1 приведены зависимости рассчитанных по приведенным выше формулам и наблюдаемых расходов наносов по исследуемым водотокам. Как видно из графиков, точки наблюдаемых и рассчитанных по формулам расходов наносов лежат практически на биссектрисе. Малые значения расходов наносов лучше вычисляются по формулам Карима-Кеннеди (3) и Энгелунда (4), но, в то же время, точки наблюдаемых и рассчитанных по формуле Энгелунда расходов наносов имеют больший разброс и систематическое отклонение в сторону занижения рассчитанных расходов наносов для больших значений расходов наносов.

В целом, результаты расчета общего расхода наносов дают значительно меньшую ошибку, чем расчеты расходов донных и влекомых наносов. Это объясняется тем, что в приведенных выше формулах связь расхода наносов и гидравлических характеристик потока прописана в согласии с общими представлениями о физике процесса перемещения твердого вещества в речных потоках, основной движущей силой которого является сдвигающая проекция силы тяжести потока, которой противостоит сопротивление на твердой границе потока.

Таблица 2

Средние относительные отклонения между наблюдаемыми и рассчитанными по разным формулам расходами наносов, %

№	Гидрометрический створ	Аналит. ф-ла (10)	Карим и Кенне-ди (3)	Энгелунд - Хансен (5)	Бэгнольд (7)
1	Susitna River near Talkeetna, Alaska	34	40	43	40
2	Chulitua River below Canyon near Talkeetna, Alaska	25	33	35	33
3	Tanana River at Fairbanks, Alaska	28	33	36	37
4	Snake River near Anatone, Wash	85	57	57	60
5	Toutle River at Tower Road near Silver Lake, Wash.	38	247	307	144
6	Fork Toutle River near Kid Valley, Wash.	36	19	21	25
7	Clearwater river at Spalding, Idaho	52	79	92	53
8	Yampa River at Deerloge Park, Colo	60	79	82	70
9	Wisconsin River at Muscods, Wis.	44	73	78	55
10	Black River near Galesville, Wis.	30	37	48	55
11	Chippewa River at Durand, Wis.	38	37	36	75
12	Chippewa River near Pepin, Wis.	45	96	110	83
13	North Fork of Lick Creek near Yellow Pine, Idaho	110	44	44	68
14	South Fork of Salmon River near Cascade, Idaho	130	43	44	83
15	Chippewa River near Caryville, Wis.	67	44	47	77
Среднее значение, %		55	64	72	64

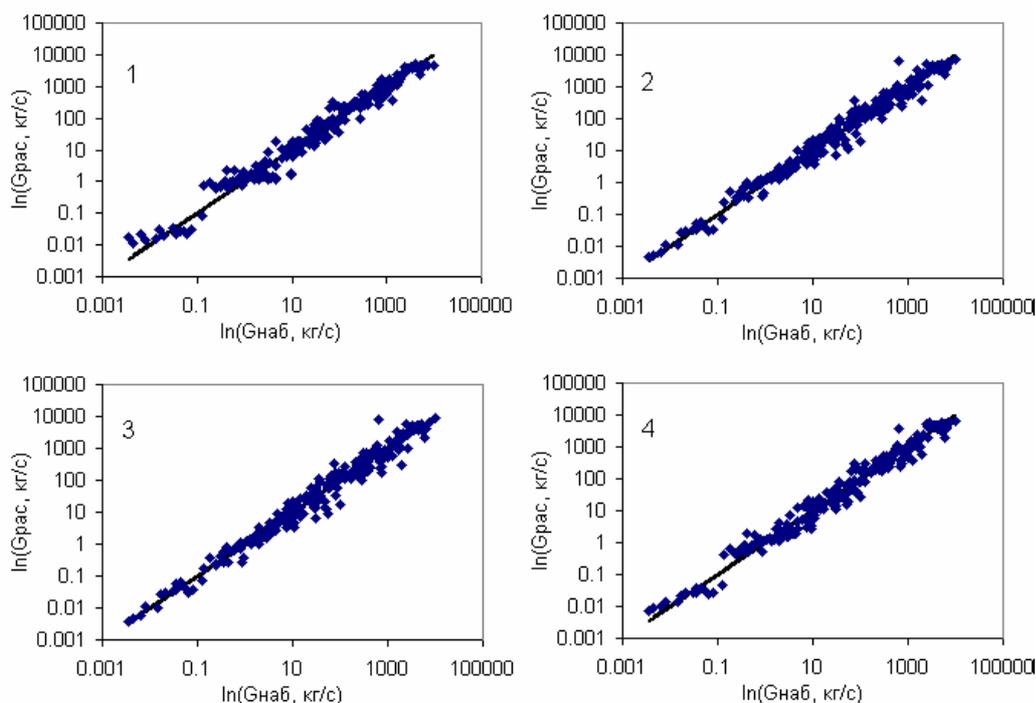


Рис. 1. Наблюдаемые и рассчитанные по аналитической формуле расхода наносов (10) – 1, формулам Карима-Кеннеди (3) – 2, Энгелунда-Хансена (5) – 3 и Бэгнольда (7) – 4 расходы наносов в логарифмической шкале

Значение параметра шероховатости, задействованное во многих формулах, для каждого водотока и для каждой формулы подбиралось отдельно путем оптимизации результата.

Причем значение параметра шероховатости для разных формул для одного и того же водотока может различаться на несколько порядков. Это говорит о том, что физический смысл этого параметра далек от его первоначального назначения и он в ряде случаев выполняет функцию эмпирического коэффициента.

Значения параметров f и c в аналитической формуле расхода наносов также назначались подбором. Но в отличие от коэффициента шероховатости значение коэффициента внутреннего трения f в своем верхнем пределе близко к единице.

Также следует заметить, что расчет по всем формулам проводился для периода средней водности ввиду того, что при задействовании данных наблюдений в меженьный период и период половодья для всего расчетного ряда по всем формулам получались одинаково плохие результаты. Тогда как отдельно для маловодного периода и периода большой водности после подбора соответствующих параметров расхождение между рассчитанными и наблюдаемыми значениями на уровне расхождений, полученных для периода средней водности. Это объясняется тем, что параметры формул (параметр шероховатости, сцепление частиц грунта при сдвиге и коэффициент внутреннего трения) естественным образом зависят от смоченного периметра русла, определяющего поверхность взаимодействия потока и подстилающей поверхности (то есть непосредственно величину трения на твердой границе потока).

Выводы. На основании данных наблюдений на пятнадцати водотоках, расположенных на территории Соединенных Штатов Америки, были рассчитан общий расход наносов по нескольким известным формулам. Сопоставление наблюдаемых и рассчитанных расходов наносов показало, что наименьшее отклонение (55%) дает аналитическая формула расхода наносов. Следует также заметить, что аналитическая формула расхода наносов обеспечивается стандартными гидрометрическими данными наблюдений и имеет относительно простую структуру (по сравнению с другими формулами общего расхода наносов).

Список литературы

1. Гончаров, В.Н. Динамика русловых потоков / В.Н. Гончаров. – Л.: Гидрометеиздат, 1962.
2. Карасев, И.Ф. Русловые процессы при переброске стока/ И.Ф. Карасев. - Л.: Гидрометеиздат, 1975. - 288 с.
3. Karim M.F., Kennedy J.F. Computer-based Predictors for Sediment Discharge and Friction Factor of Alluvial Streams, *Iowa Institute of Hydraulic Research, University of Iowa*, 1983, Report No. 242.
4. Molinas A., Wu B. Transport of sediment in large sand-bed rivers, *Journal of Hydraulic Research*, 2001, Vol. 39, No. 2, pp. 135–145.
5. Visser P.J. Application of sediment transport Formulae to sand-dike breach Erosion, *Communications on Hydraulic and Geotechnical Engineering*, Report № 94-3. Faculty of Civil Engineering. Delft University of Technology. 1995.
6. Шмакова, М.В. Теория и практика математического моделирования речных потоков / М.В. Шмакова. – С-Пб.: Лема, 2013. – 142 с.
7. Шмакова, М.В. Аналитическая формула расхода наносов. Методика расчетов / М.В. Шмакова // Метеорология и гидрология. – 2013. – № 8. – С. 61–69.
8. Yang C.T. Unit stream power equation for total load, *Journal of Hydrology*, 1979, Vol. 40, No. 1, pp. 123–138.
9. Yang S.Q., Lim S.Y. Total load transport formula for flow in alluvial channels, *Journal of Hydraulic Engineering*, 2003, Vol. 129, No. 1, pp/ 68–72.
10. Сайт: <http://pubs.usgs.gov/of/1989/0067/report.pdf>.

Сведения об авторе

Шмакова Марина Валентиновна - Институт озероведения РАН; 196105, г. Санкт-Петербург, ул. Севастьянова, 9, m-shmakova@yandex.ru.

COMPARATIVE ANALYSIS OF THE FORMULAS THE TOTAL SEDIMENT DISCHARGE THE EXAMPLE OF RIVERS USA

M.V. Shmakova

Institute of Limnology RAS

The article provides a comparative analysis of the results of the calculation for eight formulas total sediment discharge from observational data on fifteen hydrometric gauges located on USA. The best result was shown by analytical formula sediment discharge, which is a consequence of the basic equations of motion of water and solids in the river flow.

Keywords: *total sediment discharge, a two-phase flow of the river, the analysis, the formula*

References

1. Goncharov V.N. *Dinamika ruslovyih potokov* [Dynamics of channel flows]. Leningrad, Gidrometeoizdat, 1962.
2. Karasev I.F. *Ruslovyie protsessyi pri perebroske stoka* [River channel processes with diversion of flow]. Leningrad, Gidrometeoizdat, 1975. 288 p.
3. Karim M.F., Kennedy J.F. Computer-based Predictors for Sediment Discharge and Friction Factor of Alluvial Streams, *Iowa Institute of Hydraulic Research, University of Iowa*, 1983, Report No. 242.
4. Molinas A., Wu B. Transport of sediment in large sand-bed rivers, *Journal of Hydraulic Research*, 2001, Vol. 39, No. 2, pp. 135–145.
5. Visser P.J. Application of sediment transport Formulae to sand-dike breach Erosion, *Communications on Hydraulic and Geotechnical Engineering*, Report № 94-3. Faculty of Civil Engineering. Delft University of Technology. 1995.
6. Shmakova M.V. *Teoriya i praktika matematicheskogo modelirovaniya rechnyih potokov* [Theory and practice of mathematical modeling of river flows]. St. Petersburg, Lema, 2013. 142 p.
7. Shmakova M.V. Analytical formula of sediment discharge. The method of calculation, *Meteorologiya i gidrologiya*, 2013, No.8, pp. 61–69.
8. Yang C.T. Unit stream power equation for total load, *Journal of Hydrology*, 1979, Vol. 40, No. 1, pp. 123–138.
9. Yang S.Q., Lim S.Y. Total load transport formula for flow in alluvial channels, *Journal of Hydraulic Engineering*, 2003, Vol. 129, No. 1, pp/ 68–72.
10. Available at: <http://pubs.usgs.gov/of/1989/0067/report.pdf>.

Author' information

Shmakova M.V. - Institute of Limnology RAS 196105, St. Petersburg, ul. Sevastyanova, 9, m-shmakova@yandex.ru.